

복합감쇠보의 진동해석을 위한 등가보요소의 개발

Equivalent Beam Element for Vibration Analysis of Damped Composite Beam Structure

원성규† · 정의봉* · 배수룡**

Sung Gyu Won, Weui Bong Jeong and Soo Ryong Bae

Key Words : damped composite beam(복합감쇠보), complex Young's modulus(복소영율), forced vibration(강제진동), FEM(유한요소법)

ABSTRACT

In this paper, the forced vibration of damped composite beam with I-type section was analyzed. The damping material was assumed to have complex Young's modulus. Damped composite beam structure could be modeled using equivalent beam elements with less D.O.F. rather than solid elements. Finite element method for 6 D.O.F. equivalent beam element was formulated and programmed using complex values. The results of frequency responses revealed good agreement with those of NASTRAN in both Euler beam model and Timoshenko beam model.

1. 서론

감쇠재를 포함하는 복합단면 감쇠보의 특성을 범용 유한요소 틀로 해석하기 위해서는 솔리드 요소를 사용하여야 한다. 그러나 솔리드 요소는 많은 요소를 필요로 하므로 보형상의 구조물을 해석하기에는 비효율적이다. 따라서 솔리드 요소를 보 요소로 등가치환할 수 있는 기술이 절실히 필요하다. 감쇠재의 감쇠특성은 복소수의 허수부로 표현되어질 수 있으므로 복소전단탄성계수(complex shear modulus) 또는 복소영율(complex Young's modulus)이 이용되어진다.

전단 감쇠에 대한 이론적 고찰은 많은 사람들에게 의해 연구되어 왔다. DiTaranto⁽¹⁾는 유한 길이를 가진 3층 적층보가 자유진동하는 경우에 있어서 6차 운동방정식과 흡진재의 감쇠 효과를 설명하기 위한 보조방정식을 유도했으며, Mead 와 Markus⁽²⁾는 강제진동을 받는 3층 적층보에 대하여 6차 운동방정식을 유도하였다. Yan 과 Dowell⁽³⁾은 완전피복된 3층 적층보에서 각 층의 길이방향 변위 및 회전관성과 모재 및 보강재의 전단스트레의 영향을 고려한 해석방법을 제시하였다. Rao 와 Nakra⁽⁴⁾는 비대칭의 샌드위치형 감쇠 보구조물에 대해 횡방향, 수직방향, 회전운동의 관성 효과를 고려하였

다. Seo⁽⁵⁾는 샌드위치형 감쇠보에 대하여 감쇠재의 두께와 손실계수(loss factor)가 감쇠보 전체의 감쇠율(damping ratio)에 미치는 영향을 조사하였으며 Won⁽⁶⁾은 Mead 와 Markus⁽²⁾의 운동방정식을 바탕으로 임의의 다층 감쇠층을 갖는 감쇠보의 운동방정식으로 확장하여 유한요소해석 기법을 적용하였다. 또한 Won⁽⁷⁾은 복소영율로 표현된 등가굽힘강성을 사용하여 복합단면 감쇠보의 굽힘에 대한 진동해석을 하였다.

본 연구에서는 복소영율의 특성을 갖는 감쇠재를 포함하는 3 차원 복합단면 감쇠보 구조물에 대한 유한요소해석 방안을 제시하고 범용 유한요소 해석 틀인 NASTRAN 에서 솔리드 요소를 사용하였을 때의 해석결과와 비교하여 계산결과의 정확도 및 효율성을 비교하고자 한다.

