

### 3 자유도 능동형 제진 시스템의 불확실성과 제어

#### Uncertainties and control of a 3-DOF active vibration isolation system

김화수\* · 문준희† · 박희재\*\*

Hwa Soo Kim, Jun Hee Moon and Heui Jae Pakh

**Key Words :** 견실 제어(robust control), 능동 진동 절연(active vibration isolation), 모델 불확실성(model uncertainty),  $\mu$ -합성( $\mu$ -synthesis), 모델 축약(model reduction)

#### ABSTRACT

Using the physics-based model for the vibration isolation system, the model uncertainties are described. With the model including parameter perturbations, the robust controller to meet the robust performance and stability is designed through  $\mu$ -synthesis by DK-iteration. The order of controller is reduced by virtue of Hankel norm approximation technique to allow the efficient implementation in the real-time experimental environment without any performance degradation. The performance of the reduced  $\mu$ -controller is accessed in comparison with the original one. The experiments validate the superiority of the proposed control scheme against the model uncertainties and its applicability with varying payload.

#### 1. 서론

반도체 산업 등의 정밀 산업의 발전에 따라 정밀한 측정 및 공정을 위한 진동 절연 장치가 많이 사용되고 있다. 기계적인 스프링이나 공압이 무거운 질량과 함께 사용되는 수동형 제진 시스템은 그 안정적인 성능과 사용의 편리함으로 인해 널리 사용되고 있으나 낮은 주파수에서 공진이 존재하는 취약점으로 인해 이를 극복하는 능동형 제진 시스템이 널리 연구되고 있다.

기존의 연구에서는 책상 위에 올려놓을 만한 작은 크기의 제진 시스템에는 구동기로는 압전소자<sup>(1,2,3,4,5,6)</sup>, 센서로는 지오폰<sup>(1,2,3,6)</sup>이나 압전센서<sup>(4,5)</sup>, 연결부위는 플렉서 힌지나 조인트가 사용되고 있으며<sup>(1,3,4,6)</sup>, 구동기와 센서는 대부분 동일선상에 위치한다.<sup>(1,2,3,4,6)</sup> 구동기의 배치는, 부피를 작게 하기 좋으나 구동기 간의 연성이 큰 Stewart 플랫폼<sup>(1,2,3,4)</sup>이나 구동기 간의 배치가 직각이라 연성은 작지만 부피가 큰 Mallock 플랫폼<sup>(5,6)</sup>이 사용되고 있다. 본 연구에서는 두 가지 배치의 장점을 가진 레버 링크지를 이용한 배치를 개발하여 적용하였으며, 구동기와 센서의 종류 및

상대위치는 기존 연구를 따랐다.

능동형 제진 시스템에 올려지는 하중은 적용 대상을 바꿀 때마다 달라지며, 제진대 자체의 탄성 및 감쇠 특성도 시간이 지남에 따라 변화한다. 또한 같은 사양으로 만들어진 3 개의 구동모듈도 실험을 통해 주파수응답특성을 구해보면 약간의 차이가 존재함을 볼 수 있어 제조 및 조립 과정에 있어서의 불확실성도 존재함을 알 수 있다. 이와 같은 불확실성을 극복할 수 있는 견실한 제어 시스템을 설계하는 것이 정밀한 측정/제조 환경을 만들고자 하는 목표에 적합하므로 제어기의 설계를 위해서는  $\mu$ -합성을 이용한 견실 제어 기법을 채택하였다.

#### 2. 제진 시스템의 모델링과 식별

능동형 제진 시스템의 모델은 선행 연구<sup>(7)</sup>를 통해 밝힌 바 있으므로 본 논문에서는 제어기의 설계에 필요한 부분만 기술하도록 한다. 능동제진 시스템은 Fig. 1 과 같이 제작되었으며, 기구학적인 관계는 Fig. 2 와 같고, 이의 상태공간 표현은 식(1), (2)와 같다.

† 책임저자; 정희원, 서울대학교 마이크로열시스템 연구센터

E-mail : junimoon@snu.ac.kr

Tel : (02) 880-1680, Fax : (02) 875-8955

\* 서울대학교 기계항공공학부 BK21 사업단

\*\* 서울대학교 기계항공공학부

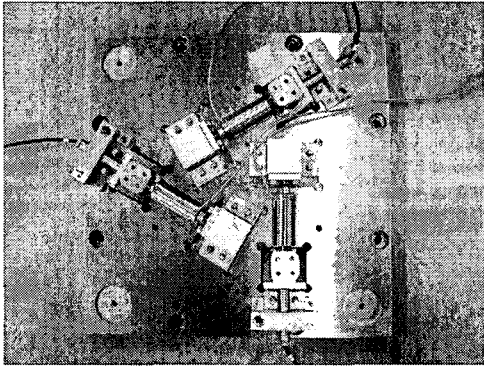


Fig. 1 Layout of the vibration isolation system (with the upper plate uncovered)

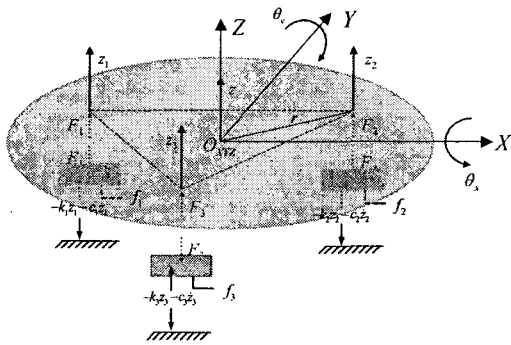


Fig. 2 Free body diagram for the vibration isolation stage

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1}$$

$$y = Cx + Du \tag{2}$$

여기서 시스템의 상태, 입력, 출력은 다음과 같다.

