

MTL 모델을 이용한 전차선로 모델링

김주락[§] 심건보[†] 김정훈[†]
 한국철도기술연구원[§] 홍익대학교[†]

Catenary System using MTL Structure with Distributed Parameter

Joorak Kim Keonbo Shim Jung-Hoon Kim
 Korea Railroad Research Institute Hongik Univ.

Abstract - This Paper presents circuit model of catenary in electrified railway system. Most of (a.c.) electrified railway system adopted as AT fed power supply system. This system is fed with twice voltage. It is that AT system can be fed through longer distance. Conventional circuit model of catenary is used T equivalent circuit with lumped parameter. This model may include some problem when traction power supply system is analyzed. In addition, the model with distributed parameter is good for analysis of harmonic and EMI.

전차선도체군은 전기차에 직접 전력을 공급하고, 레일은 전기차의 주행면을 제공하며, 급전선은 전기차에 공급된 부하전류의 귀로 역할을 담당하는 도체군이다.

그림에서 보여진 전차선로는 단선선로로서 3개의 도체군으로 대표될 수 있으며, 현재 전기철도는 상·하행선이 공동접지로 공용되기 때문에 상·하행선을 동시에 해석할 경우 5개의 도체군으로 표현된다. 거의 모든 전차선로는 상·하행선으로 구성되지만 본 논문에서 단선선로로 표현한 것은 국내 대부분의 전차선로의 방식인 SP방식의 경우 단선선로의 해석과 상·하행 동시 해석결과의 차이가 크지 않기 때문이다.

1. 서 론

단권변압기(Auto Transformer)를 이용한 교류 전기철도 급전방식은 현재 주요 급전방식으로 채택되어 사용되고 있다. 국내에서도 이 방식을 경부고속철도를 포함한 주요 간선철도에 적용되어 있다. 이 방식의 장점은 몇가지가 있지만 그중에서도 급전거리를 길게 설계할 수 있다는데 있다. 기존의 흡상변압기(Booster Transformer) 방식에 비하여 전철변전소에서 공급하는 전압이 2배 높아 급전거리도 BT방식에 비하여 2.3배 더 길게 할 수 있다 [1]. 이러한 장점은 시스템 해석시에 전차선로에 의한 영향이 기존 방식보다 더 큰 영향을 끼칠 수 있음을 의미하기도 한다. 특히 교류 전기철도의 고조파에 의한 공진점이 일반 전력 계통보다 높은 주파수에서 발생하기에 선로 길이가 길어짐에 따른 영향이 더욱 높다 할 수 있다.

본 논문에서는 급전계통의 구성 요소중에서 전차선로의 모델링을 제안한다. 전차선로는 전기차량에 필요한 전기에너지를 전송해주는 경로로서 크게 전차선, 레일 그리고 급전선으로 구성되어 있다. 지금까지의 급전시스템 해석에서는 집중정수 모델을 이용한 모델을 사용하여 왔다. 그러나 AT급전방식의 도입으로 급전 거리는 여타 급전방식에 비하여 길다. 또한 국내의 전기철도의 환경은 고속철도(KTX)의 도입으로 많은 이슈가 된 고조파 현상에 대한 해석시에도 기존의 집중정수 회로로는 오차가 함유될 수 있다.

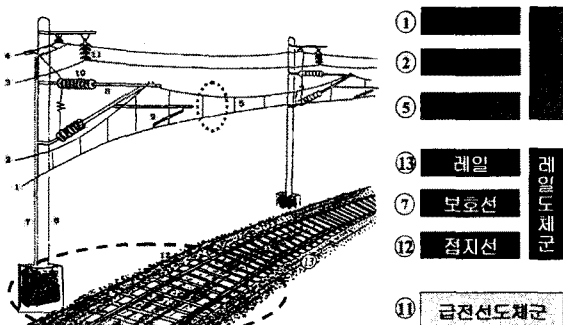
본 논문에서 제안하는 전차선로 회로는 MTLs(Muticonductor Taransmission Linses) 모델[2]에 기반한 것으로서, 제안한 모델의 선로정수는 분포정수로 표현하였으며, 시간에 기반한 미분방정식의 형태로 제안하였다.

제안한 모델은 기술한 바와 같이 정상주파 해석에도 이용할 수 있지만 고조파 해석, EMI/EMC 해석 및 고장점 표정을 포함한 고장해석에도 유용한 모델이 될 수 있을 것이다.