2. 복소 영율 감쇠보의 운동방정식

굽힘을 받는 Euler 보의 운동방정식은 식(1)과 같다.

$$(EI_y)^* \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (\rho A) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q_z(x, t) \quad (1)$$

그리고 보의 회전관성효과와 전단변형효과를 고려한 굽힘을 받는 Timoshenko 보의 운동방정식은 식(2)와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa A G^* \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \theta_y \right) \right] - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q_z(x, t) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(E^* I_y^* \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) + \kappa A G^* \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \theta_y \right) - \rho I_y^* \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2} = 0.$$

† 부산대학교 대학원 기계설계공학과
E-mail : fabre@pusan.ac.kr
Tel : (051) 510-3088, Fax : (051) 517-3805

* 부산대학교 기계공학부

** 국방과학연구소

인장을 받는 보의 운동방정식과 비틀림을 받는 보의 운동방정식은 식(3),(4)와 같다.

$$(EA)^* \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (\rho A) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = q_x(x,t) \quad (3)$$

$$(GJ)^* \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} - (\rho I_x)^* \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = m_x(x,t) \quad (4)$$

여기서 $q_i (i = x, y, z)$ 는 보에 작용하는 외력이고 m_x 는 비틀림 모멘트이다.

3. 등가 보요소 모델

굽힘 운동방정식에서 등가 굽힘강성을 구하는 경우에 비감쇠 복합재질 단면을 단일 재질 단면으로 등가 치환하는 환산단면법(transformed-section method)을 다음과 같이 복소수로 표현되는 감쇠 복합 단면에 확장하여 적용할 수 있다. m 개의 다른 재질로 이루어진 감쇠복합보에 대해서 각 재료의 탄성계수가 $E_1^* \sim E_m^*$ 을 가진다면 응력과 변형률의 관계는 식(5)와 같다. 여기서 * 는 복소수 (complex value)를 나타낸다.

$$\begin{aligned} \sigma_{x1}^* &= E_1^* \varepsilon_x^* = E_1^* k y^* \\ \sigma_{x2}^* &= E_2^* \varepsilon_x^* = E_2^* k y^* \\ &\vdots \\ \sigma_{xm}^* &= E_m^* \varepsilon_x^* = E_m^* k y^* \end{aligned} \quad (5)$$

복소 탄성계수비 (n^*) 와 중립축 (\bar{y}^*) 은 식(6)~(7)과 같이 정의될 수 있다.

$$n_i^* = \frac{E_i^*}{E_1^*} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

$$\bar{y}^* = \frac{\sum n_i^* A_i \bar{y}_i}{\sum n_i^* A_i} \quad (7)$$

단면의 중립축에서의 복소 굽힘강성은 식(8)과 같이 표현된다.

$$(EI_y)^* = \sum E_i^* I_{yi}^* \quad (8)$$

여기서 I_{yi}^* 는 중립축으로부터 복합재의 i 번째 재질의 단면에 작용하는 관성모멘트이다.

복합감쇠보의 다른 복소 등가 파라메타들도 식(9)~(14)와 같이 계산할 수 있다.

$$(EA)^* = \sum E_i^* A_i \quad (9)$$

$$(\rho A) = \sum \rho_i A_i \quad (10)$$

$$(AG)^* = \sum A_i G_i^* \quad (11)$$

$$(\rho I_y)^* = \sum \rho_i I_{yi}^* \quad (12)$$

$$(GJ)^* = \sum G_i^* J_i^* \quad (13)$$

$$(\rho I_x)^* = \sum \rho_i I_{xi}^* \quad (14)$$

4. 유한요소법

각 운동방정식의 요소행렬은 실수행렬로 표현되는 비감쇠 보의 요소행렬을 구하는 방식과 동일하게 계산된다. 다만 각 행렬에 복소 등가 파라메타가 적용되므로 각각의 운동방정식의 질량행렬과 강성행렬뿐만 아니라 6 자유도 감쇠보요소의 질량행렬과 강성행렬도 복소수 행렬로 표현된다.

