

# 역경계요소소법에 기초한 근접음장 음향홀로그래피에서 마이크로폰 이동 저감을 위한 반사체 이용

## Use of a reflective body for the reduction of the microphone movement in the near-field acoustical holography based on the inverse boundary element method

김성일† · 정지훈\* · 이정권\*\*

Sung-Il Kim, Ji-Hoon Jeong and Jeong-Guon Ih

**Key Words** : near-field acoustical holography, boundary element method, inverse problem

### ABSTRACT

역경계요소법에 기초한 근접음장 음향홀로그래피는 근접 음장에서의 음압 측정과 음향경계요소법을 이용한 전달함수를 이용하여 소음원의 특성을 재구성하고, 임의 형상의을 갖는 소음원을 재구성 할 수 있는 강점이 있지만, 음압 측정에 많은 마이크로폰이 필요로 한다. 많은 실험 비용을 줄이기 위해, 본 연구에서는 마이크로폰이 고정된 상태에서 반사체를 추가하여 음장을 변화시키고, 이 상태에서 측정된 음압을 음원 재구성의 추가 정보로 이용하는 방법이 제안되고, 적용예제로서 모터의 표면 속도를 재구성 하였다. 직육면체 강체 반사체를 이용하여, 각 마이크로폰 위치에서 2 배수의 음압을 얻어, 이를 재구성에 이용하였다. 또한 수치유효랭크를 이용하여 재구성에 사용된 모우드의 개수를 계산하였다.

### 1. 서론

역경계요소법(inverse boundary element method)에 기초한 근접음장음향홀로그래피(near-field acoustical holography)는 1980 년대 제안[1]된 이래로, 경계요소로 음원을 모델링하여, 임의의 형상을 갖는 음원을 재구성 할 수 있는 장점으로 널리 사용되어 왔으나, 최대관심주파수에 기준하여, 음원 경계요소의 최대 크기가 제한되어, 복잡하고, 큰 음원일수록 경계요소모델에 많은 절점과 요소가 필요하다는 단점이 있다. 절점 수는 재구성에서 미지수의 개수를 의미하고, 음장의 음압 측정 수는 방정식의 개수를 의미한다. 측정시에는 항상 배경잡음이 존재하므로, 방정식수의 개수가 많은 것이 바람직하다. 이처럼 많은 실험비용을 줄이기 위해, 강체반사체를 이용하는 방법[2-6]은 마이크로폰이 고정된 상태에서 반사체를 음장에 위치시켜, 음압을 다시 측정하면, 한번에 사용하는 마이크로폰의 개수만큼 새로운 방정식을 얻게 된다. 이를 이용하여, 마이크로폰의 이동회수가 적은 실험을 할 수 있다.

### 2. 기본 이론

#### (1) 진동음향전달행렬

역경계요소법에 기초한 음향홀로그래피는 Kirchhoff-Helmholtz 적분방정식을 이용한다.

$$c(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \int_{S_0} \left[ p(\mathbf{r}_0) \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)}{\partial n(\mathbf{r}_0)} + j\rho\omega v_n(\mathbf{r}_0)G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \right] dS \quad (2.1)$$

이때,  $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}$  는 각각 음원과 측정점의 위치벡터를 나타내고,  $p$  와  $v_n$  는 각각 음압과 수직속도를,  $c$  는 입체각을 나타낸다.  $G$  는 음원과 측정점 간의 Green 함수를 나타낸다.

그림 2.1 과 같이 음원과 수음점이 있을 경우, 두 점의 전달함수를 음원 표면의 압력과 수직속도를 적분을 통해 구할 수 있는데, 경계요소법을 이용하여 이 적분을 이산화한다. 식(2.1)을 이산화시킨 후, 수음점의 위치에 따라 표면 방정식(2.2) 과 음장 방정식(2.3)으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{D}_s \mathbf{p}_s = \mathbf{M}_s \mathbf{v}_s \quad (2.2)$$

$$\mathbf{p}_f = \mathbf{D}_f \mathbf{p}_s + \mathbf{M}_f \mathbf{v}_s \quad (2.3)$$

여기서,  $\mathbf{M}$  과  $\mathbf{D}$  은 각각 단극행렬과 쌍극행렬을 나타내고, 아랫첨자  $s$  는 음원을,  $f$  는 음장을 의미

