

## Slip flow 영역에서의 미소채널 내 열전달 및 유동에 관한 수치적 연구

정수인\* · 김귀순\*\* · 강범수\*\*\*

### A Numerical Study of Heat transfer and Flow Analysis for a Micro-channel in The Slip Flow Regime

Soojin Jeong\*, Kui Soon Kim\*\* and Boem Soo Kang\*\*\*

**Keywords :** Thermal Lattice Boltzmann Method(열격자볼츠만법), double-population BGK Model(이중 입자분포 BGK모델), Micro flow(미세유동), Heat transfer(열전달), Knudsen number(누센수)

#### Abstract

In this paper, the thermal lattice Boltzmann method(TLBM) proposed by Guo et al.(2002) is applied to analyze the forced convective flow and heat transfer of 2-D micro channel. Nonequilibrium extrapolation boundary condition is adopted to simulate the velocity and temperature behavior at wall boundaries. Numerical results obtained by the present study give a good prediction of the micro fluidic characteristics with thermal effects.

#### 1. 서론

지난 10여년간, Lattice-Boltzmann 방법이 여러 분야의 유체역학 문제에 수치모델로서 또 다른 대안이 될 수 있음이 밝혀져 오고 있으며 여러 연구자들의 많은 관심을 받고 있다. LBM은 보존장 내에서의 일반적인 연속체 유체역학 방정식을 푸는 대신 미시적인 관점에서 유동입자들의 전개 분포함수 변화를 추적함으로써 거꾸로 거시적인 유동변수들의 해를 얻는 방식이다[1].

한편, 마이크로/나노 단위의 유동 역시 초소형 기계부품이나 MEMS기술의 발달과 더불어 점점 그 중요성이 대두되고 있다.

그러나 마이크로/나노 시스템의 유동역학, 표면과의 상호작용 등은 일반적인 시스템과 여러 면에서 차이를 보인다. 미세유동을 나누는 중요한 무차원수의 하나인 누센수( $Kn$ )는 분자의 평균 자유행로를 시스템의 특성길이로 나눈 값으로 유체의 희박성 정도를 나타낸다. 특히  $10^{-3} < Kn < 0.1$  사이의 유동을 slip-flow영역이라 하는데 이 미세유동영역의 해석에 LBM이 좋은 수치모델이 될 수 있음이 여러 연구자들에 의해 알려지고 있다[2]-[5].

본 연구에서는 Thermal lattice Boltzmann 방법을 이용하여 slip-flow 영역에서의 열전달이 있는 2차원 미소채널 내 유동의 해석을 수행하여보았다.

#### 2. Thermal lattice Boltzmann 방법

##### 2.1 Thermal lattice Boltzmann 모델

LBM에 열 효과를 고려한 모델은 크게 두 부류가 있다. 밀도 분포함수로부터 내부에너지를 바로 계산하는 Multi-speed 방식의 접근과 밀도분포함수와 별개의 독립된 내부에너지 밀도분포함수를 도입하여 온도장을 구하는 Multi-distribution function 방식이다. 초기의 Multi-speed 방식의 모델들은 아주 간단한 반면 수치 불안정성이 높고 온도변화가 아주 작은 범위의 계산만으로 제한된다는 단점으로 현재는 Multi-distribution function 방식을 주로 사용하고 있으며 현재도 개선이 이루어지고 있다.

본 연구에서는 이중 입자분포함수 모델의 한 종류인 Guo 등 [6]이 제안한 비압축성 모델을 사용하였다. 마하수가 아주 작아 밀도의 변화가 거의 없을 경우 유용하고, 온도장 계산을 위한 온도 분포함수가 단 4개의 직교입자속도를 사용하며(D2Q4) 평형 분포함수 식에 밀도 대신 압력이 나타나는 특징을 가지고 있다.

