

등방성 난류의 헬리스티의 간헐성

최연택* · 이창훈**

Intermittency of helicity in isotropic turbulence

Yeontaek Choi* and Changhoon Lee**

Keywords : 헬리스티(Helicity), 간헐성(Intermittency), 등방성 난류(Isotropic turbulence)

Abstract

Helicity in isotropic turbulence was well known to have intermittent fashion in their statistics. But its exact explanation about the onset of intermittency of helicity in turbulence did not give clearly yet. Most probable causes comes from the vortical motion of the fluids. Distribution of the angle between fluid velocity and vorticity have alignment tendency. This may be a clue to investigate intermittency of helicity. In this study, we aim to review and establish approaches to reveal the mechanism and the origin of intermittency of helicity in the isotropic turbulence. To do those work, we look for some quantities like helicity, enstrophy, acceleration and its flatness. And also correlations among them are sought.

1. 서론

헬리스티(helicity)는 유체 입자의 속도(velocity)와 와도(vorticity)의 내적으로 정의되는 양을 검사체적 안에서 적분한 양으로 정의된다. 이렇게 정의되는 헬리스티는 위상불변량(topological invariance)으로서, 국지적으로 정의되는 양이 아니다.

그러나 국소화된 공간에서 정의 되는 양인 헬리스티 밀도(helicity density, 이하에서는 헬리스티라고 한다.) $H = u \cdot \omega$ 에 대한 연구[1]에서 저자는 속도나 와도 같은 양들과 이차 량인 운동에너지, 엔스트로피, 헬리스티, 에너지 소산을 조사해 보면서 속도와 와도 벡터의 각도에서 헬리스티의 간헐성의 실마리를 찾으려는 시도를 하였다.

본 연구에서는 [1]의 저자들의 연구를 더욱 발전시키려고 한다. 헬리스티 $H = |u||\omega|\cos\theta$ 의 편평도(flatness)를 조사해 보면 정규분포보다 꼬리 부분에서 더 편평함을 확인할 수 있으므로, 헬리스티가 간헐성을 띠는 것을 알 수 있다. [1]의 연구에서는 간헐성의 원인이 속도와 와도간의 사잇각이 영도 혹은 180도 근처인 경우의 편향성[2][3][4]을 근거로 엔스트로피에 강하게 연관된 헬리스티와 각도의 상관관계 및 확률분포를 살펴보았다. 그러나 이 연구에서 간헐성이 사이각도와 뚜렷한 연관성이 있다는 것을 증명하지는 못하였다. 따라서 본 연구에서는 각도의 편향성이 생기는 원인을 규명함으로써, 간헐성에 대한 문제를 이해해보고자 한다. 그러기 위해서 조직구조(coherent structure), 헬리스티, 각도에 대한 조사를 진행하였다.

선행연구[5]에서 점성, 등방성 난류에서 압력구배의 원천이 엔스트로피의 구배와 에너지 소산의 항으로 이루어져 있다는 것

을 이용해, 엔스트로피의 일부가 가속도의 간헐성의 원인이 됨이 밝혀졌다. 한편 또다른 선행연구[6]에서는 에너지와 헬리스티의 밸런스 방정식에 근거한 수치 연구에서 헬리스티가 에너지보다 더 간헐적임을 보였다. 선행연구[5]와 관련하여, 가속도의 편평도가 헬리스티와 유사함을 확인하고, 해석적 확인이 연구[1]에서 이루어졌다. 본 연구에서는 가속도의 멀티 프랙탈 연구[7]에 근거하여 가속도와 헬리스티의 확률분포를 비교하는 작업을 진행하였다.

한편 선행 연구[6]과 관련하여서는, 저자들이 국소량 헬리스티 밀도의 상대적 간헐성을 확인하고 있지만, 간헐성의 원인에 대한 역학적 기술은 이루어지지 않고 있다. 따라서 본 연구는 플럭스를 이용한 헬리스티 연구가 간헐성 규명에 충분하기하는 의문을 제기한다. 동시에 우리는 캐스케이드 구조와 간헐성 문제를 적용함으로써 헬리스티 캐스케이드에서 간헐성 문제에 대한 이해를 시도하고자 한다.

