터빈 블레이드의 구조동역학해석에 근거한 시스템 인자들의 고사이클 피로수명에 대한 영향도분석

Study on the Effects of System Parameters on the High Cycle Fatigue Life Based on Structural Dynamic Analysis of a Turbine Blade System

권성훈*·임홍석**·유홍희†

Sung Hun Kwon, Hong Seok Lim and Hong Hee Yoo

Key Words : Turbine Blade(터빈 블레이드), High Cycle Fatigue Life(피로수명), Stress Based Approach(응력-수명 방법), Rainflow Cycle Counting(빗방울 사이클 횟수 계산), Structural Dynamic Analysis(구조동역학해석)

ABSTRACT

In this paper, the effects of the system parameters on the high cycle fatigue life based on structural dynamic analysis of a turbine blade are investigated. Conventional studies have forcused on the fatigue life of turbine blades with specific system parameters. However, each parameter has statistical deviation because of inhomogeneity of material property, tolerance, and operating conditions. Therefore a methodology that estimates the effects of system parameter on the fatigue life deviation is demonstrated.

1. 서 론

터빈은 고온 고압하에서 장시간 운용되기 때문에 수명예측을 통해 안정성 확보가 필요하다. 특히 터빈 블레이드는 파손사고 발생건수가 다른 부품에 비해 많은 편이다. 블레이드는 고속으로 장시간 회전하는 동안 원심력 등의 정적인 힘과 진동 등에 의한 동적인 힘이 작용된다. 따라서 파손사고의 원인은 피로파괴, 부식피로, 응력부식, 침식, 제작 및 조립 불량, 운전과실, 설계불량 등으로 다양하다. 그 중에서 피로파괴는 블레이드에 가해지는 동적인 힘에 의해 주로 발생하는데 고속으로 운전되는 터빈의 특성상 고사이클에 도달하는데 걸리는 시간이 짧기 때문에 구조동역학해석을 통해 고사이클 피로수명을 예측하는 연구가 필요하다.

회전하는 구조물에 대한 연구는 프로펠러의 동특성을 살펴본 Southwell[1]을 기원으로 한다. 그러나 Scilhansl[2] 등의 연구와 같이 대부분 진동에 관한 내용으로 구조동역학 해석을 통한 과도상태에 대한 연구는 Simo[3], Kane[4] 등에 의해 수행되어 왔다. 이후 최창민[5] 등은 이러한 과도상태에서 발생하는 외팔보의 응력분포에 관한 연구를 수행하였다.

블레이드의 피로파괴에 관한 연구는 활발하게 이루어지고 있다 Congleton[6] 등은 유한요소법(FEM)을 이용하여 블레이드 루트와 디스크의 접촉면에 대한 응력해석을 수행하였고, Vyas[7] 등은 피로손상을 선형탄성 파괴역학 및 변형률 수명 접근법을 통하여 피로수명을 해석하였다. 또한 Rao[8] 등은 터빈 블레이드 운전시 과도한 공진응력이 발생하는 경우에 대한 터빈 블레이드의 피로수명을 평가하였다. 국내에서는 김효진[9] 등이 터빈 블레이드의 손상 기구를 분석하고 이의 진단방법과 수명평가 기술을 소개하였고, 남승훈[10] 등은 증기 터빈 블레이드의 균열성장특성을 분석하였다. 하지만 지금까지의 연구들은 특정한 값을 가지는 시스템 인자들로 구성된 블레이드를 대상으로 해 왔다. 최근에 와서 확률론적인 관점에서 블레이드의 피로수명을 평가한 연구[11], [12]들이 있으나 이는 피로실험을 통해 통계적인 편차를 고려하는 내용이므로 시스템 인자들의 통계적인 편차에 따른 피로 수명의 영향을 해석한 연구는 거의 발견되지 않고 있다.

본 논문에서는 터빈 블레이드를 회전 외팔보로 모델링하여 구조동역학해석을 수행한 후 이를 빗방울 사이클 횟수 계산법을 통해 응력 이력으로 바꾸어 피로 해석을 수행하였다. 그리고 블레이드를 구성하는 여러 시스템 인자들의 값을 변화시킨 후 이에 따른 피로 수명의 변화를 살펴봄으로써

† 책임저자 ; 정회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
Tel : (02) 2220-0446, Fax : (02) 2293-5070
* 정회원, 한양대학교 대학원 기계공학과
** 한양대학교 대학원 기계공학과

어떤 인자가 피로 수명의 편차에 가장 큰 영향을 주는지를 제시하였다는 점에서 그 고유성을 갖는다.