D2Q9모델의 경우 속도장과 온도장 계산을 위한 lattice BGK 전개방정식은 각각 다음과 같다.

$$g_i(\vec{x} + c\hat{e}_i\Delta t, t + \Delta t) = g_i(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau}(g_i - g_i^{(eq)}) \quad (1)$$

$$T_i(\vec{x} + c\hat{e}_i\Delta t, t + \Delta t) = T_i(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau}(T_i - T_i^{(eq)}) \quad (2)$$

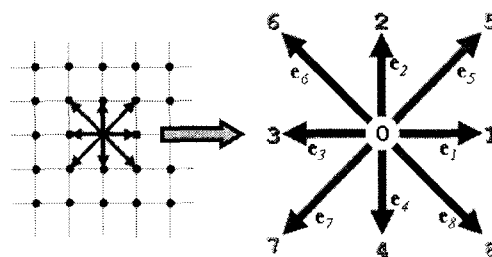


Fig. 1 D2Q9 lattice model & notation

\* 부산대학교 항공우주공학과 대학원, sooin@pusan.ac.kr

\*\* 부산대학교 항공우주공학과, kuskim@pusan.ac.kr

\*\*\* 부산대학교 항공우주공학과, bsakang@pusan.ac.kr

여기서  $\tau, \tau', g_i^{(eq)}, T_i^{(eq)}$ 는 각각 무차원 완화시간과 평형 분포함수를 의미한다.

$$g_i^{(eq)} = \begin{cases} -4\sigma \frac{p}{c^2} + s_0(\vec{u}), & i = 0 \\ \lambda \frac{p}{c^2} + s_i(\vec{u}), & i = 1, 2, 3, 4 \\ \gamma \frac{p}{c^2} + s_i(\vec{u}), & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (3)$$

$$T_i^{(eq)} = \frac{T}{4} \left[ 1 + 2 \frac{\hat{e}_i \cdot \vec{u}}{c} \right] \quad (4)$$

여기서  $\sigma, \lambda, \gamma$ 는  $\lambda + \gamma = \sigma$ 와  $\lambda + 2\gamma = 1/2$ 를 만족시키는 변수이고  $s_i(\vec{u})$ 는 거시속도  $\vec{u}$ 와 입자의 속도벡터  $\hat{e}$ 의 함수이다.

$$s_i(\vec{u}) = \omega_i \left[ 3 \frac{(\hat{e} \cdot \vec{u})}{c} + 4.5 \frac{(\hat{e} \cdot \vec{u})^2}{c^2} - 1.5 \frac{|\vec{u}|^2}{c^2} \right] \quad (5)$$

여기서  $c$ 는 입자속도의 크기로  $c = \Delta x / \Delta t$ 이고  $\omega_i$ 는 가중합수로서  $\omega_0 = 4/9, \omega_{1,2,3,4} = 1/9, \omega_{5,6,7,8} = 1/36$ 의 값을 가진다.

Figure 1에서 보는 것처럼 D2Q9 격자는 하나의 정지입자, 4개의 직교입자 그리고 4개의 대각방향 입자로 구성되어있다. 각 입자의 속도벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{e}_0 &= (0, 0) \\ \hat{e}_i &= c \left( \cos\left(\frac{i-1}{4}\pi\right), \sin\left(\frac{i-1}{4}\pi\right) \right) \\ &\text{for } i = 1, 2, 3, 4 \\ \hat{e}_i &= \sqrt{2}c \left( \cos\left(\frac{i-1}{4}\pi\right), \sin\left(\frac{i-1}{4}\pi\right) \right) \\ &\text{for } i = 5, 6, 7, 8 \end{aligned} \quad (6)$$

밀도 분포함수들이 계산되고 나면 거시적인 유동변수들은 다음의 식들을 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \sum_1^8 c \hat{e}_i g_i \\ p &= \frac{c^2}{4\sigma} \left[ \sum_1^8 g_i + s_0(\vec{u}) \right] \\ T &= \sum_1^4 T_i \end{aligned} \quad (7)$$

