

격자 볼츠만 방법을 이용한 미소채널 내에서의 층류 유동에 대한 표면 거칠기의 영향

신명섭* · 윤준용** · 변성준*** · 김각중****

Effect of surface roughness on laminar flow in a micro-channel by using lattice Boltzmann method

Myung-Seob Shin*, Joon-Yong Yoon**, Sung-Joon Byun*** and Kak-Joong Kim****

Keywords : Laminar flow(층류유동), Microchannel flow(미소 채널 유동), Surface roughness(표면 거칠기), Friction factor(마찰 계수), Lattice Boltzmann Method(격자 볼츠만 방법)

Abstract

Surface roughness is present in most of the microfluidic devices due to the microfabrication techniques. This paper presents lattice Boltzmann method (LBM) results for laminar flow in a microchannel with surface roughness. The surface roughness is modeled by an array of rectangular modules placed on top and bottom side of a parallel-plate channel. In this study, LBGK D2Q9 code in lattice Boltzmann Method is used to simulate flow field for low Reynolds number in a micro-channel. The effects of relative surface roughness, roughness distribution, roughness size and the results are presented in the form of the product of friction factor and Reynolds number. Finally, a significant increase in Poiseuille number is detected as the surface roughness is considered, while the effect of roughness on the microflow field depends on the surface roughness.

기호설명

f_i : Distribution
 Ω_i : Collision Operator
 C_i : Velocity Vector
 c : reference lattice speed
 f^{eq} : Equilibrium Distribution
 τ : Relaxation time
 ω_i : Weighting factor
 ρ : Density
 u : Flow Speed
 P : Pressure
 ν : Kinematic Viscosity
 f : friction factor

1. 서론

최근 BT(Bio Technology), NT(Nano Technology)에 관한 관심이 높아짐에 따라 MEMS(Micro Electro Mechanical System)기술을 이용하여, 바이오 기술과 마이크로 제작기술이 융합된 미소유체소자(Micro fluidics)에 관한 많은 연구가 이루어지고 있으며, 이러한 미소유체소자를 제작하고 제어함에 있어, 미소 채널 내에서의 유동에 대한 분석은 매우 중요하다.[1]

미소채널에서의 유동은 주로 층류유동 영역에서 이루어지고 있다. 일반적으로 미소채널에서의 유동은 표면 거칠기의 영향을 무시한 매끈한 면으로 해석하였다. 그러나 많은 실험적 연구에 의하여 미소채널에서의 가스유동은 표면 거칠기의 영향으로 기존의 거시적 영역에서의 층류유동 현상과는 다른 유동 현상을 보이고 있다. Wu와 Little[2][3]는 미소채널에서 가스를 이용하여 층류와 난류 영역에서의 열전달 현상과 Darcy 마찰계수를 실험적으로 측정하여 거시영역에서의 이론값보다는 미소채널에서의 마찰계수가 더 크다는 것을 보여주었다. Wilding 등[4]과 Mala 등[5]은 사다리꼴, 사각형 미소채널에 물을 이용하여 Darcy 마찰계수가 이론적 값보다는 약 50% 더 증가한다는 것을 보여주고 있다.

미소채널 내에서의 표면 거칠기 영향에 대한 수치적 연구로는 유한체적법(Finite Volume Method)을 이용하여 3차원 형상으로 표면 거칠기의 영향을 연구한 Hu 등[6]과 DSMC(Direct Simulation Monte Carlo)방법을 이용하여 질소가스에 대한 미소채널 내에서의 표면 거칠기 영향에 대한 유동현상을 분석한 Sun 등[7]의 연구도 실험적 연구를 수행한 연구자들과 비슷하게 거시적 영역에서의 이론값과 마찰계수와의 차이를 보여주고 있다.

