

## 고압수소 유량계측용 임계노즐 유동의 수치해석적 연구

이준희\* · 김희동\*\* · 박경암\*\*\*

### A Computational Work of Critical Nozzle Flow for High-Pressure Hydrogen Gas Mass Flow Measurement

Jun-Hee Lee\*, Heuy-Dong Kim\*\* and Kyung-Am Park\*\*\*

**Keywords :** Critical Nozzle(임계노즐), Compressible Flow(압축성유동), Hydrogen Gas(수소기체), Ideal Gas Law(이상기체법칙), Real Gas Effect(실재기체효과)

#### Abstract

The method of mass flow rate measurement using a critical nozzle is well established in the flow satisfying ideal gas law. However, in the case of measuring high-pressure gas flow, the current method shows invalid discharge coefficient because the flow does not follow ideal gas law. Therefore an appropriate equation of state considering real gas effects should be applied into the method. The present computational study has been performed to give an understanding of the physics of a critical nozzle flow for high-pressure hydrogen gas and find a way for the exact mass flow prediction. The two-dimensional, axisymmetric, compressible Navier-Stokes equations are computed using a fully implicit finite volume method. The real gas effects are considered in the calculation of discharge coefficient as well as in the computation. The computational results are compared with the previous experimental data and predict well the measured mass flow rates. It has been found that the discharge coefficient for high-pressure hydrogen gas can be corrected properly adopting the real gas effects.

#### 1. 서론

일반적으로 압축성 유동의 질량유량은 임계노즐을 이용하여 정확한 측정이 가능하며, 노즐 목에서 발생하는 초크현상<sup>(1)</sup>을 이용한다. 초크된 유동에서 노즐 목 하류 유동장의 압력변동은 더 이상 노즐 목 상류의 유동에 영향을 주지 않는다. 따라서 초크된 유동의 질량유량은 노즐 목 상류의 정체점 상태량만으로 계산할 수 있다<sup>(2)</sup>.

임계노즐은 구성이 간단하고, 저렴한 비용으로 비교적 높은 정확도의 유량측정이 가능하므로 산업현장에서 유량측정의 기본 도구로 사용되어 왔다. 종래의 연구결과<sup>(3,4)</sup>에 의하면, 노즐의 유출계수는 노즐 목 직경을 특장길이로 하는 레이놀즈수에 강하게 의존하는 함수로 주어진다. 레이놀즈수가 클수록 유출계수는 증가하여 이론 질량유량과 실제 질량유량이 거의 같게 되며, 이는 레이놀즈수가 큰 경우에 일차원 비점성 이론이 유효하기 때문이다. 그러나 레이놀즈수가 낮은 경우에는 유동에 미치는 경계층 효과가 증대되어 유출계수는  $C_d=1.0$ 보다 상당히 낮아지게 된다<sup>(5,6)</sup>.

현재, 수소연료전지의 유량계로 사용되는 임계노즐에 대하여 많은 연구가 수행되고 있는데, 이 때 사용되는 수소기체는 실재기체의 효과를 고려해야 할 정도로 압력이 높다. 최근의 연구<sup>(7)</sup>

에 의하면, 이상기체로 가정한 고압 수소기체의 임계노즐 유동은 유출계수가  $Re=0.9 \times 10^5 \sim 6.2 \times 10^5$ 의 범위에서  $C_d > 1.0$ 인 것으로 보고되었다. 이것은 이상기체 상태방정식을 이용하여 이론 질량유량을 계산하였기 때문이며, 고압 수소기체의 이론 질량유량 계산에는 실재기체의 효과를 고려해야 한다.

본 연구에서는 고압 수소기체의 유량측정에 사용되는 임계노즐의 유효성을 실재기체의 상태방정식을 이용한 수치계산으로 조사하였다. 유동의 유출계수는 이상기체로 가정한 경우와 실재기체의 효과를 고려한 경우를 계산하여 비교하였고, 유량측정에서 실재기체의 효과를 고려해야 하는 판단기준을 제시하였다.

#### 2. 수치해석방법

임계노즐을 통하는 고압의 수소기체 유동을 수치적으로 모사하기 위하여  $k-\epsilon$  난류모델을 사용하는 압축성, 축대칭, Navier-Stokes 방정식에 유한체적법을 적용하였다. 또, 수소기체의 거동을 적절히 예측하기 위하여 실재기체 상태방정식을 적용하였다.