$$x = [z \quad \dot{z} \quad \theta_x \quad \dot{\theta}_x \quad \theta_y \quad \dot{\theta}_y]^T \tag{3}$$

$$u = [f_1 \quad f_2 \quad f_3]^T \tag{4}$$

$$y = [z_1 \quad z_2 \quad z_3]^T \tag{5}$$

또, 상태공간을 표현하는 행렬들을 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_1+k_2+k_3}{M} & \frac{c_1+c_2+c_3}{M} & \frac{r(k_1+k_2-2k_3)}{2M} & \frac{r(c_1+c_2-2c_3)}{2M} & \frac{\sqrt{3}r(k_1-k_2)}{2M} & \frac{\sqrt{3}r(c_1-c_2)}{2M} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{r(k_1+k_2-2k_3)}{I_{xx}} & \frac{r(c_1+c_2-2c_3)}{I_{xx}} & \frac{r^2(k_1+k_2+4k_3)}{4I_{xx}} & \frac{r^2(c_1+c_2+4c_3)}{4I_{xx}} & \frac{\sqrt{3}r^2(k_1-k_2)}{4I_{xx}} & \frac{\sqrt{3}r^2(c_1-c_2)}{4I_{xx}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \frac{\sqrt{3}r(k_1-k_2)}{2I_{yy}} & \frac{\sqrt{3}r(c_1-c_2)}{2I_{yy}} & \frac{\sqrt{3}r^2(k_1-k_2)}{4I_{yy}} & \frac{\sqrt{3}r^2(c_1-c_2)}{4I_{yy}} & \frac{3r^2(k_1+k_2)}{4I_{yy}} & \frac{3r^2(c_1+c_2)}{4I_{yy}} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & \frac{1}{M} & \frac{1}{M} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{r}{2I_{xx}} & \frac{r}{2I_{xx}} & -\frac{r}{2I_{xx}} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}r}{2I_{yy}} & -\frac{\sqrt{3}r}{2I_{yy}} & 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{r}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}r & 0 \\ 1 & 0 & \frac{r}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}r & 0 \\ 1 & 0 & -r & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$D = \mathbf{0}_{3 \times 3} \tag{9}$$

이 모델은 구동기를 등가의 스프링-댐퍼로 모델링한 것으로 시스템 식별을 통해 이 모델이 시스템을 기술하는 데에 적절함을 선행연구에서 증명하였으며, 시스템 식별을 통해 얻어진 각 계수의 값의 최소값과 최대값은 다음과 같다.

$$k^{\min} = 1.57 \text{ N} / \mu\text{m} \tag{10}$$

$$k^{\max} = 1.85 \text{ N} / \mu\text{m} \tag{11}$$

$$c^{\min} = 0.15 \text{ N} / (\mu\text{m} / \text{s}) \tag{12}$$

$$c^{\max} = 0.45 \text{ N} / (\mu\text{m} / \text{s}) \tag{13}$$

### 3. 불확실성을 포함한 견실 제어의 구조

실제적인 제어 시스템의 설계를 위해서 가장 기본적으로 요구되는 것은 실제 제어 대상계의 정확한 수학적 모델이다. 하지만, 실제 제어 대상계는 시간이나 하중이나 교란 등 작동 조건에 따라 변화하므로 실제와 완벽하게 일치하는 모델을 세우는 것은 매우 어려운 일이다. 따라서 명목상의 모델(nominal model)을 만들고 모델 불확실성(uncertainty)으로 명목상 모델을 포함하는 모델의 집단(class)을 규정한 후 실제 제어 대상계가 그 집단에 속한다고 보는 것이 합리적이다. 이러한 접근으로 제어기를 설계하는 것이 견실 제어이다. 모델 불확실성과 결합된 제어 문제를 공식화하기 위한 포괄적 구조는 Doyle<sup>(8)</sup>에 의해 도입되었다.(Fig. 3 참조) 이러한 구조에서 특이값(singular value)  $\sigma$ , 구조화된 특이값(structured

singular value)  $\mu$  등이 건설한 안정성과 성능을 위한 필요 충분 조건을 성공적으로 기술할 수 있다.  $\mu$  를 최소화하기 위해  $\mu$ -최적 제어기가 DK-반복이라는 방법에 의해 설계된다.

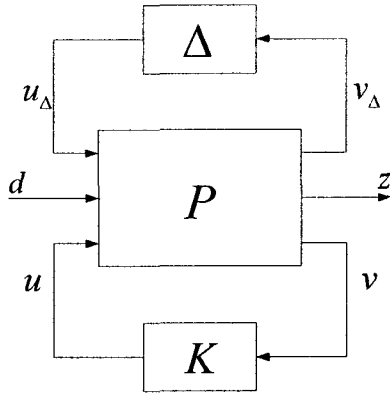


Fig. 3 General control configuration

Fig. 3 에서 보여주고 있는 포괄적 제어 구조를 보면,  $P$  와  $K$  는 각각 포괄적 제어대상계와 제어기의 전달 행렬이다.  $d$  는 명령, 교란, 잡음 등을 포함한 입력이고,  $z$  는 최소화 해야 할 가중된 출력이다.  $v$  와  $u$  는 측정된 출력(제어 입력)과 제어 출력이며,  $v_\Delta$  과  $u_\Delta$  는 각각 섭동(perturbation) 입력과 섭동 출력이다.  $\Delta$  는 섭동 행렬로서 다음의 구속조건을 가진 집합의 원소이며, 반복된 스칼라와 완전 블록(full block)의 두 부분으로 구성되어 있다.

