

## 미소진동교반기의 혼합특성에 대한 수치적 연구

김용대\* · 맹주성\*\*

### Numerical Study for Mixing Characteristics of an Oscillating Micro-stirrer

Yong-dae Kim\* and Joo-sung Maeng\*\*

**Keywords :** Oscillating stirrer(진동교반기), Poincare Section(푸앵카레 단면), Lyapunov Exponent(리아푸노프 지수), Lattice Boltzmann Method(격자볼츠만법)

#### Abstract

Effective mixing is an important problem in microfluidics for chemical and biomechanical applications. In this study, the influences of the Reynolds number and the oscillating frequency on mixing characteristics of micro-stirrer are studied in a microchannel with single stirrer. The influence of fluid inertial effects in an active mixer is first discussed. It is found that the stirring effects by stirrer oscillation are promptly attenuated at low Reynolds number, which makes greatly difficult the rapid mixing. As the inertial effects are increased, the chaotic advection is generated and then developed. The mixing phase is finally developed some mushroom shaped structure. And the mixing efficiency is also studied as a function of the oscillating frequency. We found that the mixing efficiency does not always increase with higher oscillating frequency of stirrer. Consequently, we found the functional relation between the optimal frequency of a stirrer and the Reynolds number.

#### 1. 서론

최근 화학, 생화학 및 생체공학 분야의 MEMS 기반 미세 유동 시스템이 급격히 발달함에 따라, 미소 펌프, 밸브, 믹서와 같은 장치들에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. MEMS 시스템을 구성하는 각 장치들의 성능은 전체 성능을 결정하는 중요한 인자로 작용하고, 그 중에서도 마이크로 믹서를 통한 반응물의 균일한 혼합은 결과의 신뢰성을 향상시키고 시스템의 성능을 개선하는 효과가 있다.

미소 유동 시스템은 장치의 크기가 매우 작기 때문에 대개 층류 영역으로 한정되어 난류 혼합 효과를 기대할 수 없으며, 그로 인하여 빠르게 반응물을 혼합하는 것은 매우 어려운 문제이다. 일반적으로 미소 유동장치에서 혼합은 두 유체의 접촉면의 분자확산에 의하여 이루어지며, 출구에서 충분히 혼합된 반응물을 얻기 위해 단순히 채널을 충분한 길이로 확장 시킨다. 이러한 방법은 매우 작은 유량의 혼합에만 제한적으로 사용할 수 있으며, 유량이 커지거나 확산계수가 매우 작을 경우 채널의 길이가 지나치게 길어지기 때문에 적절하지 않다.

이러한 성능의 한계를 극복하기 위해 미소 유동 시스템에서 빠른 혼합을 성취하기 위한 많은 연구들이 진행되어 왔다. 마이크로 믹서는 혼합방법에 따라 능동형 믹서와 수동형 믹서로 나뉜다. 수동형 믹서는 유로의 형상을 늘이거나 꺾어서 유체간 접촉면의 길이 및 접촉시간을 늘려주는 방법[1]과 복잡한 유로 구조를 통한 유선의 분류 및 합류를 통하여 접촉면의 수를 증가시켜 분자 확산의 효과를 향상시키는 방법[1]과 3차원의 복잡한 형

상을 통하여 발생된 혼돈류에 의하여 빠르게 혼합시키는 믹서[1]가 있다. 유선의 분류 및 합류를 통하여 접촉면을 늘리는 혼합 방법은 유량이 작을 때 ( $Re \leq 1$ ) 효과적이지만 여전히 확산율에 의해 제한을 받으며, 혼돈류를 이용한 혼합은 복잡한 유로 구조로 인하여 마이크로 크기로 제작이 어렵고 비용이 많이 드는 단점을 가지고 있다.