† 김성일; 한국과학기술원 기계공학과  
E-mail : pareut@kaist.ac.kr  
Tel : (042) 869-3075, Fax : (042) 869-8220

\* ㈜현대자동차

\*\* 한국과학기술원 기계공학과

한다. 식(2.3)을 식(2.2)에 대입하면, 표면의 수직속도와 음장의 음압사이의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{p}_f = (\mathbf{D}_f \mathbf{D}_s^{-1} \mathbf{M}_s + \mathbf{M}_f) \mathbf{v}_s \equiv \mathbf{G}_v^s \mathbf{v}_s \quad (2.4)$$

여기서  $\mathbf{G}_v$ 는 진동음향전달행렬로 정의한다.

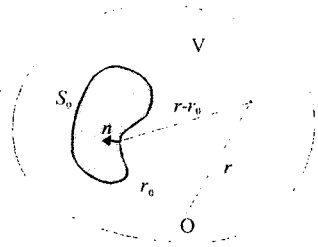


그림 2.1. 음원과 수음점의 정의.

(2) 강체반사체를 포함하는 진동음향전달행렬

그림 2.2와 같이 반사체가 음장에 있을 경우에는 (2.2)와 (2.3)을 반사체 표면에서의 음압과 수직속도를 포함하는 식으로 쓸 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_s & \mathbf{D}_{sr} \\ \mathbf{D}_{rs} & \mathbf{D}_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{p}_s \\ \mathbf{p}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{M}_{sr} \\ \mathbf{M}_{rs} & \mathbf{M}_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{p}_f = (\mathbf{D}_f \mathbf{D}_{fr}) \begin{pmatrix} \mathbf{p}_s \\ \mathbf{p}_r \end{pmatrix} + (\mathbf{M}_s \mathbf{M}_{fs}) \begin{pmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

아래첨자  $r$ 은 반사체를 의미한다. (2.5)과 (2.6)에서 아래첨자가  $s, f$ 로 표시된 행렬은 (2.2)와 (2.3)의 그것과 동일한 행렬이다.

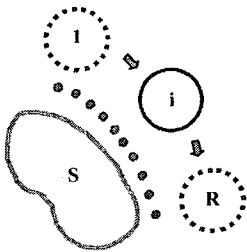


그림 2.2. 음원과 반사체의 이동.

반사체가 강체인 경우에, 표면 속도  $\mathbf{v}_r$ 은 0이고, (2.5)과 (2.6)에 이를 대입하면, (2.4)처럼 음장에서의 음압과 음원에서의 속도의 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{G}_v^i = \left[ (\mathbf{D}_f \mathbf{D}_{fr}) \begin{pmatrix} \mathbf{D}_s & \mathbf{D}_{sr} \\ \mathbf{D}_{rs} & \mathbf{D}_{rr} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{M}_s \\ \mathbf{M}_{rs} \end{pmatrix} + \mathbf{M}_f \right] \quad (2.7)$$

여기서  $i$ 는 반사체의 위치이다. (2.8)은 음장의 측정개수  $m$ 과 음원의 절점수  $n$ 이 동일한 경우에 반사체가 없는 경우의 전달행렬  $\mathbf{G}_v^s$ 와과 같은 크기인  $(m \times n)$ 을 갖는다.

(3) 증가된 전달행렬과 음향홀로그래피

음원의 표면속도는 반사체의 존재에 영향을 받지 않는다는 가정을 사용한다. 이 가정은 매질과 음원 사이의 유체-구조 상호작용이 무시 가능한 경우에는 유효하다고 볼 수 있다. 따라서, 반사체가 존재하는 경우에도 음원 속도는 불변이고, 전달행렬과 음압 만이 변한다고 할 수 있다.

강체 반사체가 총  $R$ 개의 위치에 있는 경우, 진동음향전달행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{G}_v^{total} = [\mathbf{G}_v^s; \mathbf{G}_v^1; \dots; \mathbf{G}_v^R] \quad (2.8)$$

최종 진동음향전달행렬  $\mathbf{G}_v^{total}$ 의 크기는  $\{(I+R)m \times n\}$ 로, 반사체가 없을 때보다  $Rm$ 개의 방정식이 늘어난 것으로, 이는 반사체의 각 위치에서, 음압 측정 개수  $m$ 만큼 방정식이 증가한 것이다.