Fig. 1[8]은 실험적 연구를 수행한 연구자들의 실험값과 이론값을 무차원화한 $C^* = (fRe)_{exp} / (fRe)_{theory}$ 으로 보여주고 있다. 비록 Fig. 1에서 보이는 것처럼 미소채널 내에서의 표면 거칠기의 영향에 대한 Darcy 마찰계수의 값은 양립하고 있지만, 선행 연구자들의 실험적, 수치적 연구를 통해 미소채널 내에서의 Darcy 마찰계수는 거시적 영역에서의 이론값과는 차이가 있다는 것을 보여주고 있다

* 한양대학교 대학원 기계공학과, shinms@hanyang.ac.kr

** 한양대학교 공학대학 기계정보경영공학부, jyoony@hanyang.ac.kr

*** 한양대학교 대학원 기계공학과, sungjuns@hanyang.ac.kr

**** 한양대학교 대학원 기계공학과, caritas2000@hanmail.net

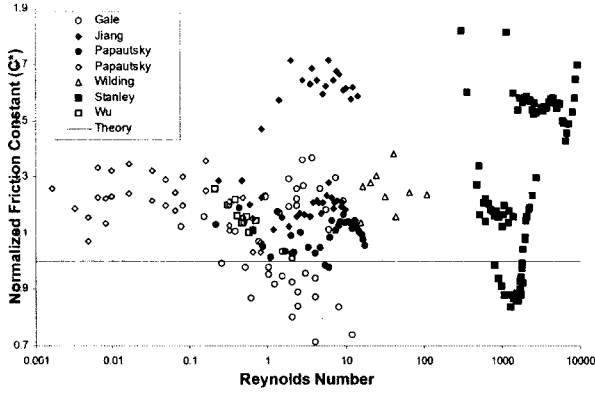


Fig 1. Experimental data for flow of water.

따라서 본 연구는 격자볼츠만 방법(LBM)을 사용하여 미소 채널 내의 유동이 완전 발달 층류유동일 때, 미소채널 내에서의 표면 거칠기 영향에 대하여 수치계산을 수행하였다. 미소채널 내에서 표면 거칠기의 영향을 분석하기 위하여 표면 거칠기의 높이, 폭을 조절하여 미소채널에서의 마찰계수(f)와 거시적 이론 값과의 비교를 통하여, 미소채널 내에서의 표면 거칠기의 영향으로 인해 기존의 거시적 층류유동과는 다른 영향을 나타낸다는 것을 격자볼츠만 방법(LBM)을 이용하여 분석하였다.

2. 격자 볼츠만 방법(Lattice Boltzmann Method)

2.1 격자 볼츠만 방법

격자볼츠만 방법(LBM)은 미소영역에 기초를 두고 거시영역의 복잡한 유동을 표현하고 있는데 이것은 LBM에 있어 중요한 장점이다.[9] 기존의 거시적 관점의 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics) 방법은 비선형적인 형태로 이루어져 있는 반면에 LBM은 선형적인 형태로 이루어져 있어, 기존의 CFD 코드보다는 매우 간단하다. 그리고 각각의 분자들을 계산하는 DSMC 방법보다는 계산량이나 계산시간, 컴퓨팅 파워가 적어 매우 경제적인 모델이고, LBM은 압력을 상태방정식에 의해 구해져서 기존의 CFD방법이 포와송(Poisson)식을 이용하여 구하는 것보다는 매우 간단하다. 그리고 계산과정이 각각의 격자점에서 이루어지므로 다수의 컴퓨터를 병렬화하여 사용하는데 용이하다. 이러한 특징을 가지고 있는 격자 볼츠만 방법은 다상유동(Multiphase flow)[10]분야와 같은 복잡한 유동을 다루는 분야에 많은 연구가 이루어지고 있다.

2.2 격자 볼츠만 방정식(LBE)

많은 격자볼츠만 방법 중 Lattice D2Q9 모델을 사용하였다. D2Q9은 2차원이며 위치는 Fig. 2처럼 각 격자점에만 있을 수 있으며, 속도벡터는 정지되어 있는 것을 포함하여 총 9개의 성분으로 이루어져 있으며, Lattice D2Q9 모델을 다음과 같이 표현할 수 있다.