2. 전차선로

2.1 교류 전기철도의 전차선로

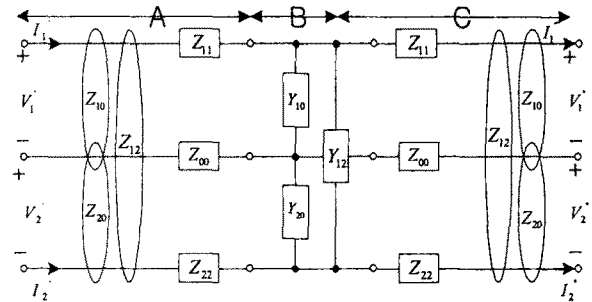
AT 급전시스템을 채용한 교류 전기철도의 경우, 전차선로는 직류 급전시스템을 비롯한 여타 방식에 비하여 도체수가 더 많으며, 그 구성은 다음 그림 1과 같다. 그림에서 보듯이 AT급전방식의 전차선로는 11개의 도체로 구성되지만 크게 3가지의 도체군으로 요약된다. 즉, 전차선, 조가선 및 드로퍼는 전차선 도체군으로, 레일, 보호선 및 접지선은 레일 도체군 그리고 마지막으로 급전선 도체군이 있다.



<그림 1> 전차선로 도체군별 구성

2.2 기존의 해석 모델

기존의 급전시스템 해석[]에서는 아래 그림 2와 같이 전차선로 모델을 사용하였다. 그림에서 보는 바와 같이 기존의 모델은 T등가 회로를 이용하여, 전차선, 레일 및 급전선 도체군의 자기인피던스와 각 도체군간의 상호어드미턴스, 그리고 각 도체군 서로간의 상호 인피던스로 표현되었다. 이 모델은 전력계통에서 사용하는 중거리 선로 모델을 이용한 것이다. 이 모델의 수식화는 다음 식 (1) ~ (3)과 같다. 먼저 식 (1)은 그림 2의 A 및 C부분의 수식 모델이며, 식 (2)는 병렬 어드미턴스 부분인 B부분의 모델이다. 각각의 모델을 합하는 수식은 식 (3)에 나타내었다.



<그림 2> 전차선로 모델

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & Z_{11}+Z_{00}-2Z_{10} & Z_{00}+Z_{12}-Z_{10}-Z_{20} \\ 0 & 1 & Z_{10}-Z_{00}-Z_{12}+Z_{20} & 2Z_{20}-Z_{00}-Z_{22} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \\ I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = M_Z \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \\ I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \\ I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ Y_{10}+Y_{12} & Y_{12} & 1 & 0 \\ -Y_{12} & -Y_{20}-Y_{12} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \\ I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = M_Y \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \\ I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \\ I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = M_Z \cdot M_Y \cdot M_Z \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \\ I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = M_{LINE} \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \\ I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} \quad (3)$$

이상의 기존 모델은 전력계통의 중거리 선로 모델로서 전력계통에서는 선로의 길이가 수십km일 경우에 사용되고 있다. 전차선로의 경우 편상의 급전거리는 보통 30km이므로 기존 모델이 우수할 수 있으나 전기철도의 경우 발생하는 고조파의 차수가 고차인 특징이 있어 급전거리는 짧지만 이를 집중정수의 중거리 선로로 표현한다면 시스템 해석시 오차 함유 가능성이 높다. 따라서 본 논문에서는 분포정수를 이용한 전차선로 모델을 제안한다.

3. 제안하는 전차선로 모델

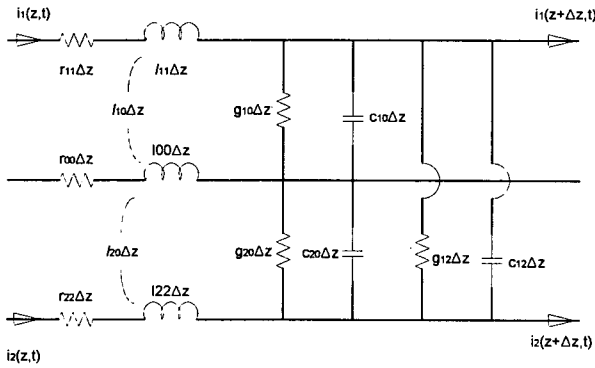
본 논문에서 제안하는 전차선로는 서론에서도 언급하였듯이 MTL 모델을 이용하였다. MTL 이란 Multiconductor Transmission Lines의 약자로서 다도체로 이루어진 송전선로의 시간 및 공간에 따른 미분 방정식의 형태로 제안 하였다.