음장의 음압에서 음원의 속도를 얻는 관계식을 음향홀로그래피 식이라 한다.

$$\mathbf{v}_s = (\mathbf{G}_v^{total})^{\dagger} \mathbf{p}_f \quad (2.9)$$

여기서, 진동음향전달행렬이 일반적으로 정방행렬이 아니므로, 유사역행렬(pseudo-inverse)  $\mathbf{G}_v^{\dagger} = (\mathbf{G}_v^H \mathbf{G}_v)^{-1} \mathbf{G}_v^H$ 을 이용하여, 역행렬을 구하고,  $H$ 는 Hermitian 행렬로 켈레전치행렬이다.

3. 음원 재구성

(1) 특이치 분리

특이치 분리를 이용하면, 진동음향전달행렬은 각 기저벡터들이 이루는 공간의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{G}_v = \sum_{i=1}^l \mathbf{u}_i \sigma_i \mathbf{w}_i^H \quad (3.1)$$

$\mathbf{u}_i$  와  $\mathbf{w}_i$  는 크기  $(m \times 1)$ ,  $(n \times 1)$  인  $i$  번째 특이벡터이고, 유니타리 행렬이다.  $\sigma_i$  ( $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_l > 0$ ) 는  $i$  번째 특이치이다.  $l$  는 진동음향전달행렬의 랭크다.

(2) 정규화

진동음향전달행렬은 ill-posed 된 특성을 가지고 있다. 이는 특이치 분리의 기저벡터를 중에서, 고차 모드 들은 상대적으로 감쇠가 많이 되고, 음원 재구성을 위하여, 역행렬을 구하는 경우에, 가중치가 낮은 모드가 증폭되고, 이로 인해, 측정 잡음과 같은 고주파 성분들이, 큰 재구성 오차를 초래한다.

이를 방지하기 위하여, 정규화 방법을 사용해 오고 있다. 본 논문에선 Tikhonov 방법을 이용한다.

$$\min \left\{ \left\| \mathbf{G}_v \hat{\mathbf{v}}_s - \tilde{\mathbf{p}}_f \right\|_2^2 + \lambda^2 \left\| \tilde{\mathbf{p}}_f \right\|_2^2 \right\} \quad (3.2)$$

여기서  $\hat{\mathbf{v}}_s$  는 음원 속도의 추정치이고,  $\tilde{\mathbf{p}}_f$  는 측정 음압이다.  $\lambda$  는 정규화 인자로서, residual 오차와 variance 오차의 가중치를 조절하여, 균형을 맞춰주는 역할을 한다. 이 정규화 인자는 역행렬을 구하는 경우, 특이치 앞에 필터의 형태로 곱해진다.

$$\mathbf{G}_v^{\dagger} = \sum_{i=1}^l \mathbf{w}_i f_i \frac{1}{\sigma_i} \mathbf{u}_i^H \quad (3.3)$$

$$f_i = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \quad (3.4)$$

최적의 필터계수는 L-curve[7] 방법을 이용하여, 정규화 인자  $\lambda$  를 변화시키면서, 해당하는  $\hat{\mathbf{v}}_s$  를 구하여, log-log 축에  $(\left\| \mathbf{G}_v \hat{\mathbf{v}}_s - \tilde{\mathbf{p}}_f \right\|, \left\| \tilde{\mathbf{p}}_f \right\|)$  를 그려서 두 값이 최소가 되는 값을 찾는다.

4. 적용예 - 모터 표면속도의 재구성

(1) 모터와 강체 반사체 경계요소모델

그림 3.1 에서와 같이, 모터는 높이 180 mm, 반경 40 mm 이고, 74 개의 절점과 144 개의 삼각형 선형요소로 경계요소모델링 하였다. 강체 반사체 (240×220×20 mm<sup>3</sup>)는 모터의 아랫면에

서 6cm 떨어져 위치하였고, 72 개의 절점과 140 개의 삼각형 선형요소로 경계요소모델링 하였다. 전체 경계요소모델의 상한 유효 주파수는  $\lambda/3$  기준으로 약 2.5 kHz 다. 강체 반사체는 표면 속도가 0 이므로, 미지수의 개수는 변함없이 74 개다.