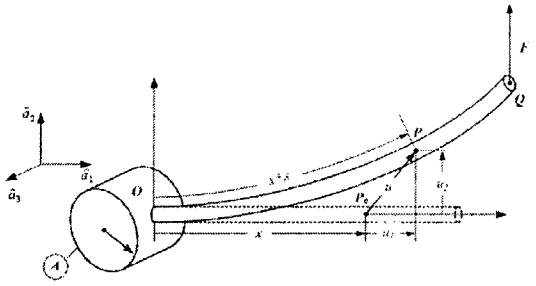

Fig. 1 Configuration of a rotating cantilever beam

2. 운동방정식

2.1 운동방정식 유도과정

이 절에서는 참고문헌 14 을 참고하여 복합변형 변수를 이용한 회전 외팔보의 운동방정식 유도과정을 소개하였다.

Fig. 1 은 회전하는 축 A 에 고정된 외팔보의 형상이며 기준 좌표계와 사용된 탄성변위를 보여준다. $\hat{a}_1$ 과 $\hat{a}_2$ 는 기준계(reference frame) A 에 부착된 서로 수직인 단위 벡터를 나타내며, x 는 보의 고정점 O 로부터 변형 전 임의점 P_0 까지의 거리를 나타낸다. 또한 $\vec{u}$ 는 P_0 로부터 P 까지의 탄성변위이며 u_1, u_2 는 각각 $\vec{u}$ 의 $\hat{a}_1$ 과 $\hat{a}_2$ 방향 변위이며 s 는 인장 변위이다. 모드방법을 이용해 상미분 운동방정식을 유도하기 위해 s 와 u_2 를 다음과 같이 근사화한다.

$$s = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t) \tag{1}$$

$$u_2 = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t) \tag{2}$$

여기서 ϕ_{1i} 와 ϕ_{2i} 는 인장방향과 굽힘방향의 모드 함수들이고, q_{1i} 와 q_{2i} 는 시간의 함수인 일반좌표들이며, μ_1 과 μ_2 는 일반좌표의 수이다. 반경 r 인 강체축 A 가 $\vec{a}_3$ 방향으로 속력 Ω 로 회전할 때 A 의 각속도와 P 점의 속도는 다음과 같이 구해진다.

$$\vec{\omega}^A = \Omega \hat{a}_3 \tag{3}$$

$$\vec{v}^P = (\dot{u}_1 - \Omega u_2)\hat{a}_1 + [\dot{u}_2 + \Omega(r + x + u_1)]\hat{a}_2 \tag{4}$$

u_1 은 s 와 u_2 로 표현되어야 하므로 다음과 같이 참고문헌에 제안된 기하학적 제한 조건을 사용한다.

$$s = u_1 + \frac{1}{2}\int_0^x \left(\frac{du_2}{d\sigma}\right)^2 d\sigma \tag{5}$$

Kane 의 방법에 따라 운동방정식을 구하기 위해 P 점의 편속도를 구하면 다음과 같다.

$$\vec{v}_{1i}^P \equiv \frac{\partial \vec{v}^P}{\partial \dot{q}_{1i}} = \phi_{1i}\hat{a}_1 \tag{6}$$

$$\vec{v}_{2i}^P \equiv \frac{\partial \vec{v}^P}{\partial \dot{q}_{2i}} = -\sum_{j=1}^{\mu_2}\left(\int_0^x \phi_{2i,\sigma}\phi_{2j,\sigma}q_{2j}d\sigma\right)\hat{a}_1 + \phi_{2i}\hat{a}_2 \tag{7}$$

보에 위치한 점 Q 에 외부하중 $\vec{F}$ 가 작용하는 경우 운동방정식은 다음과 같다.

$$\int_0^L \rho \frac{d\vec{v}^P}{dt}\cdot\vec{v}_{ki}^P dx + \frac{\partial U}{\partial q_{ki}} = \vec{F}\cdot\vec{v}_{ki}^Q \tag{8}$$

여기서 L 과 ρ 는 보의 길이와 단위길이당 질량을 나타내고 U 는 탄성에너지로 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2}\int_0^L \left[EA\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2 + EA\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}\right)^2\right]dx \tag{9}$$

여기서 E 는 영의 계수, A 는 보의 단면적, 그리고 I 는 보의 2 차 면적 모멘트이다.