본 연구의 수치계산에 적용된 실재기체 상태방정식은 수소기체의 액화시에 발생하는 분자 상호간의 인력을 고려한 Redlich-Kwong 상태방정식<sup>(8)</sup>을 이용하였다. Redlich-Kwong 상태방정식은 다음과 같다.

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a(T)}{v(v+b_0)} \quad (1)$$

\* 안동대학교 대학원, junnylee@anuis.andong.ac.kr

\*\* 안동대학교 기계공학부, kimhd@andong.ac.kr

\*\*\* 한국표준과학연구원 기반표준부, kapark@kriss.re.kr

여기서,

$$v = \frac{1}{\rho}$$

$$a(T) = a_0 \left( \frac{T_c}{T} \right)^n$$

$$\tilde{b} = b_0 - c_0$$

$$a_0 = 0.42747 \frac{R^2 T_c^2}{p_c}$$

$$b_0 = 0.08664 \frac{RT_c}{p_c}$$

$$c_0 = \frac{RT_c}{p_c + \frac{a_0}{v_c(v_c + b_0)}} + b_0 - v_c$$

Fig. 1은 본 연구의 수치계산에 적용된 입제노즐의 계산영역과 경계조건을 나타낸다. 작동유체는 수소기체이며, 노즐 축소부를 통해 가속된 유동은 직경  $D(=0.6\text{mm})$ 의 노즐 목을 지나 초음속 상태로 된다. 이후 길이  $5D$ , 확대반각이  $4^\circ$ 인 확대부를 지난 유동은 높이  $5D$ , 길이  $20D$ 의 노즐 외부로 유출한다. 경계조건으로는 노즐 입구에 pressure inlet, 노즐 출구의 계산경계에 pressure outlet 조건을 적용하였으며, 모든 벽면에는 단일 no-slip 벽조건을 적용하였다. 또, 노즐 입구와 출구에는 각각 전압과 대기압 조건을 주었으며, 고정된 전온도  $T_0=298.15\text{K}$ 에서 작동압력비는  $p_0/p_a=2.0\sim 300.0$ 의 범위에서 변화하였다.

한편, 유출계수는 실제 질량유량과 이론 질량유량의 비로서, 다음과 같이 정의된다.

$$C_d = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{th}} \quad (2)$$

여기서, 이론 질량유량은 일차원 등엔트로피 유동으로 가정한 기체유동에 기체 상태방정식을 사용하여 계산하며, 이상기체 상태방정식을 사용하는 경우, 이론 질량유량과 이론 레이놀즈수는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{m}_{th} &= \rho^* u^* A^* \\ &= A^* \times \sqrt{\frac{\gamma}{RT_0}} \times p_0 \times \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \end{aligned} \quad (3)$$

$$Re = \frac{4 \times \dot{m}_{th}}{\pi \times D_{eff} \times \mu_0} \quad (4)$$

위의 식(3)에서  $\rho^*$ ,  $u^*$ ,  $A^*$ 는 각각 노즐 목에서의 밀도, 유속, 단면적을 나타내며,  $\gamma$ 는 비열비이다. 또, 식(4)에서  $D_{eff}$ 와  $\mu_0$ 는 노즐 목의 등가직경 및 정체점 상태의 점성계수이다.

