

# 입자법을 이용한 파랑중 부유체 운동의 수치시뮬레이션

○정성준\* · 박종천\* · 이병혁\* · 류민철\*\* · 김용수\*\*

\*부산대학교 조선해양공학과

\*\*대우조선해양(주) 선박해양기술연구소

## Numerical Simulation of Floating Body Motion in Surface Waves by use of a Particle Method

SUNG-JUN JUNG\*, JONG-CHUN PARK\*, BYUNG-HYUK LEE\*, MIN-CHEOL RYU\*\* AND YONG-SU KIM\*\*

\*Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Pusan National University, Busan, Korea

\*\*Ship & Ocean R&D Institute, Daewoo Shipbuilding & Marine Engineering Co. Ltd., Ogpo, Korea

**KEY WORDS:** Particle method 입자법, MPS 입자간 상호작용 모델, CFD 전산유체역학, Free-surface motion 자유표면 유동, Kernel function 커널함수, Incompressible flow 비압축성 유동, Breaking waves 쇄파, Floating body 부유체, Fluid-structure interaction 유체 구조물 상호작용

**ABSTRACT:** A particle method recognized as one of gridless methods has been developed to investigate the nonlinear free-surface motions interacting to the structures. The method is more feasible and effective than convectional grid methods in order to solve the flow field with complicated boundary shapes. In the present study, breaking waves with a floating body are simulated to investigate fluid-structure interactions in the coastal zone.

### 1. 서 론

지금까지의 수치 시뮬레이션 기술은 대부분 격자를 이용하여 계산하는 방법이 폭넓게 사용되어왔다. 하지만, 변형이 큰 유체-고체간의 상호연성 작용 문제, 연속적으로 계면(interface)의 상이 변하는 다상류(multi-phase flow) 문제, 비선형성이 강한 자유표면 유동 문제 등의 해석에는 격자생성이 문제가 되어 해석의 어려움이 있다. 예를 들어, 해안에 파도가 밀려오는 문제는 자유표면에서 유체의 분열과 융합을 포함하는 쇄파가 발생하여 격자를 이용하는 계산이 쉽지 않았다.

한편, 입자를 이용하는 수치 시뮬레이션인 입자법은 격자를 이용하는 해석방법보다 복잡한 현상의 물리현상을 해석할 수 있는 가능성을 가지고 있다. 또한 입자법은 이류향(convection)의 계산을 완전한 Lagrangian 접근에 의해 입자의 이동으로 계산함으로써 Eulerian 방법에서 심각하게 유발되는 수치확산이 없을 뿐 아니라, 복잡한 형상의 유동장에 대해 격자 생성에 많은 어려움과 방대한 시간이 소요되는 격자법과는 달리 격자를 생성할 필요가 없다. 비록 입자법은 복잡한 형상에 대하여 입자의 초기 배치가 필요하지만 격자를 생성하는 것 보다는 쉬운데, 그 이유는 격자가 꼬이는 등의 위상 관계(topological relations)의 구성을 고려할 필요가 없기 때문이다.

본 논문에서는 Koshizuka et al.(1995)가 제안한 MPS법을

기본으로, 경사면의 쇄파현상을 시뮬레이션 했다. 또한, 입자로 구성된 부유체의 운동을 쇄파와 함께 시뮬레이션 하여 유체-구조물 상호작용 시뮬레이션에 대한 입자법의 가능성을 확인하였다.

### 2. 지배방정식

비압축성 점성 유동에 대한 지배방정식은 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식으로 다음과 같다.

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{F} \tag{2}$$

여기서,  $u$ 는 속도벡터,  $t$ 는 시간,  $\nabla$ 은 구배연산자,  $P$ 는 압력,  $\nu$ 는 동점성계수,  $\vec{F}$ 는 외력을 각각 나타낸다.

Navier-Stokes방정식 (2)의 좌변은 이류향을 포함한 Lagrangian의 미분 형태이고, 입자의 직접적인 이동에 의해 계산된다. 한편, 우변은 압력 구배와 점성항, 외력항으로 구성되어 있다. 그러므로 비압축성 점성 유동을 시뮬레이션 하기 위해서는 압력구배항, 확산항 및 비압축성을 나타내는 입자간의 상호작용 모델이 필요하며, 이러한 수치 모델을 위하여 본 연구에서는 Koshizuka et al.(1995)에 의해 제안된 MPS법을 도입하였다.