Fig. 3 에 있는 블록 다이어그램의 아래쪽 루프를 닫으면 다음의 Fig. 4 와 같이 변환된다.

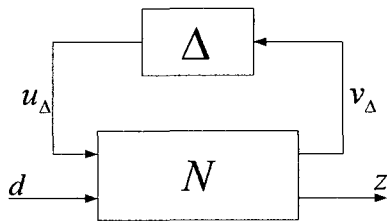


Fig. 4  $N\Delta$ -structure for robust performance analysis

Fig. 4 에 있는 변환 행렬  $N$  은 식(14)과 같이 하부 선형부분변환(LFT: linear fractional transformation)에 의해 정의 될 수 있다.

$$N = F_l(P, K) \triangleq P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (14)$$

마찬가지로, 불확실성에 대한 폐회로 변환 행렬  $F(s)$  는 상부 선형부분변환(LFT)을 적용하여서

다음과 같이 정의 될 수 있다.

$$F = F_u(N, \Delta) \triangleq N_{22} + N_{21}\Delta(I - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12} \quad (15)$$

소이득 정리(small gain theorem)의 확장에 의해서, 블록 대각 섭동 행렬  $\Delta \in B\Delta$  에 대한 건설 안정성(robust stability)를 위한 충분 조건은 다음과 같이 표현된다.<sup>(9,10)</sup>

$$\|N_{11}\| = \bar{\sigma}(N_{11}) < 1, \forall \omega \quad (16)$$

식(16)은 임의의 구조를 갖는 섭동 행렬  $\Delta$  에 대해 성립하는 것으로 보수적인(conservative)인 조건이다. 섭동 행렬의 구조를 알고 있을 경우 좀 더 덜 보수적인 건설 안정성을 위한 조건을 찾을 수가 있다. 이 때 사용되는 것이  $\mu$ -해석이다. 전달 행렬  $N_{11} = M \in \mathbb{C}^{n \times n}$  에 대해서 구조화된 특이값(structured singular value)  $\mu$  는 다음과 같이 정의된다.<sup>(9)</sup>

$$\mu(M)^{-1} \triangleq \min_{\Delta} \{ \bar{\sigma}(\Delta) | \det(I - M\Delta) = 0 \text{ for structured } \Delta \} \quad (17)$$

단,  $\det(I - M\Delta) = 0$  일 때  $\mu_\Delta(M) = 0$  로 한다. 위 식에서  $\mu_\Delta(M)^{-1}$  는  $\det(I - M\Delta) = 0$  가 되게 하는 섭동  $\Delta$  의 최대 특이값의 최소값으로 계산된다.  $\mu_\Delta(M)^{-1}$  는 전달 행렬  $M(s)$  의 특성 궤적에서 나이키스트 포인트 -1 에 이르게 하는 최소의 섭동  $\Delta(j\omega)$  의 크기로 해석될 수 있다. 식 (17)에서의  $\mu$  의 정의에 의해 건설 안정성(RS)을 위한 필요 충분조건은 다음과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\mu_\Delta(N_{11}) < 1, \forall \omega \quad (18)$$

건설 성능(RP: Robust Performance)에 관해서도, 확장된 블록 섭동  $\hat{\Delta}$  을 가지고 식(18)에 나타난 건설 안정성 조건(RS-condition)으로부터 비슷한 공식을 유도할 수 있다. 확장된 블록 섭동  $\hat{\Delta}$  은 기존의 구조를 가진 섭동  $\Delta$  와 시스템의 입력  $d$  와 출력  $z$  를 연결하는 성능 블록 섭동  $\Delta_p$  를 블록 대각으로 합친 것이다. 건설 제어 구조에서 입력은 모두 정규화가 되어 최대 1 의 값을 갖고 출력도 1 이하가 되도록 가중함수를 사용하기 때문에 성능 블록 섭동  $\Delta_p$  을 사용하는 것은 합리적이며, 건설 제어 설계를 크게 단순화한다.

이상과 같은 과정을 통해, 제어 대상계의 명목 안정성(NS: Nominal Stability), 명목 성능(NP: Nominal Performance), 건설 안정성(RS:

Robust Stability), 견실 성능(RP: Robust Performance)에 대한 수식들은 다음과 같이 정리될 수 있다.<sup>(11)</sup>

$$NS \Leftrightarrow N \text{ (internally) stable} \quad (19)$$

$$NP \Leftrightarrow \bar{\sigma}(N_{22}) = \mu_{\Delta_p} < 1, \forall \omega, \text{ and NS} \quad (20)$$

$$RS \Leftrightarrow \mu_{\Delta}(N_{11}) < 1, \forall \omega \text{ and NS} \quad (21)$$

$$RP \Leftrightarrow \mu_{\Delta}(N) < 1, \forall \omega, \hat{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_p \end{bmatrix}, \text{ and NS} \quad (22)$$

위의 식들을 만족시키는 견실 제어기를 설계하는 것은 다음과 같이 간략하게 나타낼 수 있다.

$$\min_{K(s) \in \mathcal{K}} \|\mu_{\Delta}(F_i(P, K))\|_{\infty}, \text{ and NS} \quad (23)$$

식(23)에서  $\mu$  는 직접적으로 계산될 수 없기 때문에  $\mu$  의 상계(upper bound)를 대신 사용한다.<sup>(10)</sup> 따라서, 완전히 복소수인 섭동에 대해서  $\mu$  의 상계를 적용하면 식(23)은 다음과 같이 표현된다.