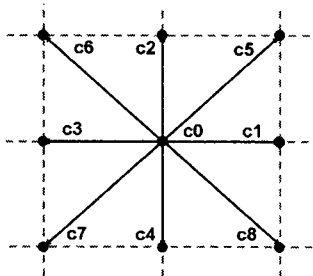


Fig 2. Velocities vector of D2Q9 Model.

$$f_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)] \quad (1)$$

여기에서 f_i 는 i 방향의 분포이고, τ 는 완화 시간, f_i^{eq} 는 평형분포함수를 뜻한다.

식(3)에서 속도벡터 c_i 는 다음과 같다.

$$c_i = \begin{cases} c[\cos(\frac{i-1}{2}\pi), \sin(\frac{i-1}{2}\pi)] & \text{for } i = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2}c[\cos(\frac{i-4}{2}\pi), \sin(\frac{i-4}{2}\pi)] & \text{for } i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (2)$$

여기에서 c 는 격자의 속도이다. 보통 1로 가정한다. 그리고 식(2)에서 평형 분포 함수 $f_i^{eq}(x, t)$ 는 Maxwell분포를 속도에 대해 Taylor 전개를 하여, 속도의 2차항까지 나타내어 다음과 같은 형태로 정의한다.

$$f_i^{eq}(x, t) = \omega_i \rho \left[1 + 3 \frac{c_i \cdot u}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(c_i \cdot u)^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{u \cdot u}{c^2} \right] \quad (3)$$

식(3)의 ρ 는 유체 밀도이며, u 는 유동속도를 뜻한다. 그리고 각 지점의 ω_i 는 weighting 상수로서 다음과 같은 값을 갖는다.

$$\omega_i: \omega_0 = \frac{4}{9}, \omega_{1,2,3,4} = \frac{1}{9}, \omega_{5,6,7,8} = \frac{1}{36} \quad (4)$$

각각의 위치에서의 밀도와 속도는 다음과 같이 분포함수의 합으로 나타낸다.

$$\rho(x) = \sum_i f_i(x), \quad \rho u(x) = \sum_i c_i f_i(x) \quad (5)$$

그리고 압력과 동점성계수는 다음과 같이 정의 된다.

$$P(x) = c_s^2 \rho, \quad c_s^2 = \frac{c^2}{3} [c_s: 음속, c: 속도 벡터] \quad (6)$$

$$\nu = \frac{2\tau - 1}{6} \quad (7)$$

3. 수치 계산 방법

3.1 채널 설계

본 연구에서는 표면 거칠기의 영향을 분석하기 위하여, 표면 거칠기가 없는 매끄러운 채널과 Fig. 3처럼 미소채널의 아래 면과 윗면에 직사각형의 고정물을 설치한 두 가지 경우에 대하여 계산을 수행하였다. 미소채널에서의 표면 거칠기의 영향을 고려하기 위하여, 고정물인 표면 거칠기의 높이(e)와 표면 거칠기의 폭(w)을 변화시켜 수치계산을 수행하였다. 미소채널의 길이는 평행평판에서 완전발달 층류 유동일 때의 유동 현상을 나타내기 위하여, Sun 등[12]의 논문에서 계산을 수행한 것처럼 채널 높이와 채널 길이의 비를 1:2의 비율로 하여 수치계산을 수행하였다.

3.2 마찰계수 계산방법

평행평판 층류유동에서의 마찰계수 이론식은 다음과 같이 레이놀즈 수(Re)만의 함수로 정의한다.

$$f = \frac{24}{Re_H} \quad (8)$$

그리고 격자볼츠만 방법에서 계산된 마찰계수는 다음과 같이 표현된다.

$$f_{LBM} = \frac{H}{\Delta s} \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}(\rho u_{avg}^2)} \quad (9)$$

여기에서 H는 미소채널의 높이, s는 표면 거칠기 사이의 길이, ΔP는 압력차, ρ는 밀도, u_{avg} 는 미소채널에서의 평균속도이다.