측정위치는 반사체가 없는 경우에 64 점, 반사체가 있을 경우 64 점으로, 얻을 수 있는 총 방정식 수는 128 개이다.

따라서, 강체반사체가 없는 경우에 진동음향전달함수  $\mathbf{G}_v^s$  는 (64×74)이고, 강체반사체가 있는 경우 역시, 전달함수  $\mathbf{G}_v^l$  는 (64×74)의 크기를 갖는다. 공기와 같이 유체-구조 상호작용을 무시할 수 있는 경우에, 소음원 속도 불변의 가정은 유효하므로, 반사체의 유무에 관계없이 불변이라는 가정을 사용하였으므로, 전달행렬  $\mathbf{G}_v^{total} = [\mathbf{G}_v^s; \mathbf{G}_v^l]$

의 크기는 (128×74)가 된다.

음향경계요소법으로 소음원 표면의 외부 방사를 다루는 외부문제의 경우에는, 소음원 표면으로 이루어진 폐공간의 내부 공명주파수에 해당하는 주파수에서 (2.2)의 어느 한쪽 항이 0 이 되는 비유일성 문제가 생길 수 있다. 비유일성 문제가 발생하는 경우에는 (2.2)의 단극원행렬  $\mathbf{M}_s$  과 쌍극원행렬  $\mathbf{D}_s$  중에서 어느 하나 또는 모두가 매우 큰 조건수  $\text{cond}(\mathbf{G}_v) \equiv \sigma_1 / \sigma_r$  [7] 를 갖는다. 그림 3.2 에서 처럼 비유일성 문제는 관심주파수 영역에서 발생하지 않으므로 확인하였다

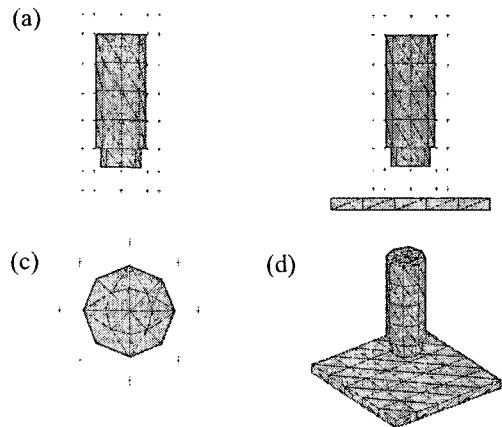


그림 3.1. 경계요소모델과 측정점. (a) 반사체가 없는 경우, (b) 반사체가 있는 경우,; (c) 반사체가 없는 경우 윗면,; (d) 반사체가 있는 경우.

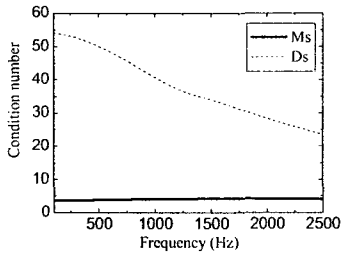


그림 3.2. 경계요소모델의 비유일성 점검-  $M_s$ ,  $D_s$ 의 조건수.

(2) 음압 측정 실험

음압측정은 모터를 무향실에서 매달은 상태로 전원을 공급하였다. 기준 마이크로폰 B&K4130을 모터 위쪽에 설치하여, 각 어레이 위치에서 동일한 회전속도로 운전되는지 모니터링 하였다. 음압측정은 8 개의 어레이 마이크로폰 B&K4935를 사용하였다. 그림 3.3 에서와 같이, 마이크로폰 간의 위상차는 무시 가능하다.

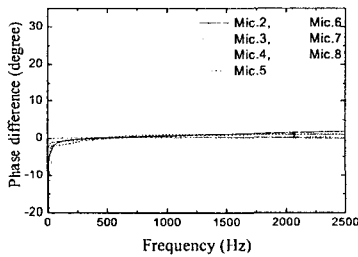


그림 3.3. 마이크로폰의 위상차(기준 1번).

그림 3.4 와 같이, 마이크로폰은 모터 표면으로부터 2 cm 떨어뜨리고, 수직방향으로 배열시켜 모터 둘레를 따라 음압을 측정하였다. 마이크로폰 어레이의 각 위치에서, 강체 반사체가 있는 경우와 없는 경우 각 8 점씩 총 16 개의 음압 측정이 가능하였고, 측정 후 고정된 마이크로폰 B&K4130을 기준으로 위상을 고려하였다.