3.1 등가회로

그림 3은 제안한 전차선로 모델이다. 그림에서 보듯이 전차선로를 구성하는 최상단에 표현된 도체군은 전차선 도체군이고, 두 번째는 레일을 표현한 것이며, 마지막 도체군은 급전선 모델이다. 각 도체의 인덕스는 전차선을 1, 레일을 0, 급전선을 2로 표기하였다. 또한 전차선로의 위치 인덕스는 z로 표현하였다.

각 도체군의 회로 구성은 각각의 셀프 임피던스를 저항과 인덕턴스로 구성하였으며, 각 도체군 간의 상호 어드미턴스는 서셉턴스와 캐패시턴스로 구성하였다. 마지막으로, 각 도체군간 상호 임피던스는 인덕턴스로 구성하였다.

그림에서 보는 전차선로의 직렬 및 병렬 임피던스(또는 어드미턴스)들은 전차선로 전체 길이에 걸쳐서 균등하게 분포하고 있어서 선로의 어느부분을 떼어 보더라도 그림 3과 같은 회로가 될 것이다. 그림의 회로는 전체 선로에서 미소 거리 Δz 부분을 떼어낸 것을 보여주고 있다.



〈그림 3〉 제안하는 전차선로 회로 모델

3.2 수식

본 절에서는 제안한 전차선로의 수식모델을 정식화하기로 한다. 그림 3의 회로에서 좌측의 위치는 z이며, 우측 터미널은 $z+\Delta z$ 로서 그림 3 회로의 길이는 Δz 이다. 또한, 전류는 z가 증가하는 방향, 좌측에서 우측으로 흐르는 것으로 하였다. 모델의 회로 방정식을 정식화하기 위한 가정은 다음과 같다.

- 전차선로는 균일한 선로정수 값을 가지며 주위 매질 또한 균일하다.
- 레일에는 전차선과 급전선에 흐르는 전류의 귀환 전류만 흐른다.

이상의 조건을 전제로 제안한 전차선로 모델의 회로 방정식은 다음 식들과 같다. 먼저, 전차선 도체군에 각 회로 소자에 대한 전압강하에 대한 수식은 식 (4)와 같다. 또한 급전선에서의 전압강하는 식 (5)와 같다. 전차선 및 급전선 도체군의 전압강하에는 각 선로의 자기 임피던스에 의한 전압강하는 물론이고, 각 도체간 상호 임피던스에 의한 전압강하가 포함되어 있다.

또한 세 도체군 사이에 작용하는 상호 어드미턴스에 의한 전류 분포에 관한 식이 KCL에 의해 식 (6)과 식 (7)에 표현되었다. 식 (6)과 (7)은 그림 3에서 병렬로 표현된 도체간 어드미턴스에 흐르는 전류에 대한 식으로서 서셉턴스와 캐패시턴스에 흐르는 전류값을 미분 방정식으로 표현하고 있다.

식 (8)은 레일에 흐르는 전류에 대한 것으로 전차선과 급전선에 흐르는 전류는 레일을 통하여 귀로하는 것을 나타낸 것이다.

식 (4)~(7) 모든 회로 정수는 모두 단위 길이에 대한 값으로서 그림 3에는 미소거리 Δz 가 곱해져 Δz 거리에 대한 값들이다.

$$v_1(z+\Delta z, t) - v_1(z, t) = r_{11}\Delta z i_1(z, t) + r_{00}\Delta z i_0(z, t) - l_{00} \frac{\partial i_0(z, t)}{\partial t} - l_{10}\Delta z \frac{\partial i_0(z, t)}{\partial t} - l_{11}\Delta z \frac{\partial i_1(z, t)}{\partial t} - l_{12}\Delta z \frac{\partial i_2(z, t)}{\partial t} \quad (4)$$

$$v_2(z+\Delta z, t) - v_2(z, t) = r_{22}\Delta z i_2(z, t) + r_{00}\Delta z i_0(z, t) - l_{00} \frac{\partial i_0(z, t)}{\partial t} - l_{20}\Delta z \frac{\partial i_0(z, t)}{\partial t} - l_{21}\Delta z \frac{\partial i_1(z, t)}{\partial t} - l_{22}\Delta z \frac{\partial i_2(z, t)}{\partial t} \quad (5)$$

$$i_1(z+\Delta z, t) - i_1(z, t) = -g_{10}\Delta z v_1(z, t) + g_{12}\Delta z (v_1(z, t) - v_2(z, t)) - c_{10}\Delta z \frac{\partial v_1(z, t)}{\partial t} - c_{12}\Delta z \frac{\partial (v_1(z, t) - v_2(z, t))}{\partial t} \quad (6)$$