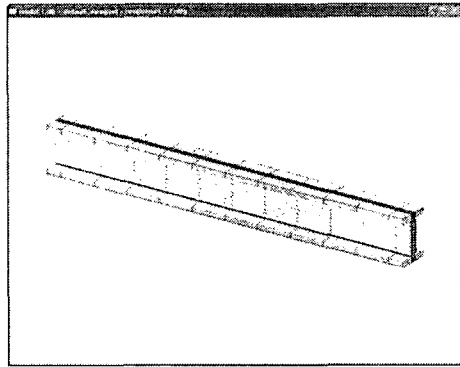
5. 해석결과

Fig. 1 은 복합단면 감쇠보 요소의 검증에 사용된 구조물의 형상과 그 단면을 나타낸다. 구조물은 길이가 0.9m 인 직선 모양이다. 단면을 살펴보면 중심에 I 형 단면이 존재하고 플랜지의 바깥쪽과 웹의 양쪽에 에 감쇠재가 붙어 있으며 다시 감쇠재를 구속층(constraint layer)이 덮고 있는 형태이다. I 형 단면과 구속층의 재질은 서로 같으며 감쇠재의 대표적인 물성치와 함께 Table 1 에 나타내었다. 구조물의 한 쪽 끝을 가진한 경우에 대한 가진점에서의 주파수 응답함수를 구하였고, NASTRAN 비감쇠/감쇠 솔리드 요소 모델에서 사용한 자유도와 개발된 프로그램에서 사용한 보 요소 모델의 자유도를 Table 2 에서 비교하였다.

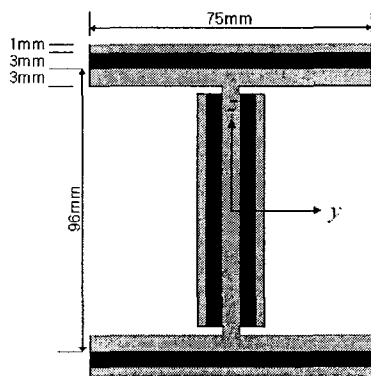
Fig. 2 와 3 은 I 형 중심단면만 있는 경우에 대해서 NASTRAN 솔리드 요소 모델과 NASTRAN 보 요소 모델의 주파수 응답함수를 개발된 프로그램의 Euler 보 요소 모델과 Timoshenko 보 요소 모델의 주파수 응답함수를 비교하고 있다.

그림 4 는 감쇠재와 구속층이 포함된 감쇠보 구조물인 경우에 대해서 NASTRAN 솔리드 요소 모델과 Timoshenko 보요소 모델의 주파수 응답함수를 비교하고 있으며 NASTRAN 보 요소로는 감쇠보 구조물을 표현할 수 없으므로 제외되었다.

제시된 검증 모델에서는 개발된 Euler 보요소 모델의 응답과 NASTRAN 솔리드 요소 모델의 응답의 차이가 11%인 것에 비해서 Timoshenko 보요소 모델의 응답은 차이가 1.5% 정도로 감쇠가 없는 경우와 있는 경우 모두에서 잘 표현하고 있다.



(a) Geometry of a test model I



(b) I-type section

Fig. 1 Damped composite beam model I

Table 1 Input data of a model in Fig. 1

| | Core / Face | Damping |
|-----------------------|----------------------|-------------------|
| ρ_i (kg/m^3) | 7850 | 1300 |
| E_i (N/m^2) | 2.1×10^{11} | 1.0×10^9 |
| ν_i | 0.3 | 0.49 |
| η_i | . | 0.5 |

Table 2 Comparison of D.O.F.

| | Element Number | Node Number | D.O.F. |
|------------------------|----------------|-------------|--------|
| NASTRAN Solid | 816 | 1365 | 4095 |
| NASTRAN Solid (Damped) | 2256 | 3081 | 9243 |
| Developed beam | 12 | 13 | 78 |

Table 3 Comparison of D.O.F.

| | Element Number | Node Number | D.O.F. |
|------------------------|----------------|-------------|--------|
| NASTRAN Solid | 3056 | 4905 | 14715 |
| NASTRAN Solid (Damped) | 7856 | 10584 | 31752 |
| Developed Beam | 40 | 41 | 246 |