3.3 경계 조건

벽면에 점착(No-Slip)하는 조건으로 격자볼츠만 방법에서 쓰는 "Bounce-Back"을 사용하였으며, 평행평판에서의 완전발달 층류유동으로 가정하여 입출구 경계 조건으로 첫 번째 열의 값을 마지막 열의 값에서 가져오게 되는 주기적인(Periodic)조건을 사용하여 50,000번 반복 수치 계산하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 매끄러운 채널에서의 계산결과

Lattice D2Q9 모델을 검증하기 위하여 평행평판 완전발달 유동일 때, 레이놀즈 수(Re)가 1 ~ 150인 층류영역에서의 표면 거칠기가 없는 매끄러운 채널에 대하여 계산을 수행하였다.

Fig. 4은 매끄러운 채널에서 레이놀즈 수(Re)가 증가함에 따른 마찰계수(f)의 값을 나타내고 있다. 평행평판에서 완전발달 층류유동일 때의 이론적인 식(8)과 격자 볼츠만방법이 예측한 결과가 서로 잘 일치하였다. 이것을 통해 Lattice D2Q9 모델이 매끄러운 채널에서의 완전발달 유동을 잘 묘사한다는 것을 볼 수 있다.

4.2 미소채널에서의 표면 거칠기의 영향

미소채널 내에서의 표면 거칠기의 영향을 분석하기 위하여, 단순채널과 동일한 계산조건으로 레이놀즈 수(Re)가 1 ~ 150인 층류영역에서 수치계산을 수행하였다. 미소채널에서의 표면 거칠기의 영향을 나타내기 위하여, 무차원화한 표면 거칠기의 높이(ϵ/H)와 폭(w/ϵ)을 변화시켜 이론적인 식(8)과 LBM을 이용한 마찰계수 값과의 비교를 통해 미소채널에서의 표면 거칠기 영향에 대해 분석하였다.

실제 미소유체소자(Microfluidics)에서의 미소 채널은 표면 거칠기의 크기가 채널 높이에 비해 약 1% ~ 8%정도로 나타난다는 것을 많은 실험적 연구에서 보여주고 있다.[1-5][13]

그래서 본 연구에서는 표면 거칠기의 높이, 폭을 무차원화한 비율로 다음과 같이 변화하여 각 경우에 대하여 수치 계산을 수행하였다.

- (1) 표면거칠기 높이(ϵ/H) : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07, 0.09, 0.11, 0.13
- (2) 표면 거칠기 폭(w/ϵ) : 0.67, 0.89, 1.11, 1.33, 1.57

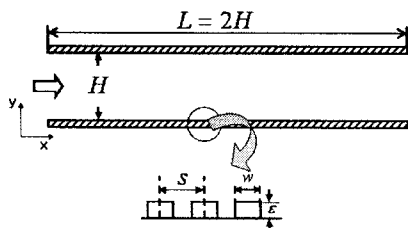


Fig 3. Schematic diagram of Microchannel with Surface Roughness.

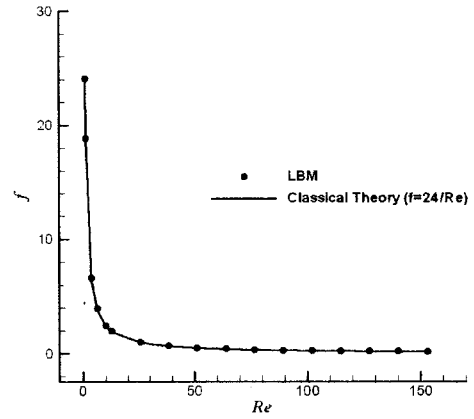


Fig 4. Comparison of Friction factor by LBM with Classical theory results for Smooth channel.