그림 3.5 는 반사체로 인한 음압의 변화를 나타낸다. 그림 3.5 (a)에서처럼, 2~3 배로 증가한 부분이 있고, 오히려 감소한 부분이 있는 것을 알 수 있다. 그림 3.5 (b)는 음압의 절대값의 공간 분포의 전체적인 경향은 비슷하게 보인다.

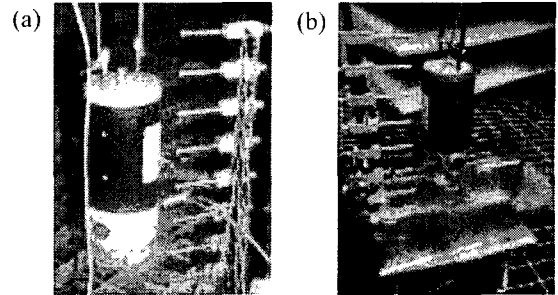


그림 3.4. 모터의 방사 음압 측정 (a)반사체가 없는 경우 (b)강체 반사체가 있는 경우.

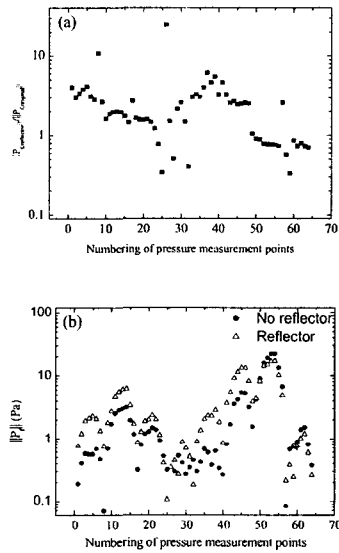


그림 3.5. 모터의 방사 음압, 635 Hz. (a)반사체가 있는 경우와 없는 경우의 음압비, (b)반사체 유무에 따른 음압.

(3) 속도 재구성

측정 음압과 전달행렬을 이용하여, 정규화 인자를 변화시켜가면서, (3.2)의 residual 오차와 variance 오차를 log-log 축으로 하는 L-curve를 그리고, 최적의 정규화 인자를 찾는다. 그림 3.6 은 635 Hz 에서 L-curve 와 두 오차가 최소가 되는 최적의 정규화 인자를 표시하고 있다. 이때, 필터 계수는 (3.4)에서 주어지고, 그림 3.7 에 나타나 있다. 필터 값의 합을 수치유효랭크 (numerically effective rank)[8]이라 하고, 이 경우에는 36.8 이다. 이는 전달행렬의 랭크는 74 이지만, 실제 재구성에서 사용되는 모우드는 그 절반 정도에 해당된다는 것을 알 수 있다.

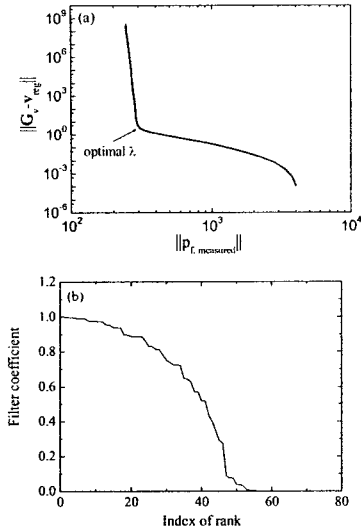


그림 3.6. 정규화, 635 Hz. (a)L-curve, (b)필터계수.

재구성 속도는 정규화 인자를 (3.3)에서 필터계수에 대입한 후에, 측정 음압을 곱하여 얻는다. 그림 3.7 는 635Hz 에서 재구성한 속도의 절대값이다. 전면부는 진동이 거의 없고, 후면부에 집중되어 있음을 알 수 있다. 2030 Hz 에서 속도 분포는 그림 3.8 에 나타나 있는데, 전면에서 봤을 때, 좌측에 주로 분포해 있음을 알 수 있고, 635Hz 보다 크기가 작음을 알 수 있다. 수치유효랭크는 17.2 로 635 Hz 에 비하여 절반정도의 모우드만 재구성에 쓰인 것을 알 수 있다.