$$\min_{K(s) \in \mathcal{K}} \sup_{\omega} \inf_{D(\omega) \in \mathcal{D}} \{ \bar{\sigma}(D(\omega)F_i(P(j\omega), K(j\omega))D^{-1}(\omega)) \} \quad (24)$$

여기서, D 는 스케일링 행렬이다.<sup>(10)</sup> 식(24)는 DK-반복이라고 불리는 방법을 통해 풀 수가 있다. 내용은, K 와 D 를 번갈아 가며 다른 쪽을 고정시킨 채로 한 쪽에 대해서 위의 식을 최소화하는 K 나 D 를 찾는 것이다. K 를 찾는 데는  $H_{\infty}$ -합성의 방법이 사용되고(K-step), D 를 찾는 과정은  $\mu$ -해석의 과정이 사용되기(D-step) 때문에 이 방법을  $\mu$ -합성이라고 부른다. K-step 과 D-step 이 각각 볼록하여도(convex), 둘을 합친 것이 반드시 볼록하지는 않다. 따라서, 이 방법은 국부적 최적점에 도달하기도 하지만, 실제적인 사용에서는 대부분의 경우에 적합하다.<sup>(11)</sup>

본 연구에서는 이상 요약된  $\mu$ -합성의 방법을 사용하여 견실한 제어기를 설계하였다. Matlab 의  $\mu$ -tools 는  $\mu$ -합성을 하는데 유용한 도구로서, 설계자는 문제를 정의하고 가중치를 구하는 등의 창의적이며 구조적인 일에만 집중할 수 있도록, 기계적으로 수행되어야 하는 부분은 시스템적으로 처리되도록 해 준다.<sup>(12)</sup> 따라서,  $\mu$ -합성에서 연구자가 실질적으로 노력을 기울여야 할 부분은 제어대상계 P 의 구조설계와 불확실성  $\Delta$  의 정의, 가

중 함수  $W_p, W_u$  의 선택 등이다.

#### 4. 제진시스템의 불확실성의 표현

2 장에서 기술한 물리적인 의미에 기초한 제진대의 모델은 변수의 변화에 따른 시스템의 동역학의 변화를 잘 표현한다. 탄성이나 감쇠와 같은 물리적인 변수의 변화에서 기인된 변수의 불확실성들은  $\mu$ -합성을 통한 견실제어 설계를 필요로 한다.  $\mu$ -합성은 Fig. 3 과 같은 포괄적 케환 제어 구조를 만드는 것에서 시작하며, 선형부분변환(LFT)에 의해 불확실한 모델로부터의 변수 섭동을 표현한다. 다음의 식은 구동기의 각 위치에서의 탄성과 감쇠를 변수 섭동  $\Delta_k$  과  $\Delta_c$  을 통해 표현한 것이다.

$$k_i = \bar{k} + \Delta_k \cdot \delta_k \quad (25)$$

$$c_i = \bar{c} + \Delta_c \cdot \delta_c \quad (26)$$

여기서

$$\bar{k} = \frac{k^{\max} + k^{\min}}{2} \quad (27)$$

$$\delta_k = \frac{k^{\max} - k^{\min}}{2} \quad (28)$$

$$\bar{c} = \frac{c^{\max} + c^{\min}}{2} \quad (29)$$

$$\delta_c = \frac{c^{\max} - c^{\min}}{2} \quad (30)$$

또한, 식(1)의 행렬 A 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$A = HIJ \quad (31)$$

여기서

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ M & M & M & M & M & M \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r & r & r & r & r & r \\ 2I_{xx} & 2I_{xx} & I_{xx} & 2I_{xx} & 2I_{xx} & I_{xx} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}r}{2I_{yy}} & \frac{\sqrt{3}r}{2I_{yy}} & 0 & \frac{\sqrt{3}r}{2I_{yy}} & \frac{\sqrt{3}r}{2I_{yy}} & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{r}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}r & 0 \\ 1 & 0 & \frac{r}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}r & 0 \\ 1 & 0 & -r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{r}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}r \\ 0 & 1 & 0 & \frac{r}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}r \\ 0 & 1 & 0 & -r & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

식(33)의 변수들은 불확실성을 가지므로 식(25)과(26)을 대입하여 섭동을 통해 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_0 + \Delta \cdot \mathbf{I}_\delta \quad (35)$$

여기서

$$\mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} \bar{k}\mathbf{I}_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & \bar{c}\mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_{k_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_{k_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_{k_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta_{c_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta_{c_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta_{c_3} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\mathbf{I}_\delta = \begin{bmatrix} \delta_k \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & \delta_c \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (38)$$

따라서, 식(31)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{H}(\mathbf{I}_0 + \Delta \cdot \mathbf{I}_\delta)\mathbf{J} \\ &= \mathbf{H}\mathbf{I}_0\mathbf{J} + \mathbf{H}\Delta\mathbf{I}_\delta\mathbf{J} \\ &= \mathbf{A}_0 + \delta\mathbf{A} \end{aligned} \quad (39)$$

따라서 식(1), (2)의 모델에 식(39)을 대입하여, 변수의 섭동을 고려한 모델로 다시 정리하면

다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \\ v_\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{B} & \mathbf{H} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_\delta \mathbf{J} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \\ u_\Delta \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$u_\Delta = \Delta \cdot v_\Delta \quad (41)$$