### 3. 결과 및 고찰

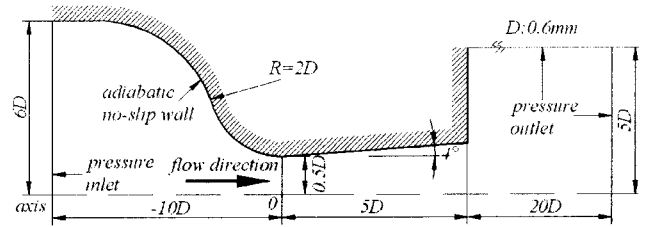


Fig. 1 Schematic diagram of the present critical nozzle

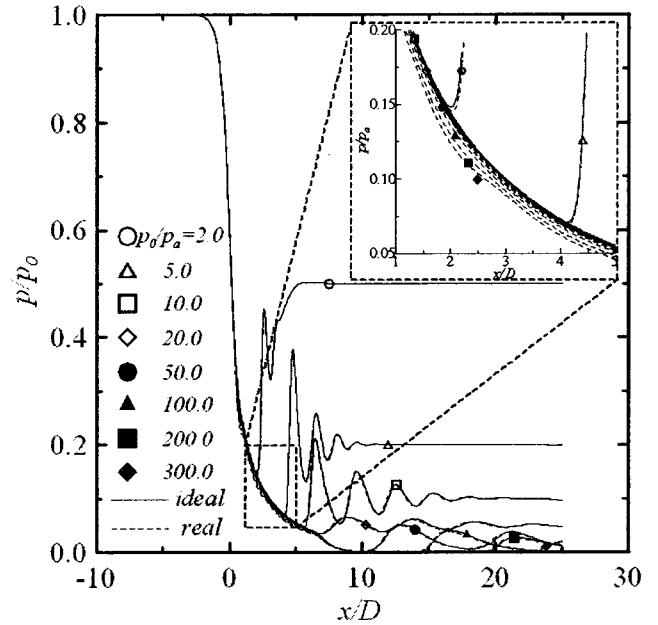


Fig. 2 Static pressure distributions along the axis

Fig. 2는 노즐 중심축의 정압분포를 나타낸다. 그림의 실선은 이상기체 상태방정식을 사용한 계산 결과이고, 점선은 Redlich-Kwong 상태방정식으로 계산한 결과이다. 그림의 횡축에서 노즐 목으로부터의 거리  $x$ 는 노즐 목직경으로 무차원화 되었다. 이상기체 상태방정식으로 계산한 경우, 충격파가 발생하는 지점의 상류에서는 거의 동일한 정압분포를 나타낸다. 그러나 Redlich-Kwong 상태방정식으로 계산한 결과는 이상기체 상태방정식의

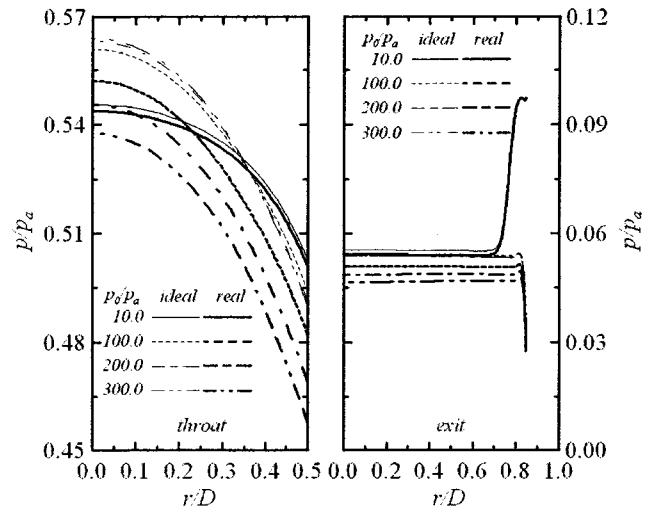


Fig. 3 Static pressure distributions at the nozzle throat and nozzle exit

계산 결과와 다소 차이를 나타낸다. 구체적으로 작동압력비가 20.0이하로 낮은 경우에는 이상기체 상태방정식과 Redlich-Kwong 상태방정식 계산에서 정압분포의 차이가 거의 없지만, 작동압력비가 증가할수록 Redlich-Kwong 상태방정식을 사용한 경우의 정압은 이상기체 상태방정식을 사용한 경우보다 점점 낮아지게 된다.

Fig. 3에는 기체 상태방정식의 변화가 수소기체의 유동장에 미치는 영향을 알아보기 위하여 노즐 목과 노즐 출구에서의 정압분포를 비교하였다. 그림의 횡축은 각각 노즐 목과 노즐 출구에서 유동의 반경방향의 거리  $r$ 을 노즐 목직경으로 무차원화 하였다. 작동압력비가 10.0인 경우, 이상기체 상태방정식과 Redlich-Kwong 상태방정식의 계산결과에서 정압분포는 미소한 차이를 나타낸다. 그러나 작동압력비가 증가할수록 두 계산결과와 정압분포의 차이는 점점 증가한다. 그림으로부터 노즐 목에서의 정압분포 차이가 노즐 출구에서의 정압분포 차이보다 더 큰 것으로 나타난다.