교신저자 박종천: 부산광역시 금정구 장전동 산30 부산대학교

051-510-2480 jcpark@pusan.ac.kr

### 3. 입자 상호작용 모델(MPS)

MPS법에서는 연속체의 이산적인 계산을 입자간 상호작용 모델을 통해서 행한다. 즉 편미분 연산자에 대응하는 입자간 상호작용 모델을 각각 만들고, 지배방정식의 각각의 항과 등가인 입자간 상호작용모델로 치환한다.

#### 3.1 Kernel Function

지배방정식은 입자간의 상호작용모델로 바꾸어 표시할 수 있다. 입자간 상호작용모델은 Kernel Function에 기초하여 구성되어 있는데, 본 연구에서 사용한 Kernel Function의 구체적인 식은 다음과 같다.

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & r \leq r_e \\ 0 & r_e < r \end{cases} \quad (3)$$

여기에서  $r$ 은 두 입자간 거리이고,  $r_e$ 는 입자간 상호작용의 범위를 나타낸다. 입자간 상호작용의 범위를 제한함으로써 계산시간을 줄일 수 있다.

#### 3.2 압력구배모델

MPS법에서 입자  $i$  위치에서의 압력구배모델은 입자  $i$ 와 그 근방 입자  $j$  사이에서 구배 벡터를  $(P_j - P_i)(\vec{r}_j - \vec{r}_i) / |\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2$ 으로 계산하고 이것을 Kernel Function으로 평균화 한 것이다 (Fig. 2). 압력 구배 모델에서는 동일한 입자에 대한 압력 구배 벡터는 고려하지 않는다.

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{P_j - P_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (4)$$

식 (4)에서  $d$ 는 계산 공간의 차원이고,  $n^0$ 는 초기 입자 배치 상태에서의 입자수 밀도이다. 입자수 밀도는 식 (5)와 같이 정의한다.

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (5)$$

#### 3.3 확산모델

Laplacian은 물리적으로 확산을 의미하고 있기 때문에 Fig. 2에서 표시하는 바와 같이 입자  $i$ 가 갖는 물리량의 일부를 주위의 입자  $j$ 쪽으로 Kernel Function에 따라 분배하는 것으로 생각할 수 있다.

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle = \frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)] \quad (6)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) |\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2}{\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)} \cong \frac{\int_V w(r) r^2 dv}{\int_V w(r) dv} \quad (7)$$

식 (6)에서  $d$ 는 계산 공간의 차원이고,  $\lambda$ 는 해석해와 동일한 분산을 유지하기 위해 사용하는 계수이다.

#### 3.4 비압축성 모델

만약 입자의 질량이 모두 동일하다면, 유체의 밀도는 입자수

밀도에 비례하므로 식 (8)은 입자수 밀도가 일정하다는 조건과 동일하다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

MPS법에서는 비압축성 흐름 계산의 알고리즘으로서 SMAC 법과 거의 유사한 방법을 사용한다. (Fig. 4) 각각의 매 시간스텝은 양과 음의 2단계로 이루어져 있다. 먼저, 시각  $n$ 에 있어서 입자의 위치, 속도, 압력을 각각  $\vec{r}_i$ ,  $\vec{u}_i$ ,  $P_i$ 로 한다. 제 1단계에서는 점성항과 외력항의 계산을 통하여 입자의 중간속도인  $\vec{u}_i^*$ 를 구한다. 다음에, 입자의 중간속도  $\vec{u}_i^*$ 를 이용하여 입자의 중간위치  $\vec{r}_i^*$ 를 구한다. 즉,

$$\vec{r}_i^* = \vec{r}_i^n + \Delta t \vec{u}_i^* \quad (9)$$

식 (9)에 의한 입자의 이동은 격자를 사용하는 방법에 있어서 이류항의 계산에 해당된다. 계산된 입자의 중간 위치를 이용하여 중간의 입자수밀도  $n^*$ 를 계산할 수 있다.