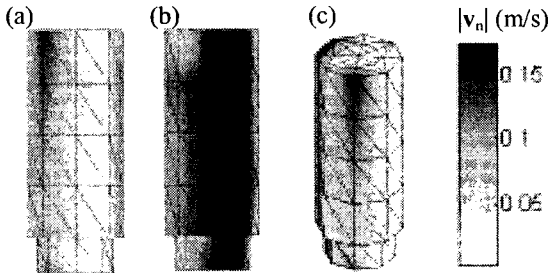


그림 3.7. 모터 표면 수직 속도의 크기, 635 Hz. (a)전면, (b)후면, (c)전면과 윗면.

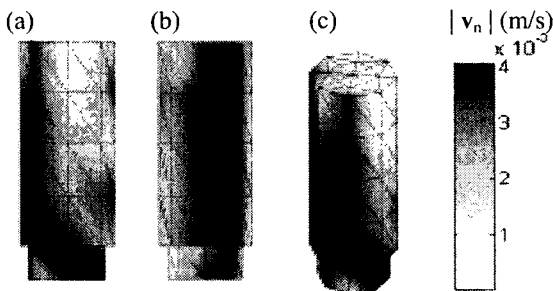


그림 3.8. 모터 표면 수직 속도의 크기, 2030 Hz. (a)전면, (b)후면, (c)전면과 윗면.

### 3. 결론

본 연구에서는 역경계요소법에 기초한 근접음장 홀로그래피의 효율적인 수행을 위해, 반사체를 이용하여 마이크로폰의 이동을 줄이는 방법을 제안하고, 모터의 속도 재구성에 이 방법을 적용하였다. 직육면체 형상의 강체 반사체를 이용하여, 같은 마이크로폰의 이동회수에서 2 배의 음압을 측정할 수 있었고, 이를 이용하여, 음원 재구성에 실험비용을 줄일 수 있었다. 또한 수치유효랭크를 이용하여, 재구성에 실제로 사용된 모우드를 계산하였고, 635 Hz 에서 2030 Hz 경우보다 2 배정도 많은 모우드가 재구성에 사용되었음을 알 수 있었다.

### 후 기

본 논문은 BK21 프로젝트로부터 일부 재정 지원을 받았습니다.

### 참고문헌

다음의 양식을 참고하셔서 작성해 주시기 바랍니다.

- (1) B. K. Gardner and R. J. Bernhard, "A noise source identification technique using an inverse Helmholtz integral equation method," Trans. ASME, J. Vib. Acoust. Stress Reliab. Des. 110, pp. 84~90, 1988.
- (2) J.-G. Ih, J.-H. Jeong, S.-I. Kim, "Use of an Additional Scattering Body in the NAH Based on the Inverse BEM," Proc. 9th International Congress on Sound and Vibration, Orlando, U.S.A, July 2002
- (3) S.-I. Kim, J.-H. Jeong, J.-G. Ih, "Use of Additional Scattering bodies in the NAH," Proc. Internoise 2003, pp.2235-2242, August, Jeju, 2003.
- (4) S.-I. Kim, J.-H. Jeong, J.-G. Ih, "역 경계요소법에 근거한 근접 음향 홀로그래피에서 강체 산란체의 이용," 한국 소음진동공학회 춘계학술대회, pp. 486-489 경주, 2004.
- (5) S.-I. Kim, J.-H. Jeong, J.-G. Ih, "역경계요소법에 기초한 음향홀로그래피에서 강체산란체를 이용한 음장 측정 개수 증가," 한국 음향학회 추계 학술대회, 평창, 2004.
- (6) S.-I. Kim, J.-H. Jeong, J.-G. Ih, "역경계요소법에 기초한 근접음장 음향 홀로그래피에서 강체산란체의 이용- 음장변화평가," 한국 음향학회 추계 학술대회, 횡성, 2005.
- (7) J. Biemond, R.L. Lagendijk, and R.M. Mersereau, "Iterative Methods for Image Deblurring," Proc. IEEE 78, pp. 865~883, 1990.
- (8) P. C. Hansen, "Rank-deficient and discrete ill-posed problem," Siam, 1998.