Fig. 4는 노즐 목에서 평균 질량유속과 레이놀즈수의 관계를 나타낸다. 그림의 종축에서 평균 질량유속은 노즐 상류 정체점의 밀도와 음속의 곱으로 무차원화 되었다. 이상기체 상태방정식으로 계산한 경우, 레이놀즈수가 증가할수록 평균 질량유속은 증가하여 일정한 값으로 접근한다. 그러나 Redlich-Kwong 상태방정식으로 계산한 경우, 평균 질량유속은 레이놀즈수가  $Re_{th} \approx 0.14 \times 10^6$ 에 이를 때까지는 이상기체 상태방정식 계산의 경우와 거의 같지만, 레이놀즈수가 더욱 증가하면 평균 질량유속은 감소하며 이상기체 상태방정식 계산의 경우와의 차이가 커진다. 레이놀즈수가  $Re_{th} \approx 0.14 \times 10^6$ 일 때의 작동압력비는  $p_0/p_a = 50.0$ 이다.

이러한 경향을 상세히 알아보기 위하여 Fig. 5에는 레이놀즈수를 변화시켜 노즐 목에서의 음속선을 비교하였다. 레이놀즈수가  $Re_{th} \approx 0.056 \times 10^5$  ( $p_0/p_a = 2.0$ )로 낮은 경우에 음속선은 노즐 목 하류에 형성되며, 음속선의 분포는 사용된 상태방정식에 무관하게 거의 동일하다. 그러나 레이놀즈수가 증가할수록 음속선은 노즐 목 상류로 이동하며, 경계층 두께가 상당히 감소하는 것을 알 수 있다. 또, Redlich-Kwong 상태방정식을 이용한 계산의 음속선은 이상기체 상태방정식으로 계산한 경우의 음속선보다 상류에 위치하게 되며, 레이놀즈수가  $Re_{th} \approx 1.40 \times 10^5$  ( $p_0/p_a = 50.0$ ) 이상

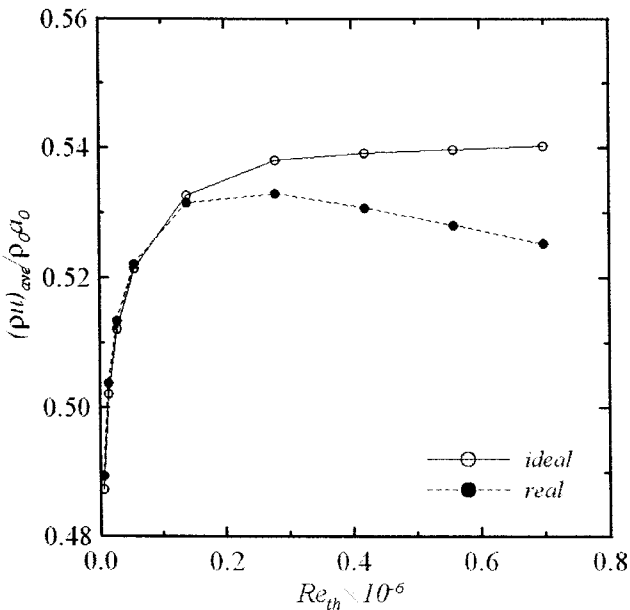


Fig. 4 Variations of average mass flux with the Reynolds number at the nozzle throat