제2단계에서는 먼저 압력의 Poisson 방정식을 계산한다.

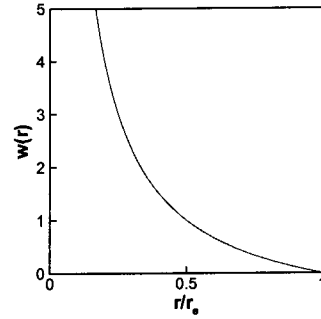


Fig. 1 The kernel employed in the present study.

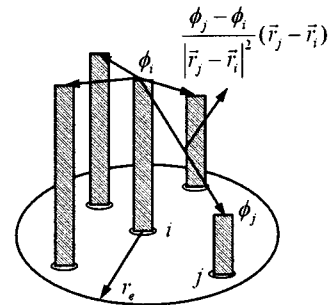


Fig. 2 The gradient model of MPS method.

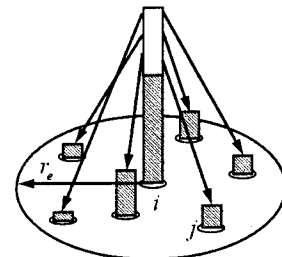


Fig. 3 The Laplacian model of MPS method.

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i^* - n^0}{n^0} \quad (10)$$

식 (10)의 우변은 제1단계의 입자수 밀도  $n_i^*$ 와 초기 입자수 밀도  $n^0$ 와의 차를 나타낸다. 좌변은 확산 모델인 식 (6)에 의해 연립1차방정식으로 이산화 할 수 있으며, 적절한 반복해법에 의해 구할 수 있다. 구해진 압력장을 이용하여 다음 식 (11)로부터 속도의 수정치  $\vec{u}_i'$ 가 얻어진다. 이때 MPS법의 압력 구배 모델을 적용한다.

$$\vec{u}_i = -\frac{\Delta t}{\rho} \langle \nabla P^{n+1} \rangle \quad (11)$$

최종적으로, 시간  $n+1$ 에서의 속도와 입자의 위치는 다음 두 식에 의해 각각 새롭게 얻어진다.

$$\vec{u}_i^{n+1} = \vec{u}_i^* + \vec{u}_i' \quad (12)$$

$$\vec{r}_i^{n+1} = \vec{r}_i^* + \Delta t \vec{u}_i' \quad (13)$$

차분법에 있어서 SMAC법과 MPS법의 차이는 이류항이 입자의 이동에 의해 직접 계산된다는 것과 압력의 포아송(Poisson) 방정식에 있어서 소스항이 유속의 속도 발산이 아닌 입자수 밀도로 표시되는 것이다.

### 3.5 자유표면 계산 모델

자유표면에 있는 입자의 압력은 대기압과 함께 0의 값으로 고정시킨다. 입자가 자유표면에 있는지 없는지는 다음에 의해 정해진다.

$$n_i^* < \beta n^0 \quad (14)$$

여기에서  $\beta$ 는 상수로서 1.0 미만으로 한다. 자유표면에 있는 입자는 근방의 입자수가 작기 때문에 입자수 밀도가 작아지게 되고, 식 (14)를 만족하게 된다.

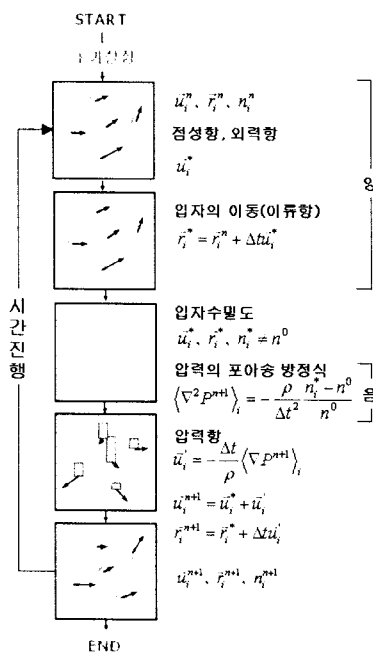


Fig. 4 Algorithm of the present particle method.