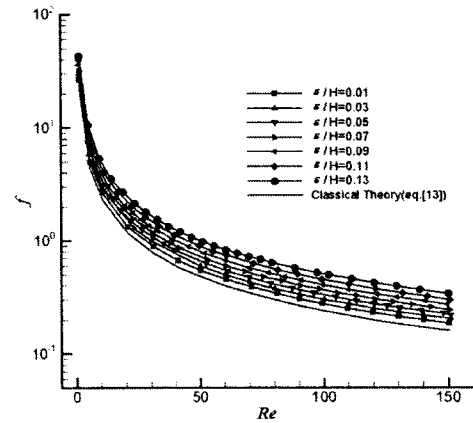


Fig 5. Friction factor by LBM vs. Re for Rough Micro-channel and comparison with the Classical Theory.

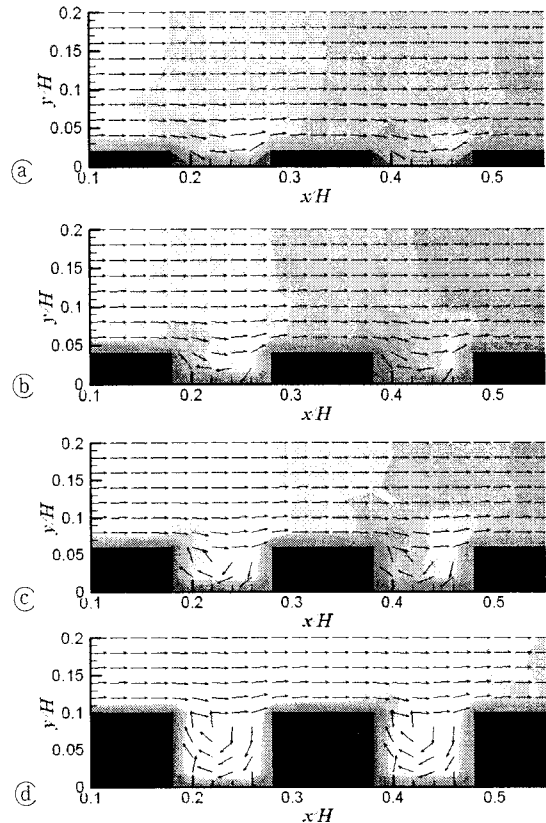


Fig 6. The Pressure fields with Re=50 :
 (a) $\epsilon/H=0.01$, (b) $\epsilon/H=0.03$, (c) $\epsilon/H=0.05$, (d) $\epsilon/H=0.09$

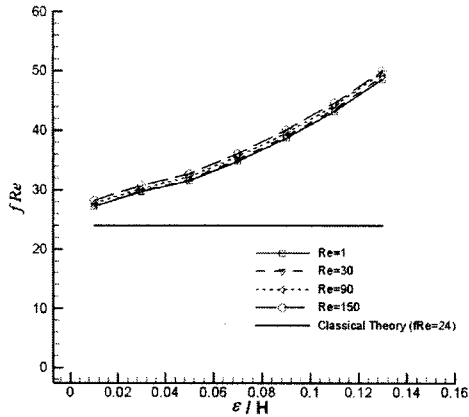


Fig 7. Nondimensional the Surface Roughness height vs. fRe and Comparison with the Classical Theory.

Fig. 5 ~ 8에는 표면 거칠기 높이와 폭의 변화를 고려한 미소 채널 유동에 대한 수치계산 결과를 나타내었다. Fig. 5은 미소 채널에서의 표면 거칠기 높이를 무차원화한 표면 거칠기의 높이 (ϵ/H)를 0.01에서 0.13까지 변화 시켰을 때 기존의 거시적 마찰 계수 값과의 차이를 보여주고 있다. 표면 거칠기의 높이(ϵ/H)를 0.01에서 0.13로 증가함에 따라, 이론값과는 다르게 마찰계수(f)가 증가하는 것을 볼 수 있다. 이것은 표면 거칠기 높이(ϵ/H)의 증가에 따라 표면 거칠기 주변에 발생하는 국부적인 압력의 증가함으로 인해 나타나는 현상이다.