능동형 믹서는 moving parts의 유무에 따라 구분된다. Micro-stirrer bar[2-4], piezoelectric membranes 또는 gas bubble 등의 작동부를 가진 능동형 믹서는 작동부가 회전하거나, 진동 운동을 가함으로써 유동을 혼합하고, 작동부 없이 외부에서 가해지는 압력, 자기장, 전기장의 영향 그리고 acoustic streaming에 의하여 발생하는 2차 유동에 의하여 혼합되는 믹서가 있다.[1] Lu 등[2]은 회전하는 미소 교반기를 이용하여 채널과 chamber에서 직접 유동을 섭동하여 혼합하는 믹서를 실험 및 수치해석을 통하여 연구하였다. Kim 등[3]은 원형 실린더와 진동하는 미소 교반기가 순차적으로 배치된 능동형 혼합기를 제안하고 혼합성능을 비교하였고, 원형 실린더에서 발생하는 Karman 와가 예혼합에 유용한 방법임을 확인하였고, An 등[4]은 진동 교반기와 회전 교반기의 혼합 성능을 비교하여 진동교반기가 더욱 우수하며, 진동교반기는 최적의 혼합성능을 발휘하는 교반속도와 레이놀즈수가 존재함을 확인하였다.

본 연구에서는 단일 진동교반기가 설치된 미소채널에서 레이놀즈수와 교반기의 진동수에 따른 진동교반기의 혼합양상에 대하여 연구하였다. 일반적인 MEMS 시스템의 유동 조건인 1-100의 레이놀즈수에 대하여 진동교반기의 환원 진동수를 0-7.5까지 변화하여 레이놀즈수와 교반기 진동수에 따른 혼합특성을 분석하였다. 각 경우에서, 분자확산의 혼합 정도를 일정하게 하기 위해 Peclet 수는 1,000으로 고정하였다. Poincare 단면과 Lyapunov

\* 한양대학교 일반대학원 기계공학과, yongdae@hanyang.ac.kr

\*\* 한양대학교 기계공학부, jsmaeng@hanyang.ac.kr

Exponent (LE)를 통해 교반기 진동에 의하여 발생하는 비정상상태 유동의 혼돈류 특성을 분석하고, 농도방정식을 계산하여 레이놀즈수와 교반기 진동수에 따른 혼합성능을 비교하여 최적의 혼합성능을 발휘하는 진동수와 레이놀즈수의 관계를 규명하였다.

## 2. 수치해석 방법

### 2.1 격자볼츠만법

Bhatnagar-Gross-Krook (BGK) 접근법[5]으로 충돌연산자를 단순화한 D2Q9 격자볼츠만 방정식은 다음과 같다.

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = f_i(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(\vec{x}, t) - f_i^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (1)$$

여기서  $f$ 는 단일 입자 분포함수이고,  $\vec{e}$ 는 입자의 속도,  $\tau$ 는 충돌에 의한 완화 시간, 그리고  $f^{eq}$ 는 볼츠만-Maxwellian 분포함수이다. 방정식의 우변은 충돌 연산자에 의한 입자의 충돌과정을 나타내고, 좌변은 입자의 전과과정을 나타내고 있다. 이산 속도  $\vec{e}_i$ 는 아래와 같이 나타낼 수 있으며, 하첨자  $i$ 는 D2Q9 모델의 이산 속도의 각 방향을 나타낸다.

$$\vec{e}_i = \begin{cases} c(0,0) & i = 0 \\ c(\cos\theta_i, \sin\theta_i), & i = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2}c(\cos\theta_i, \sin\theta_i), & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{where, } \theta_i = (i-1)\pi/4, \quad i = 1-4 \\ \theta_i = (i-5)\pi/2 + \pi/4, \quad i = 5-8$$

여기서  $c \equiv \delta x / \delta t$ ,  $\delta x$ 는 격자크기,  $\delta t$ 는 시간간격을 나타낸다. 평형분포함수  $f_i^{eq}$ 는 다음과 같다.

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[ 1 + 3 \frac{\vec{e}_i \cdot \vec{u}}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(\vec{e}_i \cdot \vec{u})^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{(\vec{u} \cdot \vec{u})}{c^2} \right], \quad (3)$$

여기서,  $w_i$ 는 weighting factor로 각 격자점에 대하여 다음의 값을 갖는다.

$$w_i = \begin{cases} 4/9, & i = 0 \\ 1/9, & i = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36, & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (4)$$

입자분포함수에 따라 거시적 물리량인 밀도와 운동량은 다음과 같다.