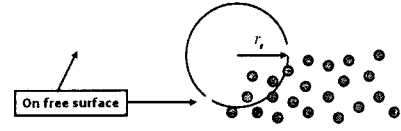


Fig. 5 Free-Surface model of MPS method.

### 3.6 강체 계산 모델

유동과 상호작용하면서 이동하는 강체의 시뮬레이션은 격자를 사용하는 방법으로 계산하기 힘들다. 하지만 입자법에서는 다음과 같은 계산 모델을 사용하였다. 각 시간 스텝에 있어서 먼저 유체 입자와 강체 입자를 구별하지 않고 동일하게 유체 입자로서 비압축성 알고리즘의 계산을 행한다. 그 후 강체 입자사이의 어긋난 상대적 위치를 수정하는 계산을 강체 입자에 대해서만 행한다.

강체 중심의 병진 속도 벡터  $\vec{T}$ 와 각속도 벡터  $\vec{R}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\vec{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{u}_i \quad (15)$$

$$\vec{R} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^n \vec{u}_i \times \vec{q}_i \quad (16)$$

여기에서  $\vec{r}_g$ 는 강체의 중심 좌표,  $I$ 는 관성모멘트, 그리고  $\vec{q}_i$ 는 각 강체 입자와 중심과의 거리벡터로서 다음과 같다.

$$\vec{r}_g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \quad (17)$$

$$\vec{q}_i = \vec{r}_i - \vec{r}_g \quad (18)$$

$$I = \sum_{i=1}^n |\vec{q}_i|^2 \quad (19)$$

식 (15)과 식 (16)으로 구한 강체 중심의 속도와 각속도에 따라 각각의 강체 입자도 재계산 한다.

$$\vec{u}_i = \vec{T} + \vec{q}_i \times \vec{R} \quad (20)$$

## 4. 수치 시뮬레이션

### 4.1 시뮬레이션 조건

앞서 설명한 입자 상호작용 모델을 2차원의 조파 문제에 적용하였다. 시간,  $T=0$  일때 입자의 초기 배치는 Fig. 5와 같다. 수조의 왼쪽 벽은 피스톤 타입의 조파기로서 1초의 주기를 갖고 진동한다. 본 연구에서 조파기의 진동폭은 0.1m, 경사면의 기울기는  $\tan \alpha = 1/5$ 로 고정하였으며, 진동 주기, 폭, 경사의 기울기 변화에 따른 비교는 행하지 않았다. 본 계산에서 사용된 입자의 개수는 3874개 이며, 점성의 효과는 무시하였다.

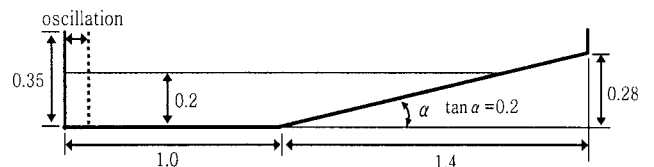


Fig. 5 Initial geometry of breaking waves.

#### 4.2 시뮬레이션 결과

Fig. 6은 조파기의 운동에 의해 계산된 파의 모습이다. 조파기에 의해 생성된 파는 경사를 만나면서 형상이 비대칭으로 변형하고 쇄파 현상이 나타난다. 입자의 중심에 나타난 선은 속도벡터이다. 쇄파가 일어날 때 파의 앞부분에서 높은 속도 성분들을 확인 할 수 있다.

Fig. 7은 유동에 따라서 운동하는 부유체 시뮬레이션의 결과이다. 부유체는 유체 밀도의 절반으로, 6×6개의 입자로 구성 되어있다. 계산 초기에 부유체는 자유표면 위에 위치하고, 계산이 시작하면서 중력에 의해 낙하한다. 부유체는 파도에 따라 조금씩 회전하며, 밀려오고 나가는 과정을 반복한다.