여기서

$$u_\Delta = [u_{\Delta,k_1} \quad u_{\Delta,k_2} \quad u_{\Delta,k_3} \quad u_{\Delta,c_1} \quad u_{\Delta,c_2} \quad u_{\Delta,c_3}]^T \quad (42)$$

$$v_\Delta = [v_{\Delta,k_1} \quad v_{\Delta,k_2} \quad v_{\Delta,k_3} \quad v_{\Delta,c_1} \quad v_{\Delta,c_2} \quad v_{\Delta,c_3}]^T \quad (43)$$

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3\bar{k}}{M} & -\frac{3\bar{c}}{M} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3r^2\bar{k}}{2I_{xx}} & -\frac{3r^2\bar{c}}{2I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3r^2\bar{k}}{2I_{yy}} & -\frac{3r^2\bar{c}}{2I_{yy}} \end{bmatrix} \quad (44)$$

Fig.5는 제진 시스템의 제어 흐름을 포괄적 제어 구조의 형태로 나타낸 것이다. 여기서,  $G$ 는 식(40)으로 표현되는 전달행렬이며,  $d$ 는 바닥진동의 변위이고,  $W_p$ 는 시스템의 민감도(sensitivity)를 구속하는 가중 행렬이며,  $W_u$ 는 제어 입력을 구속하는 가중 행렬이다.

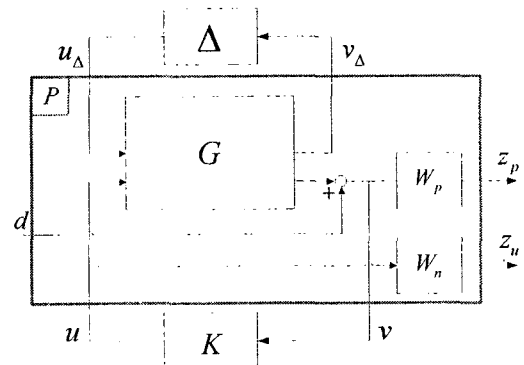


Fig. 5 Robust control formulation by a generalized system representation

Fig. 5의 구조에서 제어기 설계 문제는 폐회로 시스템이 내부적으로 안정하고 출력  $z_p$ 와  $z_u$ 가 모든 주파수영역과 허용된 섭동  $\Delta$ 에 대해서 1보

다 작도록 하는 제어기  $K$  를 선택하는 것이다. 이를 수식으로 나타내면 식(45)과 같다.

$$\left\| \begin{bmatrix} W_n K \tilde{S} \\ W_p \tilde{S} \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (45)$$

여기서  $\tilde{S}$  는 민감도 전달 행렬로서  $\tilde{S} = (I + K\tilde{P})^{-1}$  로 정의된다. 식(45)은 결국 식(23)와 같은 의미를 가지며, DK-반복을 통해 제어기를 설계하게 된다.

## 5. 견실 제어기의 설계

### 5.1 목표 성능 사양

목표로 하는 제진 시스템의 성능 사양과 이를 위한 본 연구의 방법은 다음과 같다.

(1) 변수의 변화에 대해서도 견실 안정성을 갖는 것

이를 위해 성능 변수인 탄성 계수와 감쇠 계수의 범위를 시스템 식별을 통해 규명하였으며, 이 범위에서의 변수의 섭동을 모델에 포함시켜 견실 제어 설계에 사용되게 한다.

(2) 저주파 영역에서의 바닥 진동을 최소화하는 것

이 사양은 두 가지 의미를 내포한다. 하나는 바닥 진동 최소화의 정도이고 다른 하나는 최소화 성능 사양을 만족시킬 주파수 영역의 설정이다. 능동형 제진 시스템은 저주파에서의 특성 제진 성능 향상이 목표이므로 일반적인 수동형 제진 시스템이 -20dB의 제진 성능 발휘하기 시작하는 50 Hz 정도까지 제진 성능을 발휘하도록 하는 것을 목표로 하였으며, 사용한 센서의 저주파 성능의 한계로 인해 5 Hz 전후부터 목표한 제진 성능을 발휘하게 하였다. 바닥 진동 최소화의 정도는 -15 dB 이하로 하였다. 이러한 성능 사양을 만족시키기 위해 가중 행렬인  $W_p$  를 설계한다.

(3) 구동기의 입력이 일정한 범위 내에서 제한되도록 하는 것

제어에서 흔히 발생하는 비선형성의 문제 중 하나가 신호의 포화이며, 이러한 문제는 시스템을 불안정하게 하기도 한다. 본 제진 시스템의 구동기의 압전소자도 입력전압에 한계를 가지므로, 제어출력에 제한을 가하기 위해 가중 행렬  $W_u$  를 적절히 정의한다.

### 5.2 가중 행렬의 설계

가중 행렬을 통해 정해지는 구속조건들은 견실 안정성을 해치지 않는 범위 내에서 견실 성능을 위한 필요충분 조건을 만족시키도록 선택되어야 한다. 본 연구에서 성능 가중 행렬  $W_p$  과 제어출력 가중 행렬  $W_u$  는 다음과 같이 선택되었다.

$$W_p = w_p \times I_{3 \times 3} \quad (46)$$

$$W_u = w_u \times I_{3 \times 3} \quad (47)$$

여기서

$$w_p = \frac{(s+37.7)(3.5s^2 + 21s + 1.35 \times 10^6)}{(s+62.8)(s^2 + 125.7s + 1.58 \times 10^4)} \quad (48)$$

$$w_u = 0.27 \frac{s + 628.3}{s + 3.14 \times 10^3} \quad (49)$$

진동 저감을 위한 가중 함수  $w_p$  는 5-60 Hz의 진동수 영역에서 -20 dB 까지 바닥진동을 감소하도록 선택되었다. 또한, 제어 대상계로의 입력력을 위한 가중 함수  $w_u$  는 가진기의 구동범위가  $\pm 2.75 \mu\text{m}$  로 제한하며 100 Hz 이상의 고주파 영역에서는 진폭이 감소되도록 하여 모델링이 되지 않은 고주파 영역에서 제어기  $K$  의 알려지지 않은 동특성이 시스템의 안정성에 영향을 주지 않도록 하였다.