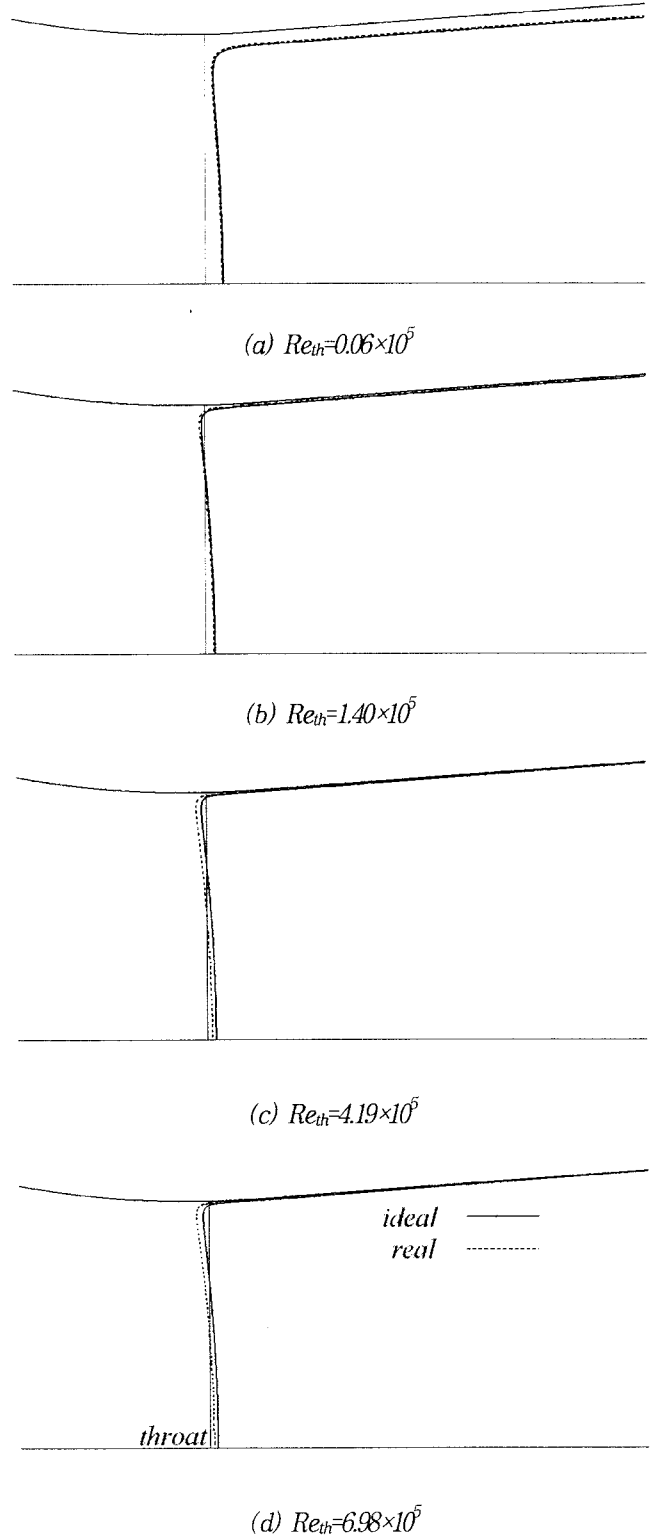


Fig. 5 Sonic lines at the nozzle throat

이 되면 그 차이가 더욱 커진다.

Fig. 6은 임계노즐의 유출계수에 대한 실험과 수치계산 결과의 비교를 나타낸다. 그림의 ●는 문헌(7)의 실험결과이고, 실선과 점선은 각각 이상기체 상태방정식과 실재기체 상태방정식을 사용한 수치계산 결과이다.

이상기체 상태방정식을 사용한 수치계산 결과에서 레이놀즈수가 증가할수록 유출계수(○)는 증가하여  $C_d = 1.0$ 에 접근한다. 그러나 이 값은 고압의 수소유동을 이상기체 상태방정식으로 계

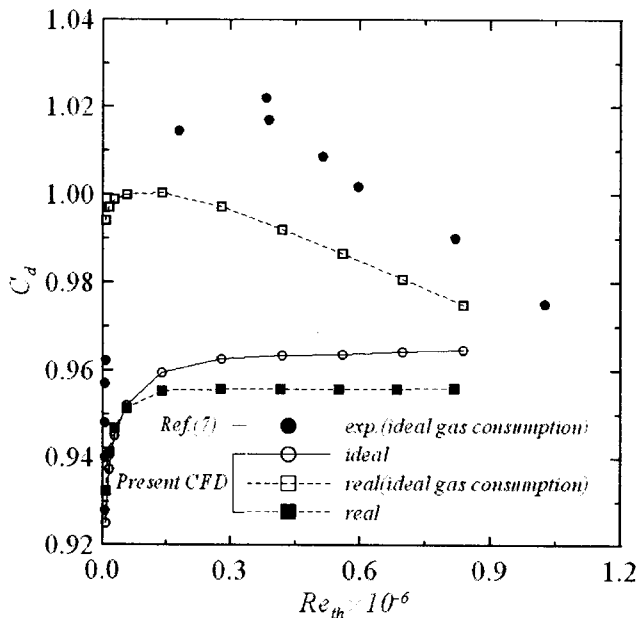


Fig. 6 Experimental and computational discharge coefficients of the critical nozzle flow meter

산하였기 때문에 실제 유동의 경우와 다르다.