Fig. 6은 레이놀즈 수(Re)가 50일 때의 표면 거칠기의 높이에 따른 압력강하 속도벡터를 보여주고 있다. 표면 거칠기 주변에서는 표면 거칠기가 미소유동의 진행에 저항하는 것으로써 국부적인 압력강하가 나타나게 된다. 이것은 표면 거칠기 주위에 속도를 증가시키는 원인이 된다. 또한 각 지점의 표면 거칠기를 지난 경우에는 급격한 압력강하 없이 완만하게 압력이 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 그리고 표면 거칠기 높이(ϵ/H)가 0.05 이상인 경우에는 표면 거칠기 사이에 미소 공동유동(Micro Cavity Flow)현상이 나타나고 있다.

Fig. 7와 Fig. 8은 표면 거칠기의 높이와 폭간의 정량적 비교를 하기 위하여 마찰 계수의 결과 값들을 포와이즈 수($Po=fRe$)의 형태로 보여주고 있다. Fig. 7에서는 표면 거칠기 높이(ϵ/H)와 포와이즈 수(Po)와의 관계를 보여주고 있다. 기존의 거시적 층류유동일 때의 포와이즈 수(Po)와는 많은 차이를 나타내고 있다. 이것은 미소채널에서 표면 거칠기의 높이가 높아짐에 따라 미소 채널 유동에 저항하는 표면 거칠기의 면적도 커져서 미소채널에서의 압력강하가 증가하게 되어, 마찰계수의 값도 점점 증가하게 된다. 미소 채널에서의 표면 거칠기 높이의 증가가 선형적인 데 비하여, 포와이즈 수(Po)와 ϵ/H 의 기울기가 0.01~0.05보다 0.05 ~0.13의 기울기가 높은 것을 볼 수 있다. 이것은 Fig. 6에서 보이는 것처럼 표면 거칠기 높이(ϵ/H)가 0.05를 넘으면서 표면 거칠기 사이에 미소 공동유동(Micro Cavity Flow)현상이 발생하여 0.01~ 0.03보다 더 큰 압력강하로 인한 현상이다. Fig. 8은 표면 거칠기 폭(w/ϵ)과 포와이즈 수(Po)와의 관계를 보여주고 있다. 표면 거칠기 폭(w/ϵ)이 증가함으로써 마찰계수(f)가 감소하는 현상을 나타내고 있다. 이것은 표면 거칠기의 간격이 줄면서 유동이 표면 거칠기 사이에 정체하지 않는 현상으로 인해 국부적으로 압력강하가 감소한다.

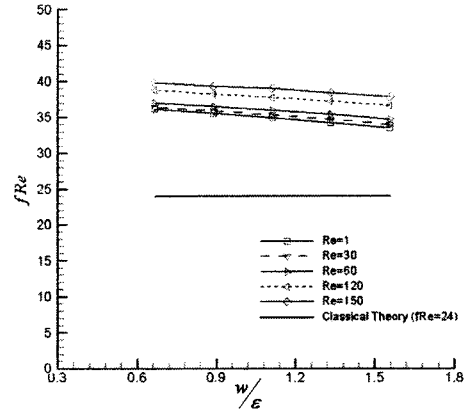


Fig 8. Nondimensional the Surface Roughness width vs. fRe with $\epsilon/H=0.07$

5. 결 론

본 연구는 격자볼츠만 방법(LBM)을 사용하여 미소채널 내의 유동이 완전 발달(Local Fully Developed) 층류유동일 때, 미소 채널 내에서의 표면 거칠기 영향에 대하여 수치계산을 수행하여 분석하였다.