외부 하중 $\vec{F}$ 는 다음과 같이 이상화하여 보의 끝단에 작용한다고 가정하였다.

$$\vec{F} = F\sin(\Omega t)\hat{a}_3 \tag{10}$$

운동방정식은 이상의 과정을 종합하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_1}\left(M_{ij}^{11}\ddot{q}_{1j}-\Omega^2 M_{ij}^{11}q_{1j}+K_{ij}^{S}q_{1j}\right)$$
$$-\sum_{j=1}^{\mu_2}\left(2\Omega M_{ij}^{12}\dot{q}_{2j}+\dot{\Omega}M_{ij}^{12}q_{2j}\right) \quad (11)$$
$$=r\Omega^2 P_{1i}+\Omega^2 Q_{1i}$$
$$i=1,\,2,\,\cdots,\,\mu_1$$

$$\sum_{j=1}^{\mu_2}\left[M_{ij}^{22}\ddot{q}_{2j}+\left\{K_{ij}^{B}-\Omega^2 M_{ij}^{22}\right.\right.$$
$$\left.\left.+r\Omega^2 K_{ij}^{G1}+\Omega^2 K_{ij}^{G2}\right\}q_{2j}\right]$$
$$+\sum_{j=1}^{\mu_1}\left(2\Omega M_{ij}^{21}\dot{q}_{1j}+\dot{\Omega}M_{ij}^{21}q_{1j}\right) \quad (12)$$
$$=-r\dot{\Omega}P_{2i}-\dot{\Omega}Q_{2i}+\phi_{2j}(L)F\sin(\Omega t)$$
$$i=1,\,2,\,\cdots,\,\mu_2$$

여기서

$$M_{ij}^{kl}\equiv\int_0^L\rho\phi_{ki}\phi_{lj}dx$$
$$K_{ij}^{S}\equiv\int_0^L EA\phi_{1i,x}\phi_{1j,x}dx$$
$$K_{ij}^{B}\equiv\int_0^L EI\phi_{2i,xx}\phi_{2j,xx}dx$$
$$K_{ij}^{G1}\equiv\int_0^L\rho(L-x)\phi_{2i,x}\phi_{2j,x}dx \quad (13)$$
$$K_{ij}^{G2}\equiv\int_0^L\frac{\rho}{2}(L^2-x^2)\phi_{2i,x}\phi_{2j,x}dx$$
$$Q_{ki}\equiv\int_0^L\rho\phi_{ki}dx$$
$$P_{ki}\equiv\int_0^L\rho x\phi_{ki}dx$$

2.2 변형률 응력 관계

보가 2 차원 평면운동을 할 경우 인장변형과 굽힘변형에 의한 응력이 발생한다. 각각의 응력은 참고문헌 6 을 참고하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_s=E\varepsilon=E\frac{\partial s}{\partial x}=E\sum_{i=1}^{\mu_1}\frac{\partial\phi_{1i}}{\partial x}q_{1i} \quad (14)$$

$$\sigma_b=\frac{M_b y}{I}=Ey\sum_{i=1}^{\mu_2}\frac{\partial^2\phi_{2i}}{\partial x^2}q_{2i} \quad (15)$$

여기서 σ_s는 인장응력, σ_b는 굽힘 응력, y는 중립축에서 떨어진 거리이며 M_b는 굽힘방향 모멘트이다.

3. 피로해석

3.1 응력 -수명 방법

응력-수명 방법은 작용응력이 재료의 탄성영역 내에 주로 있고 수명이 긴 경우에 주로 사용되는 해석방법으로 재료의 S-N 선도를 사용하여 파괴시까지의 반복수를 얻을 수 있다.

다음은 평균 응력이 존재하는 경우 피로수명을 예측하기 위한 식으로 식 (16)은 Goodman 방법, 식 (17)은 Gerber 방법 그리고 식 (18)은 이다.

$$\frac{\sigma_a}{S_e}+\frac{\sigma_m}{S_u}=1 \quad (16)$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e}+\left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2=1 \quad (17)$$

$$\sigma_a=(\sigma_f-\sigma_m)(2N_f)^b \quad (18)$$

여기서 σ_m은 평균응력, σ_a는 응력진폭을 나타낸다. 그리고 S_e는 피로한도, S_u는 인장강도, σ_f는 피로강도계수 그리고 b는 피로 강도 지수로 재료의 물성치이다.