2. 등방성 난류에서 헬리스티의 구조

2.1 연구 배경

헬리스티를 얻기 위해서 등방성 난류의 방정식인 나비에-스톡 방정식 (1)를 직접수치모사(Direct Numerical Simulation)를 실행하였다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta u \quad (1)$$

직접수치모사는 레이놀즈 수 $Re_\lambda = 54.5$ 와 64^3 격자구조 하에서 스펙트럴 방법(spectral method)을 이용해 실행되었다. 시간 계산을 위해서는 3차 룬게-쿠타방법(3rd order-3rd step Runge-Kutta method)를 사용하였다. Table 2.1에 사용된 파라미터를 적어놓았다.

* 연세대학교 기계공학과, ytchoi@yonsei.ac.kr

** 연세대학교 기계공학과, clee@yonsei.ac.kr

Table 2.1 Forcing parameters

N	ν	k_f	ϵ^f	T_L^f
64^3	0.03	$2\sqrt{2}$	0.055	0.4312

N 는 격자모드의 수, ν 는 동점성계수, k_f 는 콜모고로프 스케일, ϵ^f 는 에너지 소산율, 그리고 T_L^f 는 라그랑지안 시간 스케일이다.

2.3 간헐성과 헬리시티

헬리시티의 간헐성은 Fig. 2.1에서 나타나 있다. 그런데 헬리시티 $H = |u||\omega|\cos\theta$ 정의에서 보듯이, 속도는 정규분포에 가까운 양으로 비간헐적인 양으로 이해된다. 따라서 헬리시티의 간헐성은 와도와 각도에 의한 기여에 의한 것이라 추측할 수 있다. 즉 $Flatness(u \cdot \omega) < Flatness(u)Flatness(\omega)$.

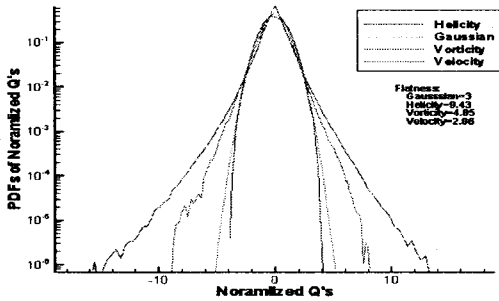


Fig 2.1 PDF's of normalized quantities

2.3 헬리시티에서 나타난 각의 편향성

램던하게 외력이 주어지는 정상상태의 등방성 난류의 헬리시티 값은 영이 된다. 이러한 헬리시티를 사이각과 연관성을 조사해 보면 Fig 2.2 과 같고 진폭의 크기가 400정도인 코사인 파형의 분포를 보일 것이다. 영도나 180도 부근에서는 데이터의 부족의 현상을 볼 수 있다.

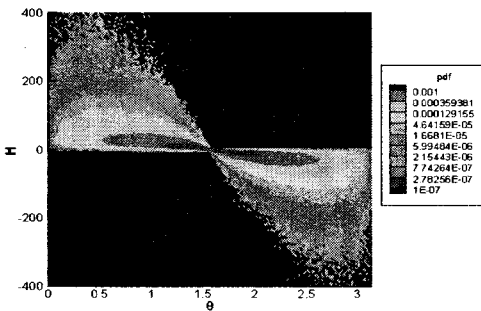


Fig 2.2 Distribution of helicity over the angles between velocity and vorticity

사이각의 분포는 Fig 2.3에서 알 수 있듯이 각이 영도와

180도인 경우에 두드러짐으로, 속도와 와도가 나란히 정렬하려는 경향이 강하다는 것을 알 수 있다. 그러나 이것이 헬리시티가 존재하기 위한 단순한 조건인지 아니면 다른 의미가 숨겨져 있는지에 대한 문제는 아직 남아 있다.

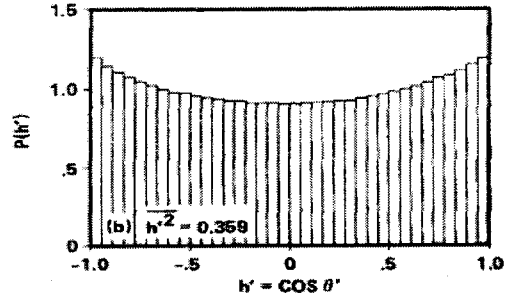


Fig 2.3 PDF of the angles between velocity and vorticity, referred from [4].

3. 조직구조 구조와 헬리시티의 간헐성

3.1 조직 구조와 헬리시티의 연관성

등방성 난류에서 생성되는 헬리시티에 대한 와도의 역할은 결국 회전 운동과 관련된 구조, 특히 조직구조와 밀접한 연관이 있을 것이라 추측이 가능하다.[1] Fig 3.1은 헬리시티의 크기가 큰 부분에서 조직구조를 보여주고 있다. 볼텍스 튜브 표면에 주황색이 헬리시티가 높은 지역이다. 헬리시티가 높은 영역에서 형성된 조직구조 주위의 헬리시티 분포는 튜브에서 멀어질수록 헬리시티 값이 낮아짐을 알 수 있다.