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i, \quad \rho \vec{u} = \sum_{i=0}^8 f_i \vec{e}_i \quad (5)$$

비용해성 물질의 농도 분포에 대한 확산방정식은 계산된 유동분포를 사용하여 격자 볼츠만 방정식의 Passive scalar법으로 계산하였다. 이산화 된 농도방정식은 다음과 같다.

$$g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = g_i(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau_c} [g_i(\vec{x}, t) - g_i^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (6)$$

### 2.2 혼합특성 분석 방법

진동 교반기에 의하여 발생하는 혼돈류 특성을 분석하고, 강도를 정량화하기 위하여 Niu 와 Lee[6]가 제안한 Poincare mapping과 Lyapunov Exponent(LE)를 사용하였다.  $LE(\lambda)$ 는 초기 상태에서 매우 근접한 두 입자 궤적의 발산율을 지수적으로 나타낸 것이다. 단면이 변하지 않는 채널 유동의 경우 초기 입자 간의 거리가 매우 가까우면  $\lambda$ 는 항상 0이나 양의 값을 나타낸다. 양의  $\lambda$ 값은 혼돈류가 존재함을 의미하고, 그 값의 크기는 혼돈류의 강도를 나타낸다. 초기( $X=0$ ) 두 입자의 위치가  $y_{i,1}$ 과  $y_{i,2}$ 이면, 입자사이의 거리는  $\delta_i(0)$ 이고, 입자들이 유동을 따라 후류로 이동하여 임의의 위치( $X=x_n$ )를 통과할 때 입자 사이의 거리는  $\delta_i(x_n)$ 이다. 이때  $\lambda$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\lambda_i = \frac{1}{x_n} \ln \frac{\delta_i(x_n)}{\delta_i(0)} \quad (7)$$

여기서,  $i$ 는 임의의 입자쌍을 나타낸다.  $x_n = n \times D$ ,  $n = 1, 2, \dots$ 로 Poincare 단면을 선정하면, 임의의 초기 위치로부터 출발한 입자의 궤적은 각 Poincare 단면의  $P_1, P_2, \dots, P_n$  점을 연속적으로 통과하게 된다. 본 연구에서는 각 Poincare 단면에서의 LE 분포도( $\lambda$ -map)를 통하여 레이놀즈수와 교반기 진동수 변화에 따른 주기적인 혼합특성을 분석하였다.

혼합기의 혼합 성능을 나타내기 위하여 통계적 방법으로 혼합을 평가하는 혼합지수가 많이 사용되고 있다. 본 연구에서 모사되는 유동은 시간에 따라 변하는 비정상상태 유동이기에 때문에 혼합지수를 일정한 주기 동안 시간 평균하여 혼합을 평가하였으며, 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$D_I = \frac{1}{T} \int_T \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{C_i - C_{mean}}{C_{mean}} \right)^2} dt \quad (8)$$

여기서,  $T$ 는 유동 양상이 일정하게 반복되는 주기를 나타낸다.  $C_{mean}$ 은 입구 평균농도,  $C_i$ 는 동일한 단면에서 국부적인 농도값을 나타낸다.

### 2.3 수치 조건

Fig. 1은 본 연구에서 해석한 진동교반기가 설치된 채널형 혼합기를 나타낸 것이다. 채널폭( $D$ )을 기준으로 채널의 길이는  $10D$ , 교반기의 길이( $L$ )는 채널폭의  $1/2$ 이고, 채널 입구로부터  $2D$  지점에 위치한다. 교반기는 유동에 수직일 때의 위치를 기준으로  $\pm 45^\circ$ 의 진동각을 일정한 속도로 회전 진동한다. 교반기

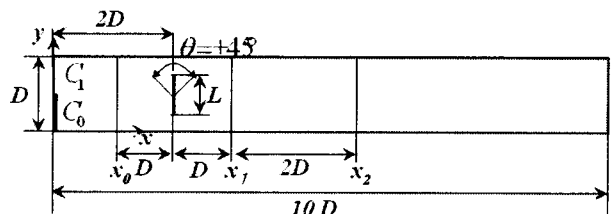


Fig. 1 Schematic view of microchannel with an oscillating stirrer

중심으로부터 상류측으로 채널폭 만큼 떨어진 위치를 입자들이 뿌려지는 초기위치로 하여 2D 간격으로 Poincare 단면  $x_1$  과  $x_2$  를 설정하였다.