### 5.3 제어기의 모델 축약

만일  $3 \times 3$  전달 행렬  $H = [h_{ji}]$  에서 하나의 전달 함수  $h_{ji}$  의 차수가 6 이라면, 그것은 본 연구의 시스템과 같이 질량-스프링-댐퍼의 연결로 이루어진 3 자유도(하나의 병진과 두 가지의 회전 모드) 시스템에서 구현될 수 있는 최소 차수이다. 반면에 시스템 식별을 통해 물리적 의미에 기초하지 않는 제진대 모델을 구하면 차수가 54 까지 올라가게 되며, RHP(right half plane) zero 와 같이 의도되지 않은 것이 포함될 수도 있다. 이것이 본 논문에서 물리적인 의미에 기초한 시스템 식별을 한 이유이다. 비록 시스템 모델의 차수가 6 이지만 가중 함수들을 포함시킨 포괄적 제어대상계(generalized plant)의 차수는 24 가 되며(3 자유도  $\times$  2 차의 기계시스템  $\times$  2 차의 가중함수), DK-반복을 통해 최소위상전달행렬인 스케일링 행렬  $D$  의 차수가 제어기의 차수를 증가시켜 결국 합성된 제어기의 차수는 41 이 되었다.

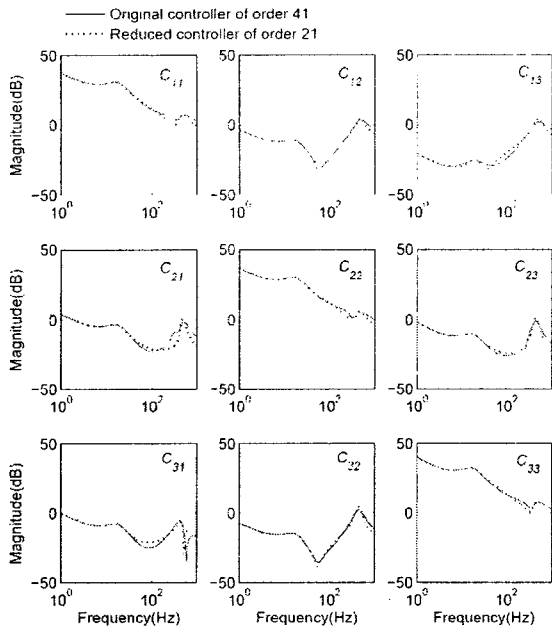


Fig. 6 Frequency responses of the original  $\mu$  - controller and the reduced one

일반적으로  $H_2$  나  $H_\infty$ ,  $\mu$ -합성에 기초한 최적 제어 방법은 제어대상계의 모델의 차수와 같은 차수의 제어기를 설계하는 경향이 있으나,<sup>(10)</sup> 그것이 탁월한 성능이나 안정성을 보장해 주지 않는다. 그 실례 중 하나는 제어기의 모드 중 많은 것은 아주 고주파 영역에서 나타나기 때문에 실제적인 성능에는 그다지 기여하지 않는다는 것이다. 또, 그러한 복잡한 제어기는 많은 연산을 요구하기 때문에 CPU의 성능이나 메모리 용량의 한계 등으로 실제 제어시스템에 설치하기가 어렵고 신뢰성이 떨어진다. 이러한 문제들을 극복하기 위한 방법으로 모델 축약이 사용되며, 이를 통해 훨씬 적은 저장 공간과 연산 시간으로 합성된 제어기와 유사한 응답 특성을 갖는 낮은 차수의 제어기를 얻게 된다. 모델 축약 중에서 방법이 단순하고 성능이 좋아 일반적으로 사용되는 Hankel norm 근사 방법(Hankel norm approximation technique)을 사용하였다.<sup>(11)</sup> 설계된 41 차의 원래 제어기는 절반 정도의 차수인 21 차의 제어기로 축약하였고, 관심 주파수 영역인 100 Hz 까지 큰 차이가 없음을 Fig. 6 에 보여주고 있다.

5.4  $\mu$  선도를 통해 관찰된 안정성과 성능

견실 안정성(RS)과 견실 성능(RP)을 위해 원래 제어기와 축약된 제어기에 대해서 폐회로 시스템의  $\mu$  값을 Fig. 7 에 도시하였다. Fig. 7 (a)는

구조화된 불확정성  $\Delta$  를 가진 폐회로 시스템의  $\mu$  선도이고, Fig.7 (b)는 부분적으로 구조화된 블록 대각 불확정성 행렬  $\hat{\Delta}$  를 가진 폐회로 시스템의  $\mu$  선도이다. Fig. 7 (a)에 나타난 바와 같이, 축약된 제어기에 의해 최대  $\mu$  값이 0.1% 가량 증가되기는 하지만 여전히 폐회로 시스템은 견실 안정성을 갖는다.  $\mu$  값이 400 Hz 근처에서 최대 임을 볼 때, 폐회로 시스템의 견실 안정성은 불확실 모델  $\hat{P}$  의 두 번째 공진에 의존하는 것으로 보인다.