유체가 연속체일 경우 식(1)과 (2)는 Chapman-Enskog multi-scale expansion을 통해 Navier-Stokes 방정식으로 회복되는데, 그 과정에서 나오는 아래의 식으로부터  $\tau$ 와  $\tau'$ 을 결정할 수 있으며 D2Q9의 속도장과 D2Q4의 온도장 모델을 사용한 경우 각각 점성계수  $\nu$  그리고 열확산율  $D$ 와 관련지어 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nu = \frac{(2\tau-1)}{6} \frac{\Delta x^2}{\Delta t}, \quad D = \frac{(2\tau'-1)}{4} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \quad (8)$$

LBM의 계산과정은 stream-and-collide algorithm을 주로 사용하는데 하나의 격자점에서 2개의 입자가 충돌하면서 입자 분포함수에 변화량이 발생하는 입자충돌(collide)과정과 충돌 후 입자가 다음의 격자점으로 이동하는 병진(stream)과정의 2단계로 이루어져있으며 이러한 과정을 식으로 나타내면 다음과 같다.

▶ 충돌과정 (Collision)

$$g_i(\vec{x}, t + \Delta t) = g_i(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau} (g_i - g_i^{(eq)}) \quad (9)$$

▶ 병진과정 (Streaming)

$$g_i(\vec{x} + c\hat{e}\Delta t, t + \Delta t) = g_i(\vec{x}, t + \Delta t) \quad (10)$$

## 2.2 Slip-flow 해석

연속체 해석에서  $\tau$ 는 식(8)로부터 결정할 수 있으나 마이크로 유동과 같이 연속체 가정이 더 이상 유효하지 않으면 위 식은 사용할 수 없다.

이런 경우  $\tau$ 의 값을  $Kn$ 수와 관련이 있는 것으로 알려져 있다. 열을 동반한 마이크로 채널 유동문제에서 Shu등[4]과 Wang 등[5]은 각각 주어진  $Kn$ 수를 이용하여  $\tau$ 를 근사적으로 구하는 방법을 사용하여 유동을 성공적으로 모사하였다.

식(11)과 식(12)는 각각 Shu등[4]이 제시한 주어진  $Kn$ 수로부터 무차원 완화시간  $\tau$ 와  $\tau'$ 를 계산하는 식이다.

$$\tau = \sqrt{\frac{6}{\pi\gamma}} H \cdot Kn \approx H \cdot Kn \quad (11)$$

$$\tau' \approx \frac{H \cdot Kn}{Pr} \quad (12)$$

여기서  $Pr$ 은 프란틀 수 ( $Pr = \mu c_p / k$ )를 가리킨다.

## 2.3 계산형상과 경계조건

본 연구에서 사용된 계산형상과 경계조건은 Fig. 2와 같다. 곧은 채널형상에 대한 계산 결과를 몇 가지  $Kn$ 수에 대해 나타내었다. 경계조건은 그림에서 보듯이 입구에서 일정 속도와 일정 온도 조건을 주고 벽에서는 속도는 모두 0, 온도는 입구온도의 2배인  $T_{tw} = T_{uw} = 2 \times T_{in}$ 로 주었다.

수치해석에 적용된 속도와 온도의 경계조건으로는 Guo등[7]이 제안한 비평형항을 포함한 2차의 외삽 경계조건을 사용하였고 출구는 내부의 유동장으로부터 2차의 외삽을 사용하여 분포함수를 계산하였다. 계산에 사용된 모든 채널의 길이 대 높이 비는 5로 고정하였다.