유동 경계조건은 입구에는 등속조건, 벽면에는 Bounce-back 을 이용한 점착조건, 출구에는 Neumann 조건을 사용하고, 진동 교반기에는 이동경계조건(Moving boundary condition)[7]을 사용하였다. 농도 경계조건은 입구면에서 채널 중앙을 중심으로 아래 쪽 반은  $C_0=1$ , 위쪽은  $C_1=0$ 의 일정농도 유입조건을 사용하고 고체벽면 및 출구면에는 zero-flux 조건을 사용하였다. 레이놀즈 수( $Re = UD/\nu$ )는 채널폭  $D$ 를 기준으로 1-100까지, 분자확산도를 나타내는 Peclet 수( $Pe = UD/d$ )는 1,000으로 고정하였다. 교반기의 진동은 교반기 길이( $L$ )를 기준으로 환원진동수 ( $k = \pi L/U$ )로 정의하여 0부터 7.5까지 변화하여 계산을 수행하였다.

### 3. 결과

#### 3.1 레이놀즈수가 혼합에 미치는 영향

Fig. 2은 레이놀즈수에 따른 농도분포를 나타낸 것이다. 각각 가장 뛰어난 혼합성능을 발휘하는 교반기진동수의 결과를 도시하였다. 레이놀즈수 1과 5에서는 교반기 진동에 의해 두 유체의 접촉면이 초승달 형태로 발달하면서 접촉면의 길이가 늘어나 분자확산에 의한 혼합효과가 증가하고 있다. 그러나 초승달 형태로 발달한 접촉면은 후류로 진행하여도 더 이상 변화하지 않는다. 이는 레이놀즈수 1과 5의 유동이 관성력에 비하여 점성력이 지배적인 영역이기 때문에 교반기 진동으로 발생된 교반효과가 점성에 의하여 급격히 감소하였기 때문이다. Fig.2(c)에서는 교반기를 지나면서 Karman 와가 발생하고 있으며, 와의 중심으로 두 유체가 말리면서 접촉면을 급속히 증가시키고 있다. 또한 발생된 와는 후류로 진행하면서 두 유체간의 접촉면을 지속적으로 늘리고 있다. 레이놀즈수 50에서는 관성력의 영향이 증가하여 교반기 진동에 의한 교반효과가 혼합에 큰 영향을 미치고, 후류로 전파되고 있음을 알 수 있다. 그러나, 채널 벽면 부근으로는 와에 의한 혼합효과가 전파되지 않고 있으며, 채널 후류로 진행할 수록 와에 의한 접촉면 형태의 변화가 감소하고 있음을 알 수 있다. Fig.2(d)는 레이놀즈수 100에서의 혼합양상이다. 교반기 진동에 의하여 더욱 강한 와가 생성되어 두 유체를 혼합하고 있으며, 그 효과는 채널의 벽면을 포함한 전영역에 영향을 미치고

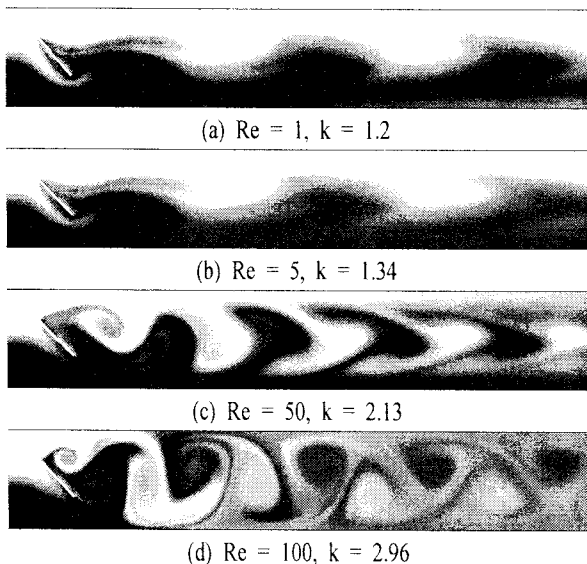


Fig. 2 Concentration distributions

있다. 또한 발생된 와는 후류로 진행하면서 버섯모양으로 발달하고 두 유체는 와의 중심으로 소용돌이꼴로 말려들어간다. 이러한 말림현상은 지속적으로 두 유체사이의 접촉면을 증가시키며, 거의 감소되지 않고 출구면까지 계속되어 두 유체사이의 접촉면 또한 무한히 증가되는 양상을 보인다.