변동하중에 의해 발생하는 누적 손상을 분석하기 위해 식(19)로 표현되는 Miner 법칙을 사용하였다.

$$D=\sum_{i=1}^{n}\frac{n_i}{N_i} \quad (19)$$

여기서 D는 누적 손상 계산값이고 n_i는 응력진폭이 가해진 사이클 횟수, 그리고 N_i는 그 응력진폭이 가해졌을 때의 수명을 나타낸다.

4. 해석결과

4.1 구조동역학 해석

수치해석은 AISI 4340Steel 의 물성치를 사용하였으며 구체적인 값은 Table 1 에 나와 있다.

Table 1 Material Property of AISI4340 Steel

Notation	Numerical Data
ρ	$0.1560 kg/m$
h	$0.001 m$
r	$0.05 m$
A	$2.0\times10^{-5} m^2$
L	$0.1 m$
E	$193\times10^{9} N/m^2$
I	$1.67\times10^{-12} m^4$
P	$18 N$
σ_f	$1730\times10^{8} Pa$
S_e	$3.68\times10^{8} Pa$
S_u	$7.58\times10^{8} Pa$
b	-0.076

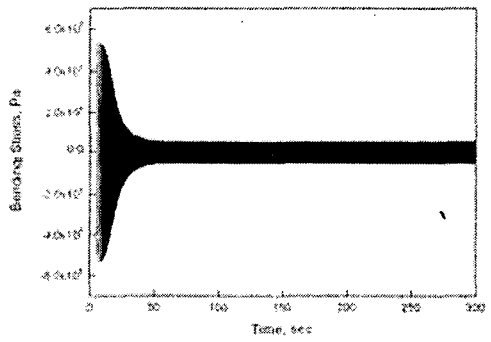

Fig.2 Bending Stress

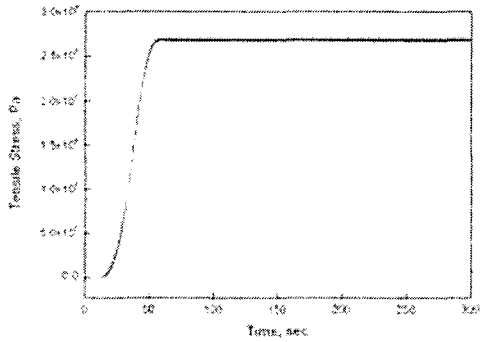

Fig.3 Tensile Stress

외팔보는 다음과 같이 1 분동안 스핀업 모션으로 각속도가 증가하여 1800rpm 에 도달한 후 5 분까지 해석하였다.

$$\Omega = \frac{\Omega_s}{T_s}\left(t - \frac{T_s}{2\pi}\sin\frac{2\pi t}{T_s}\right) \quad (0 \le t \le t_s)$$
$$\Omega = \Omega_s \quad (t \ge t_s) \qquad (20)$$

Fig. 2 와 Fig. 3 은 각각 인장 응력과 굽힘 응력을 나타낸다. 또한 인장 응력과 굽힘 응력은 모두 $\hat{a}_1$ 방향이므로 최대 응력은 Fig. 4 와 같다.