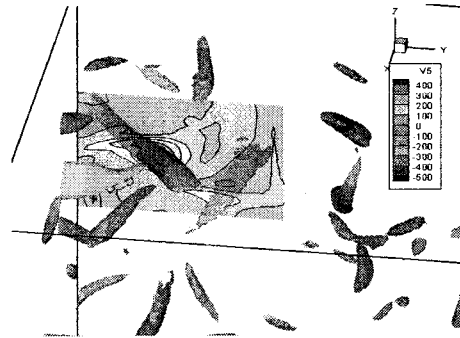


Fig 3.1 Coherent structure and Helicity

그럼 Fig 3.2에서 헬리시티가 큰 영역과 강한 조직구조가 잘 일치함을 볼 수 있다. Fig 3.3은 조직구조를 고정된 후 헬리시티를 변화시켰을 때의 헬리시티의 크기가 커질수록 강한 조직구조에 집중되는 현상을 볼 수 있다. Fig 3.4는 헬리시티를 고정시킨 후 조직구조의 변화를 보았는데 동일한 점을 확인할 수 있다.

조직구조와 헬리시티의 관련성은 강한 조직구조란 결국 시간이 지남에도 살아남아 있는 솔리톤 구조라고 할 때 헬리시티 역시 나비어-스톡 방정식의 비선형항이 포함하고 있는 램벡터 $u \times \omega$ 가 에너지 캐스케이드 구조에서 에너지 전이를 진행시키는 역할을 한다. 헬리시티는 램벡터를 억누르는 역할을 함으로서 와동이 소산되지 않고 유지되는 역할을 담당한다.[4][7][8] 따라서 강한 조직구조는 큰 값의 헬리시티와 강한 연관이 있을 것으로 파악된다.

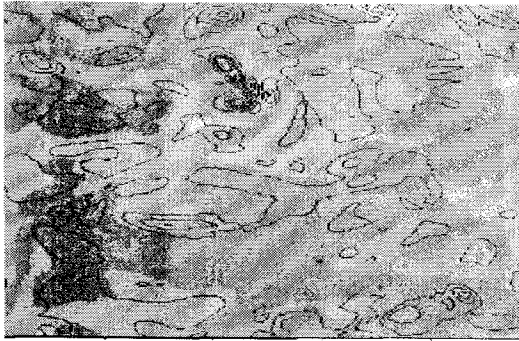


Fig 3.2 Contour plot of CS and Helicity

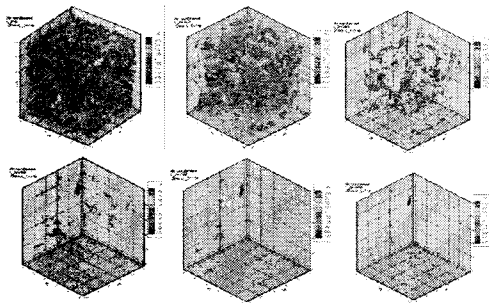


Fig 3.3 CS and Helicity (I)

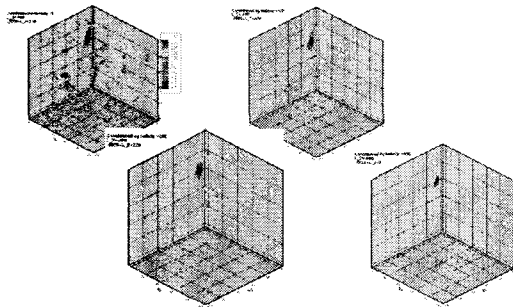


Fig 3.4 CS and Helicity (II)

3.2 조직 구조와 헬리스티, 사이각

조직구조와 사이각, 헬리스티와 사이각에 대한 연관성을 살펴보면, 조직구조와 헬리스티의 경우와 마찬가지로 조직구조가 강한 지역과 헬리스티가 높은 지역이 강한 편향성과 일치하는 경향을 Fig 3.5, 3.6에서 보여주고 있다. 즉 속도와 와도가 나란히 정렬하려는 경향은 결국 헬리스티의 생성 및 유지를 의미하



Fig 3.5 contour plot of CS and angle

므로, 강한 조직구조나 높은 헬리스티가 시간이 지남에도 살아남는 솔리톤 유형의 구조와 일치한다는 것은 결국 속도가 와도에 평행함으로써 와선들의 입체구조인 볼텍스 튜브 형성에 기여하는 것으로 이해할 수 있다.