Fig. 3은  $x_1$ 과  $x_2$  Poincare 단면에서 LE의 값을 나타낸  $\lambda$ -map이다. LE값이 큰 부분이 더욱 강한 혼돈류 발생영역을 나타낸다. Fig. 3 (a)와 (b)는 레이놀즈수 5에서 교반기를 지나며 발생한  $x_1$  단면의 혼돈류와 이후 후류인  $x_2$  단면의 혼돈류 양상을 보여주고 있다. (a)에서 보는바와 같이 교반기 진동에 의하여 중앙에서 정현파 형태의 주기적인 혼돈류가 발생하고 있고, 교반기 중심으로부터 벽면쪽으로 또 다른 혼돈영역이 발생하고 있다. 이 영역은 유동방향에 반대로 회전하는 교반기 끝에서 발생하는 영역이다. 그러나 혼돈영역은 일부 영역에 불과하고 많은 영역이 안정한 영역이다. (b)의 교반기 후류 영역에서는 일부에서만 매우 약한 혼돈영역이 존재하고 있다. 이는 점성의 영향으로 교반기에서 발생한 혼돈류가 급격히 감소되었기 때문이다. Fig. 3(c)와 (d)는 레이놀즈수 50의 결과이다.  $x_1$  단면에서는 교반기 진동에 의해 와가 발생되고 있기 때문에 혼돈류 또한 주기적인 와의 형태로 나타나고 있다. 혼돈류의 강도 역시 레이놀즈 5에 비하여 더욱 크고 채널의 많은 부분이 혼돈영역으로 나타나고 있다.