미소채널 내에서 표면 거칠기의 영향을 분석하기 위하여 표면 거칠기의 높이와 폭을 조절하여 미소채널에서의 마찰계수(f)와 거시적 이론값과의 비교를 통하여 표면 거칠기의 높이와 폭의 변화에 대한 미소채널 내에서 유동 영향을 주는 인자에 대해서 알아보았으며, 표면 거칠기 높이에 대해 속도벡터와 압력분포를 통해 표면 거칠기가 증가함에 따라 표면 거칠기 주변에서는 표면 거칠기가 미소유동의 진행에 저항하는 것으로써 국부적인 압력강하가 나타나게 되고, 이것은 표면 거칠기 주위에 속도를 증가시키는 원인이 된다. 또한 표면 거칠기 높이(ϵ/H)가 0.05 이상인 경우에는 표면 거칠기 사이에 미소 공동유동(Micro Cavity Flow)현상이 발생하는 것을 볼 수 있었다.

이러한 결과를 통해 미소채널 내에서는 기존의 거시적 층류 유동과는 다르게 표면 거칠기의 영향으로 벽면에서의 속도는 감소하고 압력은 증가함으로써 마찰계수(f)가 높아지는 현상을 통해 미소채널 내에서의 유동은 표면 거칠기를 고려해야 한다는 결론을 도출하게 되었다.

참고문헌

- [1] Ho. C.M et al, 1998, "MEMS and fluid flow", Annu. Rev. Fluid Mech., vol 30, pp. 579-
- [2] P. Wu, W.A. Little, 1983, "Measurement of friction factors for the flow of gases in very fine channels used for microminiature Joule-Thomson refrigerators", Cryogenics, No. 5, pp. 273-277.
- [3] P. Wu, W.A. Little, 1984, "Measurement of the heat transfer characteristics of gas flow in fine channel heat exchangers used for microminiature refrigerators", Cryogenics, No. 8, pp. 415-419.
- [4] P. Wilding, M.A. Shoffner, L.J. Kircka, 1994, "Manipulation and flow of biological fluids in straight channels micromachined in silicon", Clin. Chem., 40, pp. 43-47.
- [5] G.M. Mala, D. Li, 1999, "Flow characteristics of water in microtubes.", Int. J. Heat Fluid Flow, 20, pp. 142-148.

- [6] Y. Hu, C. Werner, D. Li, 2003, "Influence of Three-Dimensional Roughness on Pressure-Driven flow through Microchannels", *J. Fluids Eng.*, 125, pp. 871-879
- [7] H. Sun, M. Faghri, 2003, "Effect of Surface Roughness on Nitrogen flow in a Microchannel using the Direct Simulation Monte Carlo Method", *Numerical Heat Transfer part A*, 43, pp. 1-8.
- [8] I. Papautsky, J. Brazzle, T. Ameal, A. B. Frazier, 2001, "A Review of Laminar single-phase flow in microchannels", 2001ASME IMECE Nov.11-16 NY
- [9] Z. L. Yang, T. N. Dinh, R. R. Nourgaliev, B. R. Sehgal, 2000, "Evaluation of the Darcy's law performance for two-fluid flow hydro dynamics in a particle debris bed using a lattice-Boltzmann model," *Heat and Mass Transfer*, 36, pp. 295-304
- [10] Yoon Joon Yoon, Han Gyu Suk and Byun Sung Joon, 2005, "Optimization of Passive Mixer for Enhanced Mixing in a Micro-Channel by Using Lattice Boltzmann Method." *KSME A*, 29(5), pp. 707-715.
- [11] Sauro Succi, 2001, "The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond," Clarendon Press-Oxford
- [12] H. Sun, M. Faghri, 2000, "Effect of rarefaction and compressibility of gaseous flow in microchannel using DSMC", *Numerical Heat Transfer, Part A*, 38, pp. 153-168
- [13] Z. Li, D. Du, Z. Guo, 2003, "Experimental Study on Flow Characteristics of Liquid in Circular Microtubes", *Microscale Thermophysical Eng.*, 7, pp. 253-265