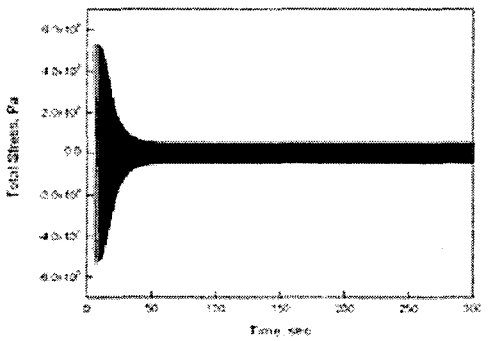

Fig.4 Total Stress

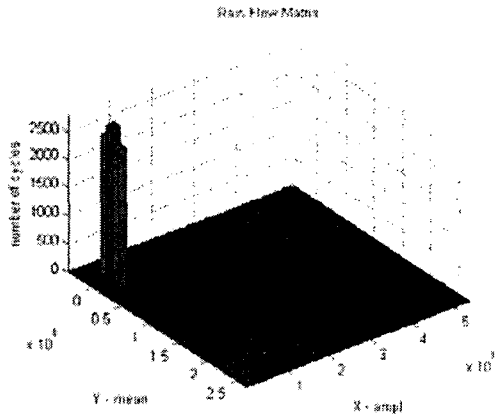

Fig. 5 Cycle of Dynamic Loading

4.2 피로 수명 측정

Fig.4 에서 구한 응력 이력을 빗방울 사이클 횟수 계산법을 이용하여 Fig. 5 와 같은 결과를 얻을 수 있다. 이러한 집계를 식(16), (17), (18)에 적용하여 피로 수명을 얻을 수 있다.

Table 2. 는 모드의 개수에 피로 수명의 수렴 정도를 나타낸다. 인장방향 모드함수의 개수가 3 개, 굽힘방향 모드함수의 개수가 8 개 이상이 되면 피로 수명이 수렴하는 것을 볼 수 있다. 따라서 이 후의 해석은 모두 $\mu_1 = 3, \mu_2 = 8$ 을 사용하였다.

Table 2 Convergence of Fatigue Life estimation

No. of Mode Function	Basquin' Equation	Goodman' s Method	Gerber' s Method
$\mu_1 = 3, \mu_2 = 3$	105791.4	105451.9	105928.5
$\mu_1 = 3, \mu_2 = 5$	123576.9	123191.5	123740.2
$\mu_1 = 3, \mu_2 = 8$	141607.3	141173.5	141798.6
$\mu_1 = 3, \mu_2 = 10$	141607.3	141173.5	141798.6

4.3 영향도 분석

앞서 서술한 바와 같이 각각의 시스템 인자들은 재료가 비균질성, 공차 또는 다양한 운전조건에 따라 그 값이 통계적 분포를 가진다. 이를 고려하기 위해 본 논문에서는 각각의 인자들을 제시된 기준값에서 3%, 6%, 12%씩 변화시키면서 피로수명이 어떻게 변화되는 지를 살펴보았다.

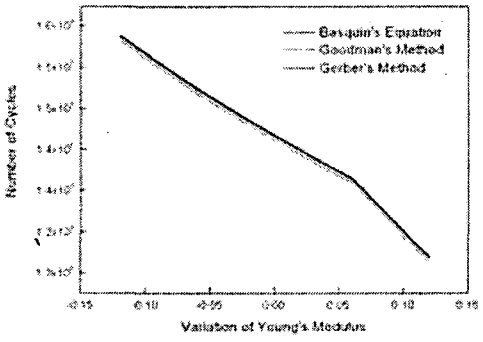

Fig. 6 Effect on Variation of Young' s Modulus

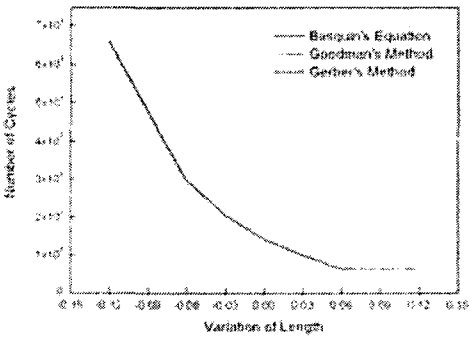

Fig. 7 Effect on Variation of Length

Fig. 6, 7, 8 그리고 9 는 시스템의 탄성계수, 길이, 가진력, 그리고 밀도가 변화할 때의 피로 수명의 변화를 나타낸다. 그림에서 탄성계수와 밀도는 상대적으로 피로 수명의 변화량이 크지 않음을 알 수 있다. 그러나 가진력의 크기와 길이는 상대적으로 많은 피로수명의 변화를 야기한다. 특히 가진력은 Basquin's Equation 을 적용할 경우 피로수명이 761503.7 에서 31870.1까지 변화한다.