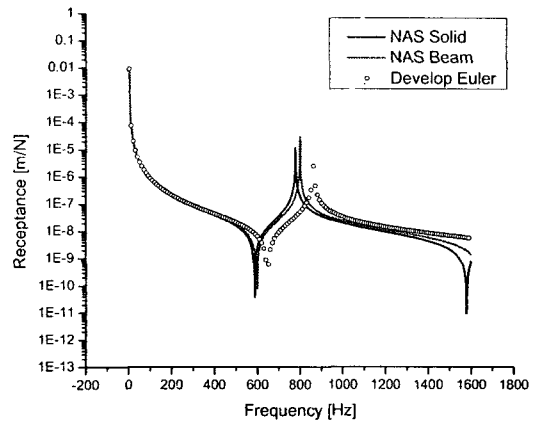


Fig. 2 Comparison of FRF (undamped Euler)

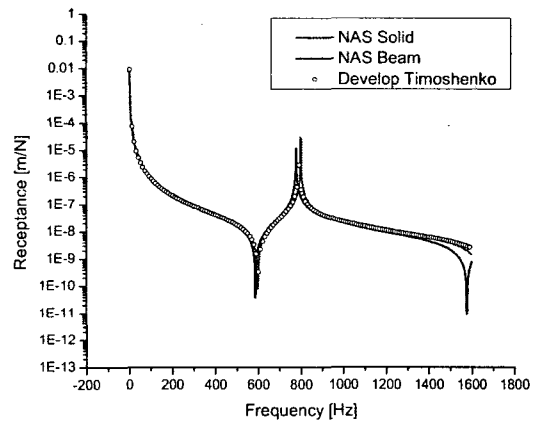


Fig. 3 Comparison of FRF (undamped Timoshenko)

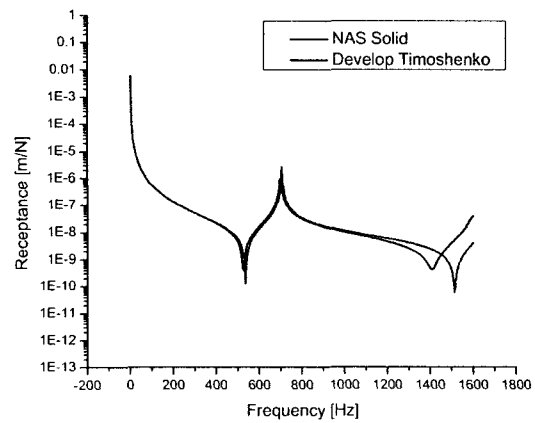


Fig. 4 Comparison of FRF (damped Timoshenko)

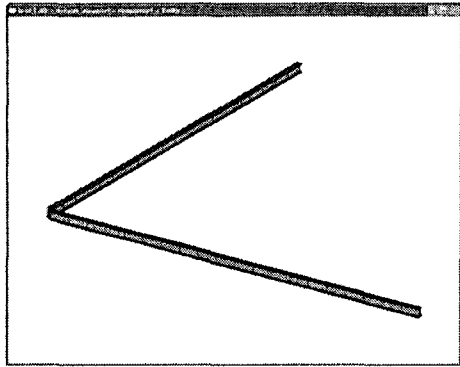


Fig. 5 Geometry of a test model 2

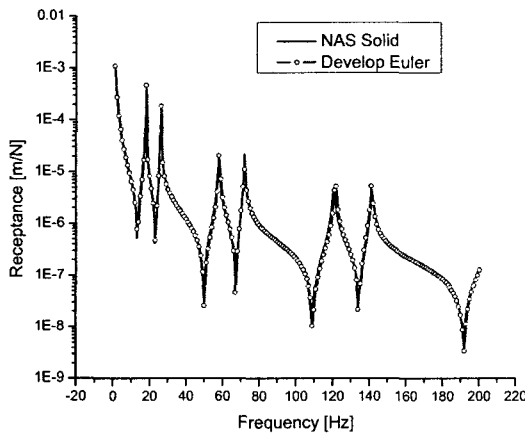


Fig. 6 Comparison of FRF (damped Euler)