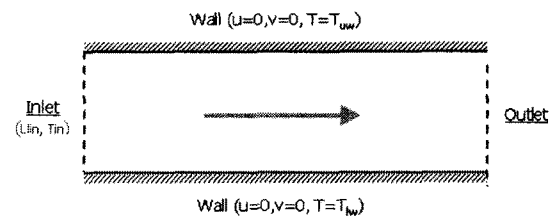


Fig. 2 Computational model

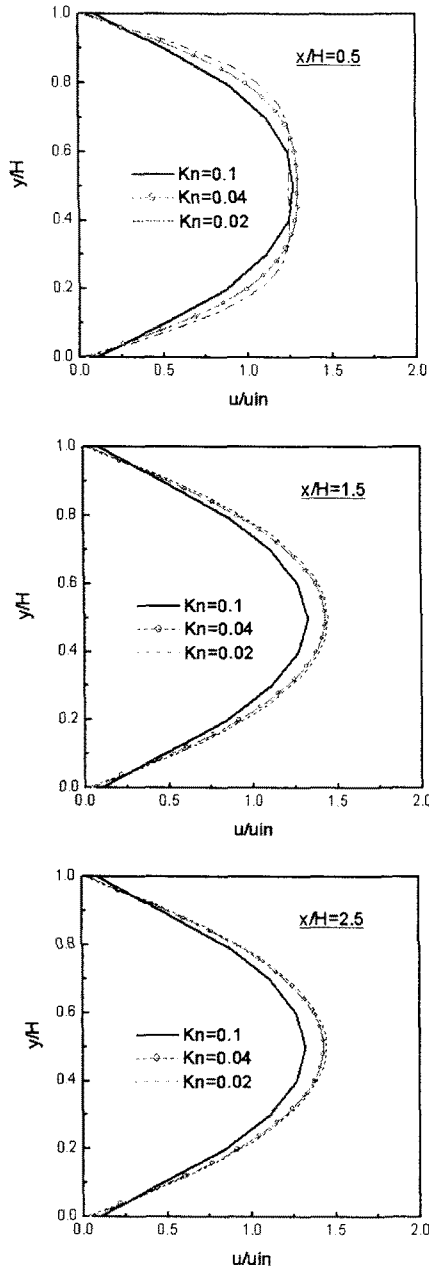


Fig. 3 The velocity profile for different values of  $Kn$  at different position

### 3. 해석 및 고찰

slip flow 영역에 해당하는 몇몇 누센수( $Kn$ )에 대해서 계산을 수행하였다. 알려진 바대로 누센수( $Kn$ )가 커질수록 벽면에서의 non-slip 조건은 깨어지고 slip-velocity가 증가한다. Fig. 3은 채널의 각 단면에서의 유동 속도 분포를 나타낸 그림이다. 여기서도 양 벽면에서 속도가 0이 아님을 볼 수 있고 벽면에서의 속도는 누센수가 큰 경우에 더욱 명확히 확인할 수 있다.

Figure 4는 입구와 양 벽면의 온도를 일정한 값으로 주었을 경우 누센수( $Kn$ )에 따른 온도장 분포를 나타낸 것이다. 입구에서의 속도는 모두 동일하게 적용하였고 양 벽면의 온도는 앞서 언급한 바와 같이 2배의 입구온도 조건을 주었다. 그림에서 보면, 누센수( $Kn$ )가 클수록 열전달은 더욱 빨라지는 것을 알 수 있다. 이 현상은 Fig. 5에서도 마찬가지로 발견할 수 있다. Figure 5는 채널 중앙에서의 온도분포를 나타낸 것으로, 그림에서 알 수 있

