

# 후퇴유한시간 구간 LQ 최적제어기법을 이용한 2축 윤곽제어

\*심영복<sup>1</sup>, 정유철<sup>1</sup>, 이건복<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 숭실대학교 대학원 기계공학과, <sup>2</sup> 숭실대학교 기계공학과

## 2-Axis Contour Control using Receding Time Horizon LQ Optimal Control

\*Young Bok Sim<sup>1</sup>, Yu Chul Jung<sup>1</sup>, Gun Bok Lee<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dept. of Mech. Eng., Graduate School of Soongsil Univ., <sup>2</sup> Div. of Mech. Eng. Soongsil Univ.

Key words : Contour Control(윤곽 제어), Receding Time Horizon LQ Optimal Control(후퇴유한시간 구간 LQ 최적제어), Contour Error (윤곽오차), Contouring Performance(윤곽성능)

### 1. 서론

지금까지 다축 시스템의 경로제어성능을 향상시키기 위해 많은 연구가 이루어졌다. 기본적으로 독립축 제어방식은 각 축의 경로 추적성능을 높임으로써 결과적으로 윤곽오차를 줄일 수 있다는 관점을 기초로 하고 있기 때문에 기본적으로 SISO 시스템의 정적, 동적응답 특성을 향상시킬 수 있는 모든 알고리즘의 적용이 가능하다. 이 분야에서 이정표가 될만한 연구로 Koren (1)은 속도루프 전체를 1차 지연형 모델로 단순화하고 정상상태 오차 및 오버슈트의 감소라는 상반된 요구를 적절히 만족하도록 제어제인을 설정하여 위치제어를 수행하였다. Bollinger (2) 등은 피드포워드 제어를 통하여 추적오차를 감소시켰으며 모델 오차에 기인한 강인성 저하에도 불구하고 추적오차를 상당히 감소시킬 수 있음을 보여주었다. Doraiswami (3) 등은 서보 보상기와 안정화 보상기의 2자유도 방식을 사용하여 추적성능 및 외란 제거능력 향상을 달성하였으며 고주파 대역의 오차에 대한 강인성을 확보하였다. Tomizuka (4) 등은 기준 위치 입력(지정 경로)을 미리 알고 있을 경우 알고 있는 범위 만큼을 제어 입력에 반영(preview control)함으로써 추적오차를 크게 감소시킬 수 있음을 보여주었으며 경로가 급격히 변하는 코너 운동의 경우엔 외삽(extrapolation)에 의해 preview의 범위를 확장하였다. 또한 Tomizuka 등은 Feedforward 제어방식의 범주에 속하는 Zero Phase Error 추적제어 (5)와 학습제어 방식의 일종인 반복 제어(repetitive control) 이론 (6)을 디지털 제어영역에서 확립하고 이 이론을 공작기계 위치제어 등 모션제어 분야에 응용함으로써 시스템 대역폭 증가에 의한 추적성능 향상에 의해 결과적으로 윤곽오차를 감소시켜 가공성능을 높일 수 있음을 보여주었다 (7),(8).

한편 윤곽오차 제어는 Koren (9)에 의해 최초로 개념이 확립되고 제시되었으며 이를 감소시킬 수 있는 제어기법으로서 교차식 제어구조를 사용하였다. (10),(11)에서는 독립축 제어방식과 비교하여 외란이나 각 축간의 동특성이 일치하지 않을 때 윤곽오차를 직접 제어기 설계에 반영함으로써 가장 좋은 윤곽 추적 성능을 기할 수 있음을 수치적으로 그리고 실험적으로 보여 주었다. Kulkarni와 Srinivasan (12),(13)은 윤곽오차의 개선을 위해 기본적으로 각 축에 고정적으로 비례제어를 할당하고 성능평가지수에 윤곽오차를 반영함으로써 최적제어방식에 의해 윤곽오차 제어를 설계하였다. 이들은 다양한 성능 평가지수를 개발하였으며 적절하게 선택된 성능 평가지수에 따라 효과적으로 제어를 설계하기 위해 확장된 상태 방정식을 사용하였다. (14)에서 Tomizuka는 추적오차와 윤곽오차를 동시에 리아푸노프 함수에 포함시키고 리아푸노프 안정성을 충족시키도록 제어기를 설계하였으며 이를 상업용 공작기계에 적용함으로써 기존의 비례 제어만에 의한 방식보다 현저하게 윤곽오차를 감소시킬 수 있음을 보여주었다. McNab (15) 등은 이산시간 영역에서 성능 평가지수에 추적오차와 윤곽오차를 동시에 포함시키고 각 오차의 가중치를 적절하게 선택함으로써 제어기 설계를 최적제어 관점에서 수행하였다. 이들은 특히 유한시간 구간내의 오차를 성능평가지수에 포함시키고 시간이 진행됨에 따라 구간의 최초오차는 버리고 최종오차는 새로이 포함시키는 후퇴-유한시간 구간 최적 제어 방식(A Receding Time Horizon LQ Optimal Control Approach)을 사용함으로써 preview 제어를 통한 윤곽제어를 수행하였다.