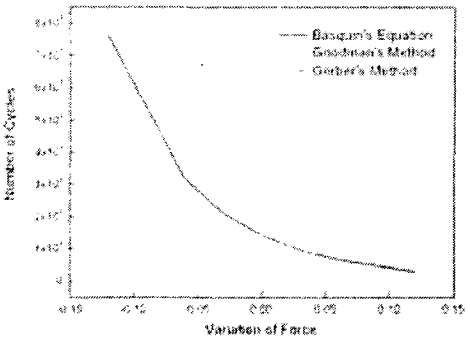

Fig. 8 Effect on Variation of Force

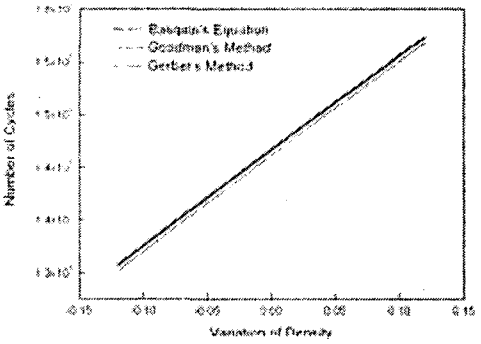

Fig. 9 Effect on Variation of Density

5. 결론

본 논문에서는 터빈 블레이드의 구조 동역학 해석을 수행한 뒤 이를 하중이력으로 하여 응력-수명 방법을 통해 피로수명을 예측하였으며 모드함수의 개수에 따른 수렴성을 조사하였다. 또한 탄성계수, 길이, 가진력 그리고 밀도와 같은 시스템 인자들의 수치가 바뀜에 따른 피로 수명의 변화를 살펴보았다. 탄성계수나 밀도의 변화는 재료의 비균질성과 관련이 있는 시스템 인자이며 길이는 제작상의 공차, 가진력은 운전조건과 밀접한 관계가 있는 인자이다. 이러한 해석을 통해 가진력이 피로 수명에 미치는 영향이 가장 큰 것으로 밝혀졌으므로 블레이드의 피로 수명에 가장 큰 영향을 끼치는 것은 운전 조건이라는 사실을 알 수 있었다. 이 논문에서 제시된 방법을 통해 블레이드의 피로 수명을 고려한 설계 시 유용하게 사용될 수 있으며 관련 연구 분야에 널리 응용될 수 있으리

라 판단된다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계 신기술센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

다음의 양식을 참고하셔서 작성해 주시기 바랍니다.

(1) Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades," British A. R. C. Reports and Memoranda No.766.

(2) Scilhansl, M., 1958, "Bending Frequency of a Rotating Cantilever Beam," Trans. Of ASME J. of Appl. Mech., Vol.25, pp.28~30.

(3) Simo, J. and Vu-Quoc, L., 1986, "On the Dynamics of Flexible Beams under Large Overall Motions-the Plane Case : Part I and Part II," Trans. Of ASME J. of Appl. Mech., Vol.53, pp849~863

(4) Kane, T., Ryan, R., and Banerjee, A., 1987, "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base," J. of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 10, pp.139~151.

(5) 최창민, 유홍희, 양현익, 2000, "회전 외팔보의 과도상태 진동시 발생하는 응력분포 연구", 한국소음진동공학회지, 제 10 권, 제 2 호, pp.306~311.

(6) Congleton J. and Chen W, 1990, "The Fatigue Life of a 13%Cr Turbine Blade Steel,: *Int.* J. of Fatigue, Vol. 12, pp. 91~98.

(7) Vyas, N. S., Sidharth and Rao, J. S., 1997, "Dynamic Stress Analysis and a Fracture Mechanics Approach to life Prediction of Turbine Blades," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 32, No. 4, pp.511~527.

(8) Vyas, N. S. and Rao, J. S., 1994, "Fatigue Life Estimation Procedure for a Turbine Blade Under Transient Loads," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 116, pp. 1171~1176.

(9) 김효진 등, 1998, "증기터빈 블레이드의 파손방지를 위한 동특성해석", 유체기계저널 제 1 권 제 1 호, pp.17~23.

(10) 남승훈, 외 4 명, 1990, "스팀터빈 블레이드 소재에서의 미소균열 성장특성," 대한금속학회지, Vol. 28, No. 10, pp. 685~690.

(11) 정화영, 2001, "증기 터빈 블레이드의 피로수명 및 강도에 대한 확률론적 해석," 한양대학교 대학원 석사 학위논문.

(12) 황진호, 2005, "신뢰성 해석 기법에 의한 저압 증기터빈 블레이드의 건전성 평가," 한양대학교 대학원 석사 학위논문.