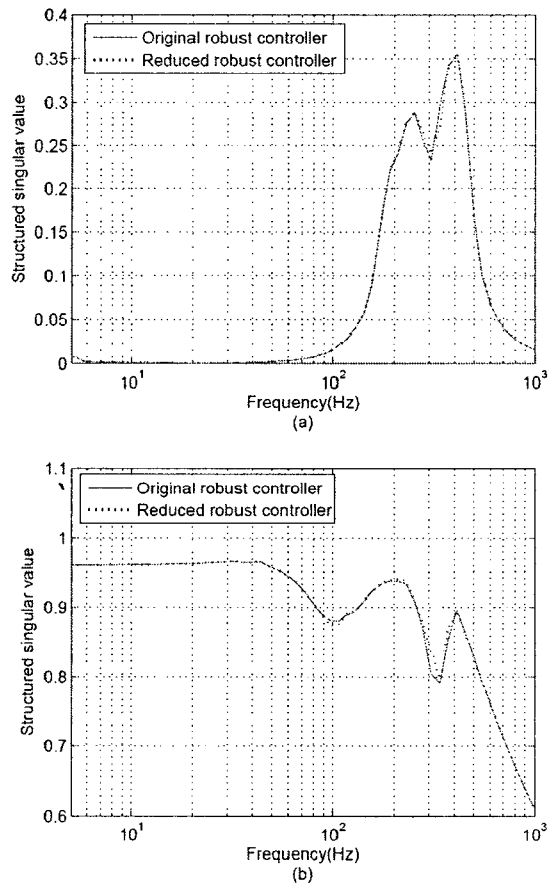
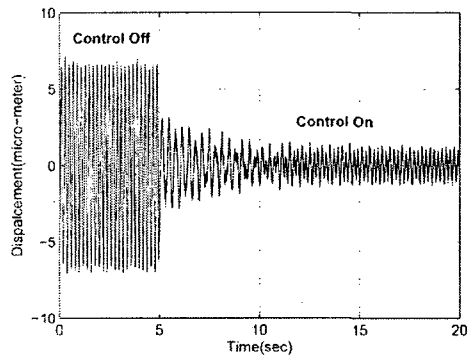


Fig. 7  $\mu$  plots of the controllers with respect to (a) robust stability and (b) robust performance

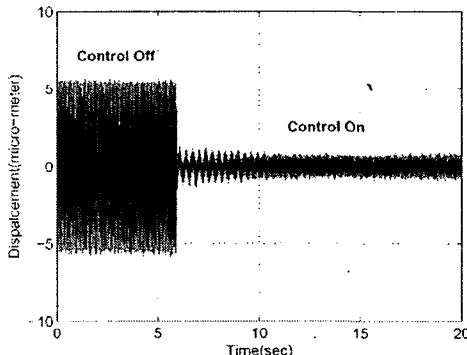
Fig. 7 (b)에서 볼 수 있듯이, 저주파 영역에서 성능 사양이 무척 엄중하므로 저주파에서의  $\mu$  값은 고주파에서보다 더 크며, 최대  $\mu$  값은 원래의 제어기나 축약된 제어기에서 모두 0.9696 에 머물러 있어서 제어기를 포함한 전체 폐회로 시스템이 목표 성능사양을 만족함을 알 수 있다.

### 6. 제진대의 성능 평가

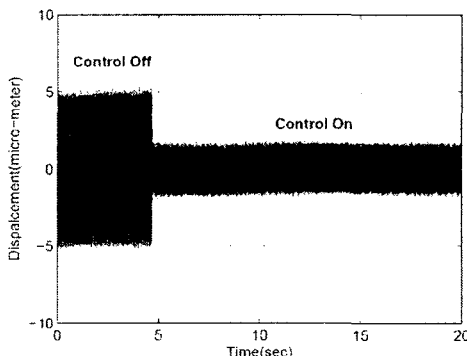
미세 진동을 차단하는 성능을 평가하기 위해서 많은 실험을 수행하였다. 바닥의 미세진동은 3 개의 압전 구동기를 가진 3 자유도 미세 진동 발생 장치를 통해 생성하였다. 실험 데이터는 5000 Hz의 속도로 dSpace DS1103 보드를 통해 저장되었다. 이후에 실제적인 사용에서 제진대에 놓여질 하중이 다양할 경우를 염두에 두고, 0.75 kg 과 15 kg, 각각의 하중에 대한 실험을 수행하였다.