$$i_2(z+\Delta z, t) - i_2(z, t) = -g_{20}\Delta z v_2(z, t) + g_{21}\Delta z (v_2(z, t) - v_1(z, t)) - c_{20}\Delta z \frac{\partial v_2(z, t)}{\partial t} - c_{21}\Delta z \frac{\partial (v_2(z, t) - v_1(z, t))}{\partial t} \quad (7)$$

$$i_0 = -(i_1 + i_2) \quad (8)$$

위 식 (4)~(7)에 식 (8)을 대입하고, 각 식의 양변을 Δz 로 나누어 주면, 좌측변은 도함수의 형태로 표현된다. 좌측변의 분모가 된 Δz 를 0으로 보내면 (즉, $\lim_{\Delta z \rightarrow 0}$ 을 양변에 취하면), 다음과 같은 미분 방정식 4개가 도출된다.

식 (9)~(12)는 전압과 전류의 1계 미분 방정식을 나타낸다. 아래의 방정식을 살펴보면, 미지수가 v_1, v_2, i_1, i_2 등 4개이며, 방정식의 개수도 4개이기 때문에 해를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial v_1(z, t)}{\partial z} = (r_{11} - r_{00}) i_1(z, t) - r_{00} i_2(z, t) + (l_{00} + l_{10} - l_{11}) \frac{\partial i_1(z, t)}{\partial t} + (l_{00} + l_{10} - l_{12}) \frac{\partial i_2(z, t)}{\partial t} \quad (9)$$

$$\frac{\partial v_2(z, t)}{\partial z} = -r_{00} i_1(z, t) + (r_{22} - r_{00}) i_2(z, t) + (l_{00} + l_{20} - l_{21}) \frac{\partial i_1(z, t)}{\partial t} + (l_{00} + l_{20} - l_{22}) \frac{\partial i_2(z, t)}{\partial t} \quad (10)$$

$$\frac{\partial i_1(z, t)}{\partial z} = (-g_{10} + g_{12}) v_1(z, t) - g_{12} v_2(z, t) - (c_{10} + c_{12}) \frac{\partial v_1(z, t)}{\partial t} + c_{12} \frac{\partial v_2(z, t)}{\partial t} \quad (11)$$

$$\frac{\partial i_2(z, t)}{\partial z} = -g_{21} v_1(z, t) + (-g_{20} + g_{21}) v_2(z, t) + c_{21} \frac{\partial v_1(z, t)}{\partial t} - (c_{20} + c_{21}) \frac{\partial v_2(z, t)}{\partial t} \quad (12)$$

4. 결 론

본 논문에서는 교류전기철도의 급전시스템 정밀 해석을 위한 전차선로의 새로운 모델을 제안하였다. 제안한 모델은 MTL 모델을 기반으로 하여, 분포정수를 이용하였다. 또한 기존의 T 등가 모델로 제시되어 왔던 전차선로 등가 회로를 전력계통의 장거리 선로 모델 형태로 제안하여 향후 고차 고조파 해석이나 EMI/EMC 해석에도 유용하게 사용될 수 있도록 하였다.

제안한 전차선로 등가회로의 수식모델은 1계 도함수가 포함된 방정식이며, 구축된 수식 모델을 이용하여 향후에는 수식 모델의 해법과 기존 T 등가 모델과의 비교를 통하여 제안한 모델의 정당성 및 정밀도를 제시할 것이며, 모델의 확장을 통하여 고속철도에서 사용되는 PP(Parallel Past) 방식에 적합한 모델도 구축할 예정이다. 또한 전차선로 모델 뿐 아니라 급전시스템의 다른 설비에 대한 모델도 개발하여 종합적인 시스템 해석이 이루어지도록 할 것이다.

[참 고 문 헌]

- [1] 한국철도기술연구원, '전류 MAP을 이용한 전차선로 관리시스템 구축 연구', 1999
- [2] Clayton R. Paul, 'Analysis of Multiconductor Transmission Lines', Wiley-interscience', 1994
- [3] Andrea Mariscotti, et. al., "Determination of the Electrical Parameters of Railway Traction Lines: Calculation, Measurement, and Reference Data", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 19, No. 4, pp.1538-1546, 2004
- [4] R.J.Hill, et. al., "Electromagnetic field modeling for transmission line distributed parameters of railway track" IEE Proc.-Electr. power Appl., Vol. 146, pp. 53-59, 1999
- [5] 한국철도기술연구원, '고속전철 서울-대전구간 고조파, 전압불평형, 역률 예측계산 및 대책설계', 2000