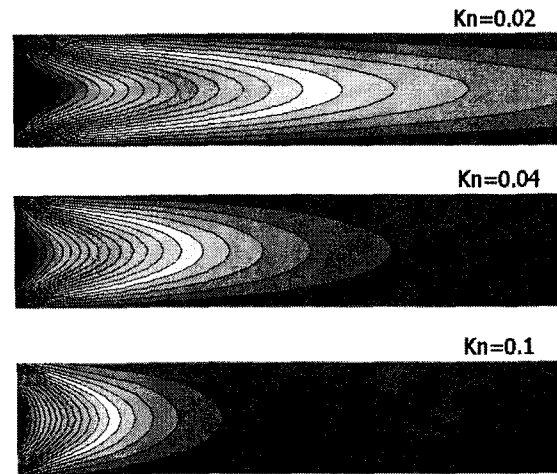


Fig. 4 Temperature contour of flow with  $Kn$  numbers

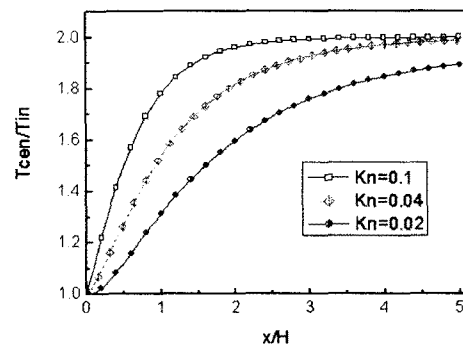


Fig. 5 The distribution of temperature on centerline

듯이 누센수( $Kn$ )가 커질수록 벽면온도인 한계 값으로 도달하는 구간이 점점 짧아진다. 그리고 최고값 또한 누센수가 클수록 큰 값을 가진다. 열전달이 누센수가 클수록 잘 일어나고 있다는 것을 보여주는 예이다. 누센수가 큰 영역에서는 특성길이  $\lambda$ 가 매우 작으므로 벽과 입자들 간의 충돌이 훨씬 잦아지고 또한 국소 평형상태로도 빨리 도달한다. 그러므로 벽으로부터 유체내부로 에너지가 더욱 빠르게 전달 될 수 있다.

### 4. 결론

본 연구에서는 최근 전산유체해석 하나의 대안으로 각광받으며 연구가 활발한 Lattice Boltzmann 방법을 이용하여 열전달이 있는 2차원 미소채널 유동해석을 수행하였다. 유동의 희박성 정도를 나타내는 누센수( $Kn$ )가 slip-flow 영역에 해당하는 경우에 대하여 일정 온도조건을 가지는 미소채널유동을 해석하여 Lattice Boltzmann 방법의 마이크로 열유동 해석에 대한 적용가능성을 고찰하여보았다. 그 결과 유동의  $Kn$ 수가 증가함에 따라 에너지의 전달이 더욱 빠르게 전파되는 것을 볼 수 있었다. 그리고 slip-flow 영역에서의 미소채널 유동의 특성인 벽면에서의 slip-velocity의 존재도 관찰 할 수 있었으며 이들 역시  $Kn$ 수에 따라 점점 증가하는 것을 보았다.

그러나 본 연구에서 열 효과를 고려한 slip-flow 유동에서 나타나는 특징 중 하나인 temperature-jump 현상을 관찰 할 수 없었던 점은 아쉬움으로 남으며 차후 복잡한 형상을 가진 미소채널에 대한 해석 또한 정량화된 연구와 함께 요구된다.

## 후 기

본 논문은 한국과학재단 특정기초연구(R01-2003-000-10139-0) 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- [1] Succi, S., 2001, "The Lattice-Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond," OXFORD University Press
- [2] Nie, X., Doolen, G.D. and Chen, S., 2002, "Lattice-Boltzmann simulations of fluid flows in MEMS," Journal of Statistical Physics, vol.107, No.112, pp.279~289.
- [3] Lim, C.Y., Shu, C., Niu, X.D. and Chew, Y.T., 2002, "Application of lattice Boltzmann method to simulate microchannel flows," Physics of Fluids, vol. 14, no.7, pp.2299~2308.
- [4] Shu, C., Niu, X.D., and Chew, Y.T., 2005, "A Lattice Boltzmann Kinetic Model for Microflow and Heat Transfer," Journal of Statistical Physics, Vol. 121, pp.239-255.
- [5] Wang, C.H., and Yang, R., 2006, "A Numerical Study for Slip Flow Heat Transfer,"
- [6] Guo, Z., Shi, B., and Zheng, C., 2002, "A Coupled Lattice BGK Model for the Boussinesq Equations," International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 39, pp. 325-342.
- [7] Guo, Z., Zheng, C., and Shi, B., 2000, "An Extrapolation Method for Boundary Conditions in Lattice Boltzmann Method," Physics of Fluids, Vol. 14, pp.2007-2010