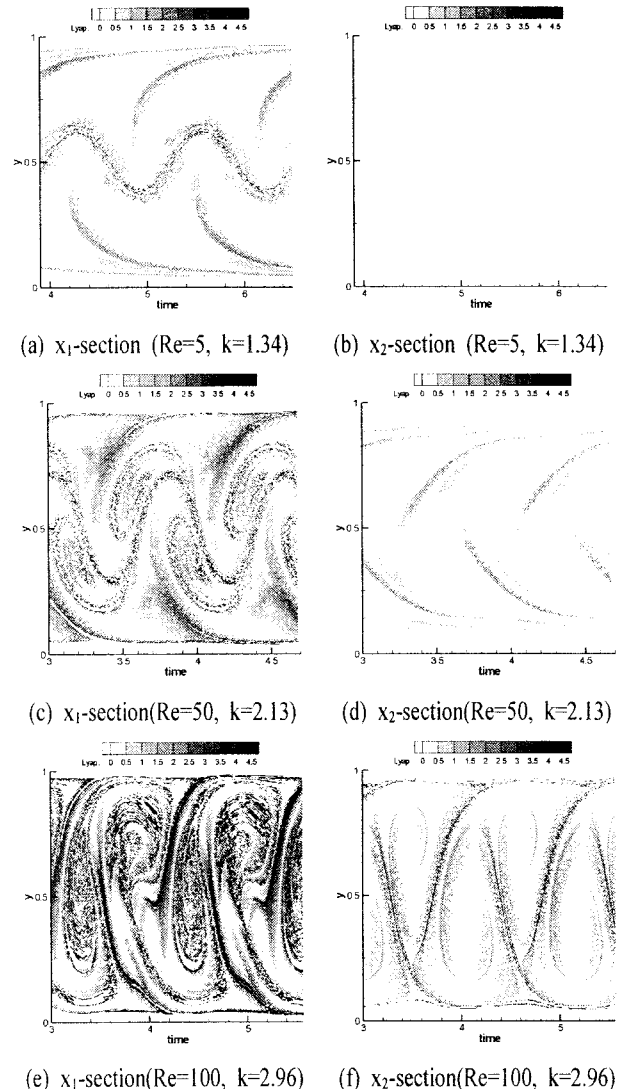


Fig. 3 Lyapunov Exponent( $\lambda$ ) maps at Poincare sections

그러나 후류에서는 역시 점성의 영향으로 혼돈류가 감쇠되어 매우 약해지고, 그 영역 또한 현저히 줄어들었다. Fig. 3의 (e)와 (f)는 레이놀즈수 100에서  $x_1$ ,  $x_2$  단면의 결과이다.  $x_1$ 에서는 교반기 진동으로 인하여 발생된 강한 와에 의해 와 형태의 혼돈영역이 주기적으로 나타나고 있으며, 레이놀즈 50에 비하여 LE 값의 크기와 영역 또한 더욱 크다. 채널 전체에서 매우 강한 혼돈영역이 존재하고 있다.  $x_2$  단면에서도  $x_1$  단면에 비하여 강도는 약해졌으나, 많은 영역에서 혼돈류가 발생하고 있으며 역시 주기적인 와의 형태를 띄고 있는데, 이는 교반기 후류에서 출구면까지 지속적으로 발생하는 말뚝현상을 나타내는 것이다.

### 3.2 혼합성능과 교반기 진동수와의 관계

Fig. 4는 교반기 환원 진동수( $k$ )에 따른 미소채널 출구 혼합지수의 변화를 나타낸 것이다. 레이놀즈수 1과 5의 경우 점성력이 지배적인 영역으로 진동교반기에 의하여 발생된 혼돈류가 급격히 감쇠하기 때문에 교반기 진동수에 따른 혼합성능의 변화가 크지 않다. 단지, 교반 작용에 의하여 초승달 모양으로 접촉면의 길이가 넓어지는 진동수에서 혼합성능이 최대가 되며, 그 진동수는 1.2에서 1.3사이에 있다. 레이놀즈수 50의 경우, 교반기의 진동이 없거나, 느린 경우 Karman 와는 발생하지 않고, 초승달 형태의 혼합 양상을 나타내지만, 교반기가 적절한 진동수( $k=2.13$ )로 작동할 경우 Karman 와가 발생하여, 이로 인한 급격한 혼합이 이루어진다. 그러나 진동수를 더욱 증가할 경우에는 Fig. 5의 농도분포와 같이 교반기의 양 끝에서는 매우 복잡한 유동이 발생하고 있지만, 두 유체사이의 혼합은 거의 이루어지지 않으며, 실제로 교반기가 없는 경우의 혼합성능과 거의 차이가 없음을 확인할 수 있다. 레이놀즈수 100은 교반기가 진동하지 않고 유동에 수직하게 고정된 경우에도 Bluff body 효과에 의하여 후류에 Karman 와가 발생하는 유동 영역이다. 그러나 교반기가  $k=0.5$ 정도로 매우 느리게 진동하는 경우, 오히려 주기적인 Karman와의 생성을 방해하기 때문에, 혼합성능은 크게 향상되지 않는다. 그러나, 적절한 교반기진동수에서는 강한 와를 생성하고 와에 의한 말뚝현상으로 인하여 빠르게 혼합이 이루어진다. 최적의 혼합성능은 진동수  $k=2.96$ 정도에서 나타나고 있다.

진동 교반기는 각 레이놀즈수에 따라 최적의 혼합성능을 발휘하는 진동수를 가지고 있으며, 그 값은 레이놀즈수가 증가함

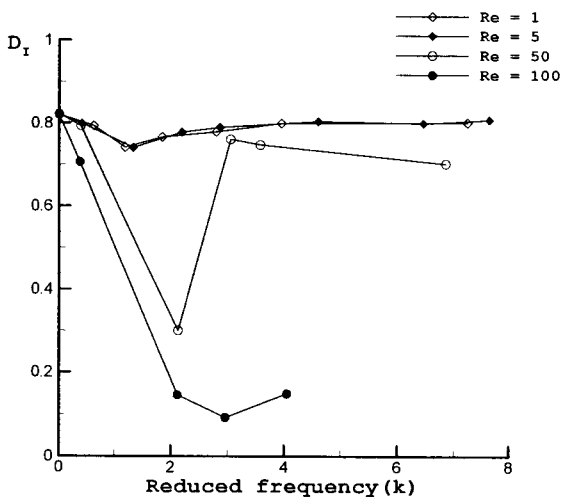


Fig. 4 Relation of outlet mixing index and reduced frequency of an oscillating stirrer