실제의 유동을 모사하기 위하여 Redlich-Kwong 상태방정식을 사용한 수치계산 결과에서, 실제기체의 효과를 고려하지 않은 경우의 유출계수(□)는 기존의 기체역학 이론과 상이한 결과를 나타낸다. 즉, 레이놀즈수가 증가하면 유출계수는  $C_d=1.0$  이하의 값에서 증가하여  $C_d>1.0$ 이 되고, 레이놀즈수가 더욱 증가하면 유출계수는 다시 감소하여  $C_d<1.0$ 이 된다. 이것은 이론 질량유량의 산출시, 실제기체의 효과를 고려하지 않고, 이상기체를 가정하는(3)을 사용했기 때문이다. 따라서 실제기체에 대한 유출계수가  $C_d<1.0$ 이 되도록 하기 위하여, 실제기체의 효과를 고려한 유출계수를 ■로 나타내었다. 실제기체의 효과를 고려한 유출계수는 레이놀즈수가 증가하면  $C_d=1.0$ 에 접근하여 증가한다. 또, 유출계수는  $Re_{th} \approx 0.56 \times 10^5 (p_0/p_a=20.0)$  이하의 범위에서 이상기체 상태방정식을 사용한 수치계산의 유출계수와 거의 동일하지만, 레이놀즈수가 더욱 증가하면 Redlich-Kwong 상태방정식을 사용한 수치계산의 유출계수는 이상기체 상태방정식을 사용한 경우와의 차이가 커진다. 이때의 이론 질량유량은 수치계산의 결과로부터 노즐목의 평균밀도와 평균유속을 구하여 산출한다.

한편, 문헌(7)의 유출계수(●)는 이상기체로 가정하여 이론 질량유량을 계산하였기 때문에, 실제 유동의 경우와 다른 유출계수값을 나타낸다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 임계노즐을 통하는 고압의 수소기체의 유동특성을 조사하였다. 이상기체 상태방정식과 Redlich-Kwong 상태방

정식을 사용하여 수치계산을 수행하였으며, 유동의 유출계수를 이상기체로 가정한 경우와 실제기체의 효과를 고려한 경우에 대하여 산출하였다. 본 연구에서 얻어진 결론은 다음과 같다.

1. 임계노즐을 통하는 고압의 수소기체 유동을 Redlich-Kwong 상태방정식을 사용하여 적절하게 모사하였다.
2. 고압의 수소기체 유동에서 레이놀즈수가  $Re_{th} \approx 0.56 \times 10^5$  이상이 되면 실제기체의 효과를 고려해야 한다.
3. 이상기체를 가정한 경우 실제 질량유량이 이론 질량유량보다 크지만, 실제기체의 효과를 고려하면 실제 질량유량이 이론 질량유량보다 작게 된다.

#### 후 기

본 연구는 2006년 한국표준과학연구원 연합협동연구의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- [1] Kim, H. D., Kim, J. H., Park, K. A., Setoguchi, T. and Matsuo, S., 2003, "Computational Study of the Gas Flow through a Critical Nozzle," IMechE Journal, Vol. 217, No. 10, pp. 1179-1189.
- [2] James, E. A. J., 1984, "Gas Dynamics," Allyn and Bacon, pp. 53-55.
- [3] Nakao, S., Yokoi, Y. and Takamoto, M., 1996, "Development of a Calibration Facility for Small Mass Flow Rates of Gas and Uncertainty of a Sonic Venturi Transfer Standard," Journal of Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 7., pp. 77-83.
- [4] Park, K. A., Choi, Y. M., Cha, T. S. and Yoon, B. H., 2001, "Evaluation of Critical Pressure Ratio of Sonic Nozzles at Low Reynolds number," Journal of Flow Measurement and Instrumentations, Vol. 12, pp. 37-41.
- [5] Geropp, D., 1971, "Laminare Grenzschichten in Ebenen und Rotation Symmetrischen Lavalduesen," Deutsche Luft und Raumfahrt For Schungsbericht, pp. 71-90.
- [6] Tang, S. P. and Fenn, J. B., 1978, "Experimental Determination of the Discharge Coefficients for Critical Flow through an Axisymmetric Nozzle," Journal of AIAA, Vol. 16, No. 1, pp. 41-46.
- [7] Nakao, S., 2005, "Development of Critical Nozzle Flow Meter for High Pressure Hydrogen Gas Flow Measurements," Proceedings of JSME, Fluid Dynamics Section.
- [8] Augnier, R. H., 1995, "A Fast, Accurate Real Gas Equation of State for Fluid Dynamic Analysis Applications," Journal of Fluids Engineering, Vol. 117, pp. 277-281.