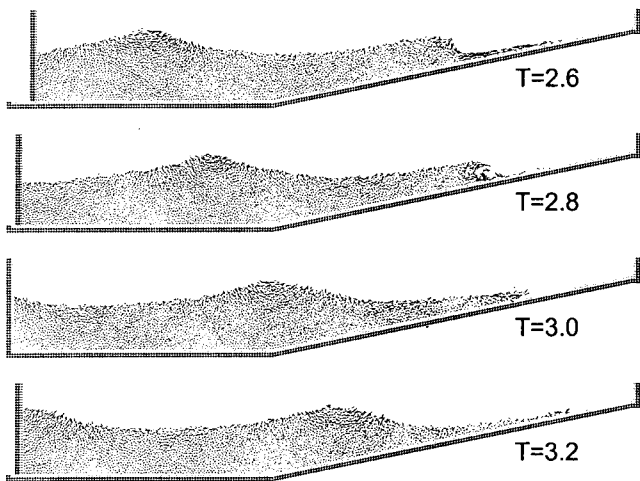


Fig. 6 Calculation results of breaking waves.

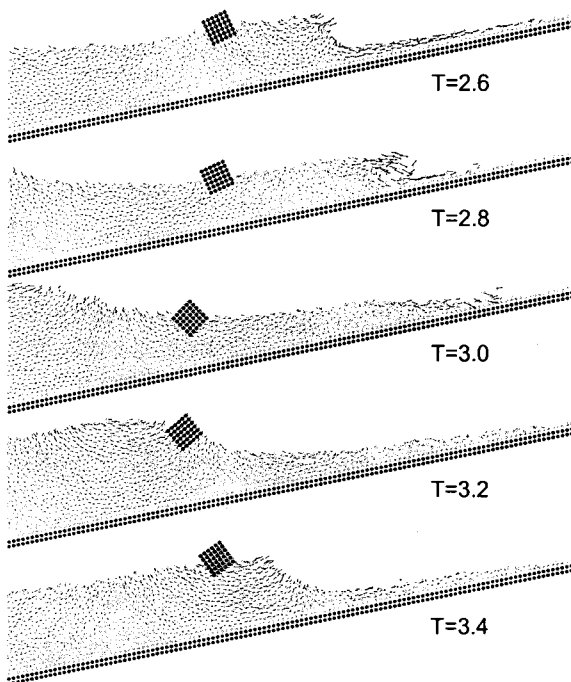


Fig. 7 Breaking waves with a floating body.

## 5. 결 론

본 논문에서는 지배방정식인 N-S 방정식에 대한 MPS의 입자간 상호작용 모델인 압력구배 모델, 확산모델, 비압축성 모델, 자유표면 계산모델을 이용하여 쇄파에 대한 수치 시뮬레이션을 하였다. 또한 강체 계산 모델을 도입하여 파도와 더불어 상호작용하는 부유체를 시뮬레이션 하였다. 비선형성이 강한 비압축성 자유표면 유동 해석에 입자법의 적용성을 확인했을 뿐 아니라 유체-구조물 상호작용 시뮬레이션의 가능성을 확인 하였다. 향후 이들 모델에 관한 정성적·정량적 검토가 필요할 것이다.

## 후 기

본 연구는 대우조선해양(주)의 “유체충격에 기인한 유체-고체 간의 상호연성 시뮬레이션 기술 개발”과제의 지원으로 수행된 연구결과 중 일부임을 밝히며, 지원에 깊이 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y., (1995), "A Particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation", *Computational Fluid Dynamics J.*, 4, pp 29-46
- Monaghan, J.J., (1988), "An introduction to SPH", *Comp. Phys. Commn.* Vol 48, pp 89
- Chikazawa, Y., Koshizuka, S. and Oka, Y., (2001), "A Particle Method fo Elastic and Visco-plastic Structure Interactions, *Computational Mechanics*, 27, pp 97-106
- Koshizuka, S., Oka, Y., (1996), "Moving-partilce semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid", *Numerical Science and Engineering*, 123, pp 421-434
- Koshizuka, S., Nobe, A., Oka, Y. (1998), "Numerical Analysis of Breaking Waves using the Moving Particle Semi-implicit Method", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 26, pp 751-769.

2000년 월 일 원고 접수

2000년 월 일 최종 수정본 채택