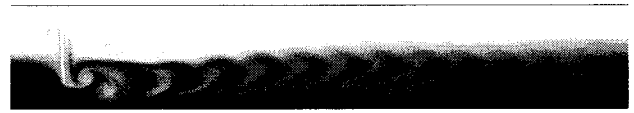


Fig. 5 Concentration distribution ( $Re=50$ ,  $k=6.86$ )

에 따라 점진적으로 커지고 있음을 확인하였다. 따라서, 레이놀즈수와 최적의 혼합성능을 발휘하는 교반기 진동수는 임의의 일정한 함수관계를 가지고 있을 것으로 예상되며, 이것은 교반기에 의하여 유체에 가해지는 교란 뿐 아니라 다른 종류의 교란에 대하여도 적용이 가능할 것으로 생각된다.

### 4. 결론

미소채널내 진동교반기의 혼합특성을 LBM과 입자추적법을 통하여 분석하였다. 시간중속, 2차원 형상의 능동형 혼합기에서 발생하는 3차원 혼합특성을 Poincare mapping과 Lyapunov Exponent를 사용하여 정량화 하였으며, 레이놀즈수와 교반기 환원진동수에 따른 혼합특성 및 성능의 변화를 고찰하였다.

레이놀즈수 1과 5와 같은 관성력에 비하여 점성력이 지배적인 영역에서는 진동교반기에 의하여 유체에 가해진 섭동이 급격히 감소하여 혼돈류에 의한 혼합은 기대할 수 없으며, 단지 교반기에 의하여 초승달 모양으로 접촉면의 길이가 길어질 때 넓어진 접촉면에서 분자확산효과의 증가를 기대할 수 있다. 레이놀즈 50과 100에서 교반기의 진동은 강력한 혼돈류를 발생시키고 있으며 혼돈류의 강도는 교반기의 진동수와 매우 밀접한 관계를 가지고 있다. 교반기가 효율적인 진동수로 유체를 혼합할 때, 후류는 버섯모양의 혼합양상으로 발달하여 지속적인 말뚝현상에 의하여 혼합이 이루어지며, 이때 교반기에 의해 발생된 혼돈류는 채널 전 영역으로 지속적으로 전달되어, 혼합을 급격히 향상시키는 역할을 한다. 레이놀즈수의 변화에 따라 최적의 혼합성능을 나타내는 진동수 또한 다르며, 최적의 교반기 진동수와 레이놀즈수는 일정한 함수관계에 있다.

### 참고문헌

- [1] Karniadakis, G., Beskok, A., and Aluru, N., 2004, "Microflows and Nanoflows", Springer
- [2] Lu, L. H., Ryu, K. S., and Liu, C., 2002, "A Magnetic Microstirrer and Array for Microfluidic Mixing", Journal of Micro-Electro-Mechanic System, Vol. 11, No. 5, pp. 462-469
- [3] Kim, Y., An, S., and Maeng, J., 2006, "The effect of Karman Vortex for Mixing in a Microchannel with an Oscillating Microstirrer", Transcation KSME(B), Vol. 30, No.2, pp. 144-152.
- [4] An, S., Kim, Y., and Maeng, J., in print, "Numerical Study of Mixing Characteristics for Rotating and Oscillating Stirrer in the Microchannel", Journal of Korean Physical Society
- [5] Succi, S., 2001, "The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond", Clarendon press, Oxford.
- [6] Niu, X., and Lee, Y., 2003, "Efficient Spatial-temporal Chaotic Mixing in Microchannels", Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 13, pp. 454-462.
- [7] Lallemand, P., and Luo, L., 2003, "Lattice Boltzmann Method for Moving Boundaries", Journal of Computational Physics, Vol. 184, pp. 406-421.