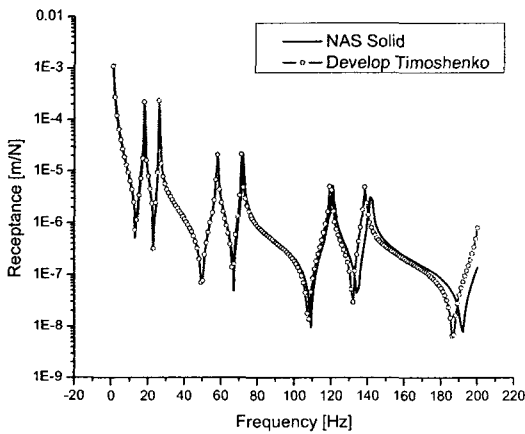


Fig. 7 Comparison of FRF (damped Timoshenko)

Fig. 5 은 또 다른 복합단면 감쇠보 구조물을 나타낸다. 형상은 한 변의 길이가 4.5m 인 L 자 모양이며 단면의 형상과 재료의 물성치는 검증 모델 1 과 같다. NASTRAN 솔리드 요소 모델에서 사용한 자유도와 개발된 프로그램에서 사용한 보 요소 모델의 자유도를 Table 3 에서 비교하였다.

Fig. 6 과 7 은 Fig. 5 의 감쇠보 구조물에 대해서

NASTRAN 솔리드 요소 모델과 개발된 프로그램의 Euler 보요소 모델 및 Timoshenko 보요소 모델의 주파수 응답함수를 비교하고 있다.

제시된 검증 모델에서는 두 가지 감쇠보 요소 모델의 응답이 모두 NASTRAN 솔리드 요소 모델의 응답을 대체로 잘 따르는 것을 알 수 있다.

6. 결론

감쇠재를 포함하는 복합보 구조물을 해석할 때 등가의 감쇠보 요소를 사용하면 솔리드 요소를 사용한 정밀 모델링을 하지 않고도 거의 같은 주파수 응답함수를 얻을 수 있었다.

제시된 방법을 사용하면 유한요소 해석 시 솔리드 요소 모델링에 비하여 요소수 및 자유도를 획기적으로 줄일 수 있었다.

후 기

본 연구는 국방부가 지정한 수중운동체특화연구센터(UVRC)의 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) DiTaranto, R. A., 1965, "Theory of the Vibratory Bending for Elastic and Viscoelastic Finite Length Beams", Trans. of the ASME, J. of Applied Mechanics, Vol. 32, pp. 881~886.
- (2) Mead, D. J. and Markus, S., 1969, "The Forced Vibration of a Three-Layer Damped Sandwich Beam with Arbitrary Boundary Conditions", J. of Sound and Vibration, Vol. 10(2), pp. 163~175.
- (3) Yan, M. J. and Dowell, E. H., 1972, "Governing Equations for Vibrating Constrained Layer Damping of Sandwich Plates and Beams", Trans. of the ASME, J. of Applied Mechanics, Vol. 94, pp. 1041~1046.
- (4) Rao, Y. V. K. and Nakra, B. C., 1974, "Vibrations of Unsymmetrical Sandwich Beams and Plates with Viscoelastic Cores", J. of Sound and Vibration, Vol. 34(3), pp. 309~326.
- (5) 서영수 등, 2005, "유한요소법을 이용한 샌드위치형 감쇠 보구조물의 진동해석", 춘계학술발표회 논문집, 한국소음진동공학회, pp. 978~981
- (6) 원성규 등, 2005, "샌드위치형 다층 감쇠보의 강제진동 응답 해석", 추계학술발표회 논문집, 한국소음진동공학회, pp. 608~611
- (7) 원성규 등, 2006, "복합단면 감쇠보의 강제진동해석", 춘계학술발표회 논문집, 한국소음진동공학회