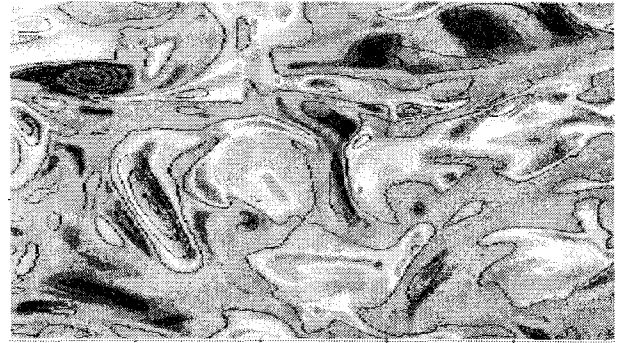


Fig 3.6 contour plot of Helicity and angle

4. 결론

헬리스티의 간헐성 연구에 우리는 [1]에서 시도된 연구를 확장하여, 조직구조, 헬리스티에 대한 연구를 랜덤한 힘을 제공하는 강제된 등방성 난류에서 직접 수치모사를 통해 수행하였다. 이에 따른 결과는 다음과 같다.

첫째, 헬리스티와 조직구조에 대한 연관성을 확인하였으며, 이는 와도와 직접 연관된 유동의 역학적 성질과 관련이 있음을 짐작할 수 있다. 특히 솔리톤 구조의 강한 조직구조와 높은 헬리스티는 일치되는 경향을 뚜렷이 나타내었다.

둘째, 사이각에 대한 헬리스티와 조직구조의 연관성 또한 확인할 수 있었다. 사이각이 속도와 와도의 정렬의 정도에 대한 해석을 할 수 있고, 사이각의 분포가 양자가 정렬하려는 경향이 강하게 드러남으로, 헬리스티와 조직구조에 따른 각의 상관성은 분명 존재한다. 그러나 서론에서도 언급하였듯이, 그러한 경향성이 간헐성과 관련있는지의 여부는 향후 진행되어야 할 과제로 남았다.

셋째, [1]의 연구에서 확인된 가속도와 헬리스티 간의 유사한 확률분포에 대한 연구는 본 연구에서는 제대로 진행되지 못하였다. 그러나 가속도의 원천이 엔스트로피의 구배와 에너지 소산이라는 연구 결과를 통해 유추해 볼 수 있는 바는 헬리스티가 엔스트로피와 강한 상관관계가 있으므로 헬리스티의 원천도 비슷한 원천이 작용하지 않을까하는 추측이 가능하다.

후 기

본 연구는 2005년 학술진흥재단 신진연구자 연수지원사업(KRF-2005-216-C00232)으로 진행되었음을 밝힌다.

참고문헌

- [1] 최연택, 이창훈, 2006, "등방성 난류의 간헐성 연구", 대한기체학회 춘계학술대회(2006)pp.894-898
- [2] Pelz R., Shtilman, L., and Tsinober, A., 1986, "The helical nature of unforced turbulent flows", Phys. Fluids, Vol. 29, pp. 3506-3508.
- [3] Pelz, R., Yakhot, V., and Orszag, S, 1985, "Velocity-Vorticity

- patterns in turbulent flow," Phys. Rev. Lett., Vol. 54, pp. 2505-2508.
- [4] Rogers, M. and Moin, P., 1987, "Helicity fluctuations in incompressible turbulent flows", Phys. Fluids, Vol. 30, pp. 2662-2671.
- [5] Lee, S. and Lee, C., 2005, "Intermittency of acceleration in isotropic turbulence", Phys. Rev. Lett., Vol. 75, 056310.
- [6] Chen, Q., Chen, S., Eyink, G., and Holm, D., 2003, "Intermittency in the joint cascade of energy and helicity", Phys. Rev. Lett., Vol. 90, 214503.
- [7] Kraichnan, R. and Panda, R., 1988, "Depression of nonlinearity in decaying isotropic turbulence", Phys. Fluids, Vol. 31, pp.2395-2397.
- [8] Tsinober, A., 1990, "On one property of Lamb vector in isotropic turbulent flows", Phys.Fluids A, Vol. 2, pp.484-486.