(a) 5 Hz



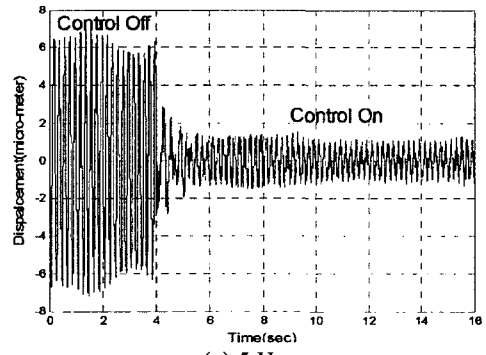
(b) 20 Hz



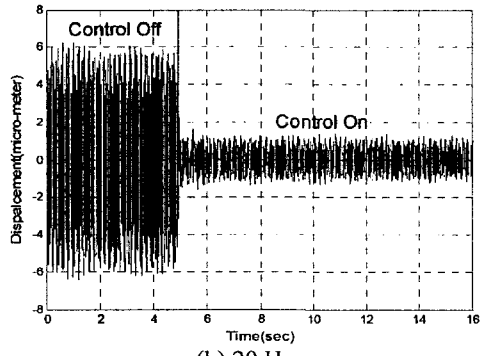
(c) 40 Hz

Fig. 8 Vibration attenuation results with the payload of 0.75 kg

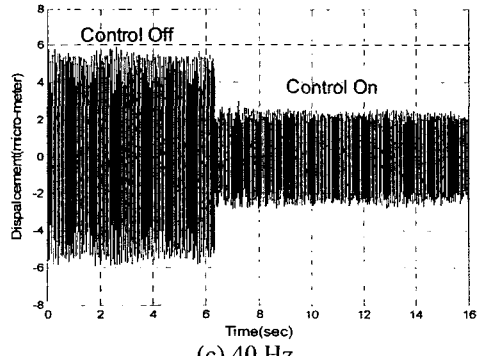
0.75 kg의 하중에 대한 시간 영역의 실험 결과가 Fig. 8 을 통해 도시되어 있다. 10  $\mu$ m의 진폭으로 5, 20, 40 Hz 에서 각각 정현파로 가진하였다. 제어기를 가동시켰을 때 Fig. 8 (a)에서는 처음에 잠깐 전이 응답으로 출렁거리긴 하지만 곧 정상 상태로 수렴하고, Fig. 8 (b)~(c)에서 관찰되듯이 진동의 진동수가 증가하면서 이러한 전이 현상도 사라져 20 Hz 이상에서는 완전히 사라짐을 볼 수 있다. 또한, 진동의 진폭은 10~20 Hz 에서 가장 많이 줄어들고, 전 영역에서 -15dB 이하의 성능을 보임을 발견할 수 있다.



(a) 5 Hz



(b) 20 Hz



(c) 40 Hz

Fig. 9 Vibration attenuation results with the payload of 30 kg



30 kg 의 하중에 대한 시간 영역의 실험 결과는 Fig. 9 에 도시하였다. 하중을 30 kg 으로 증가시켜도 진동 감소 성능은 0.75 kg 의 경우와 비슷하지만 구동기의 각 위치에서의 성능의 차이가 커지는 것이 발견되었다. 이는 제안된  $\mu$  제어기가 0.75 kg 의 하중을 가진 제진대의 물리적인 모델로부터 설계되었기 때문이라 여겨진다. Fig. 9 를 통해 제진대 위에 올려질 하중의 크기를 30 kg 까지 올려도 원하는 수준의 제진 성능을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

## 7. 결 론

제진대의 물리적인 의미에 기초한 모델을 사용하여 모델의 불확실성도 기술하였으며, 능동형 제진 시스템을 위한 포괄적 제어 구조를 구축하였다. 이를 기초로 견실제어성능을 만족시킬 수 있도록 DK-반복을 사용하여  $\mu$  -제어기를 설계하였다. 설계된 제어기는 Hankel 놈 근사 방법을 사용한 모델 축약을 통하여 차수를 줄였으며, 축약된 제어기의 성능은 원래 제어기의 성능과 매우 유사함을 보였다. 실험을 통해 모델의 불확실성에 대해 견실한 제어가 이루어짐을 보였으며, 하중의 변화에도 꾸준한 제어 성능을 가짐을 증명하였다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 산하 서울대학교 마이크로열시스템연구센터와 교육부 BK21 사업단의 지원을 통해 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

(1) Anderson, E. H., Fumo, J. P., and Erwin, R. S., 2000, "Satellite ultraquiet isolation technology experiment," in Proc. IEEE Aerospace Conference, Big Sky, MT, USA, pp. 299-313.  
 (2) Flint, E. M. and Anderson, E. H., 2001, "Multi-degree of freedom parallel actuation system architectures for motion control," in AIAA Space 2001 Conference, Albuquerque, NM, USA, 2001-4750.  
 (3) Defendini, A., Vaillon, L., Trouve, F., Rouze, T., Sanctorem, B., Griseri, G., Spanoudakis, P. and von Alberti, M., 1999, "Technology predevelopment for active control of vibration & very high accuracy pointing systems," in 4th ESA International Conference on Spacecraft Guidance, Navigation and Control Systems, ESTEC, Noordwijk, Netherlands.  
 (4) Hanieh, A. A., 2003, "Active isolation and damping of vibrations via stewart platform," Ph.D. dissertation, Universit'e

Libre de Bruxelles, Belgium, [Online]. Available: <http://www.ulb.ac.be/scmero/publi.html>

(5) Anderson, E. H. and Houghton, B., 2001, "Elite-3 active vibration isolation workstation," in Proc. SPIE Conference on Smart Structures and Materials, Newport Beach, CA, USA, pp. 183-196.  
 (6) Bae, H. S., 1999, "Active vibration isolation and alignment issues for LIGO," Master's thesis, Stanford University, Stanford, CA,  
 (7) 문준희, 김화수, 박희재, 2006, "3 자유도 능동형 제진 시스템을 위한 신호처리 및 강인제어에 관한 연구", 춘계학술대회는문집, 한국소음진동공학회  
 (8) Doyle, J. C., 1983, "Synthesis of robust controllers and filters," in Proc. 22nd IEEE Conference on Decision and Control, San Antonio, TX, USA, pp.109-124.  
 (9) Zhou, K. and Doyle, J. C., 1995, Essentials of Robust Control, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA  
 (10) Zhou, K. J., Doyle, J. C., and Glover, K., 1996, Robust and Optimal Control. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA.  
 (11) Skogestad, S. and Postlethwaite, I., 1996, Multivariable Feedback Control - Analysis and Design, John Wiley & Sons, Chichester, UK  
 (12) Balas, G. J., Doyle, J. C., Glover, K., Packard, A., and Smith, R., 2001,  $\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox user's guide. MathWorks, Inc.