본 연구에서는 현재 상용되고 있는 플로터, X-Y테이블, 공작기계와 같은 모션제어 시스템의 제어기와 용이하게 통합하여 이들의 정확성과 고속성을 향상시킬 수 있도록 추적오차를 보상하는 비례제어기에 윤곽오차항과 제어입력항만으로 구성된 성능지수를 이용하여 후퇴-유한시간 구간 최적 제어 방식의 틀 안에서 윤곽오차제어기를 설계한다. 이렇게 함으로써 기존의 운동

경로를 제어기 설계에 반영하여 추적오차와 윤곽오차를 동시에 개선하는 것이 가능하게 된다. 이론적 전개는 임의의 자유 운동 경로에 적용될 수 있도록 일반적인 관점에서 수행하였기 때문에 운동경로의 형태에 따라 제어기를 새로이 설계할 필요는 없다. 설계된 제어기를 직선운동, 원호운동 등에 적용하여 독립축 제어 방식과 비교하여 봄으로써 제어성능을 평가한다.

### 2. 후퇴-유한시간 구간 LQ 최적제어 (A Receding Time Horizon LQ Optimal Control)

LQ 최적제어의 관점에서 윤곽제어 입력  $u_i(k)$ 를 구한다. 플랜트 매니폴레이팅 입력은 비례제어기 입력과 윤곽제어 입력으로 구성되므로 다음과 같다.

$$V_c(k) = -K_p x_p + K_c r(k) + u(k) \quad (1)$$

로 되며 여기서  $K_p$ 와  $K_c$ 는 비례제어 이득  $K_p$ 로 구성되는 적당한 차원의 행렬이고

$$u(k) = [u_x(k) \ u_y(k) \ \dots \ u_p(k)]^T \text{ 이다. 다음의 수정된 상태방정식과 출력방정식을 얻는다.}$$

$$x_p(k+1) = (A_p - B_p K_p) x_p(k) + B_p K_c r(k) + B_p u(k) \quad (2)$$

$$e(k) = C_p x_p(k) + C_r r(k)$$

최소화를 기하고자 하는 성능 평가 지수는

$$J = e^2(k+N)S_e + \sum_{i=k}^{k+N-1} [Qe^2(i) + u^T(i)Ru(i)] \quad (3)$$

이며 여기서 첫째항은  $S_e$ 에 의해 최종윤곽오차를 가중하고 팔호안의 첫째항과 둘째항은 Q와 R에 의해 각각 윤곽오차와 윤곽오차 제어 입력을 가중하며 N은 기지의 미래경로입력 범위(preview length)를 나타낸다. 식 (2)의 상태방정식과 출력방정식을 대입하고 최적성의 원리(Principle of Optimality)를 적용하면 최적제어 입력  $u(k)$ 에 대해 다음의 해를 얻을 수 있다.

$$J_{i+1} = x_p^T(i+1)H_{pp}(i+1)x_p(i+1) + 2x_p^T(i+1)H_{pr}(i+1) + H_{rr}(i+1) \quad (4)$$

의 형태로 놓으면

$$J_i = J_{i+1} + Qe^2(i) + u^T(i)Ru(i) \quad (5)$$

이 되고 여기에 식 (2)을 대입하고 정리하면,

$$J_i = [(A_p - B_p K_p) x_p + B_p K_c r(i) + B_p u(i)]^T H_{pp}(i+1) [(A_p - B_p K_p) x_p + B_p K_c r(i) + B_p u(i)] + 2[(A_p - B_p K_p) x_p + B_p K_c r(i) + B_p u(i)]^T H_{pr}(i+1) + H_{rr}(i+1) + [C_p x_p(i) + C_r r(i)]^T Q [C_p x_p(i) + C_r r(i)] + u^T(i)Ru(i) \quad (6)$$

이 된다. 최적성의 원리로부터

$$\frac{\partial J_i}{\partial u(i)} = 0 \quad (7)$$

이 되고 식(6)로부터  $i=k$  일때 최적 제어입력은

$$u(k) = -[B_p^T H_{pp}(k+1) B_p + R]^{-1} B_p^T [H_{pp}(k+1) [A_p - B_p K_p] x_p(k) + B_p K_c r(k) + H_{pr}(k+1)] \quad (8)$$

이 된다.

리카티 방정식(Riccati equation) :

$$H_{pp}(i) = (A_p - B_p K_p)^T H_{pp}(i+1) (A_p - B_p K_p) - (A_p - B_p K_p)^T H_{pp}(i+1) B_p [R + B_p^T H_{pp}(i+1) B_p]^{-1} B_p^T H_{pp}(i+1) (A_p - B_p K_p) + C_p^T Q C_p \quad (9)$$

$$H_{pr}(i) = (A_p - B_p K_p)^T [I - H_{pp}(i+1) B_p [R + B_p^T H_{pp}(i+1) B_p]^{-1} B_p^T] H_{pr}(i+1) + [C_p^T Q C_r + (A_p - B_p K_p)^T H_{pp}(i+1) [I - B_p [R + B_p^T H_{pp}(i+1) B_p]^{-1} B_p^T] H_{pr}(i+1)] B_p K_c r(i) \quad (10)$$

·말단 경계조건 :

$$H_{pp}(k+N) = C_p^T S \epsilon C_p \quad (10)$$

$$H_{pv}(k+N) = C_p^T S \epsilon C_v(k+N) \quad (11)$$

이상(以上)과 같이 매 시간 스텝마다 N스텝에 걸쳐서 리카티 방정식의 해를 구하여 (7)식에 대입함으로써 윤곽제어입력  $u(k)$ 를 구한다.

### 3. 모션제어시스템

제어알고리즘의 성능 평가를 위한 플랫폼으로는 CNC머시닝 센터의 이송구동장치에 장착되는 고속용(高速用) X-Y테이블을 사용한다. 각 축의 이송구동장치는 3상 AC 서보모터, 5mm피치의 볼 스크류, 테이블로 구성되며 이송 서보드라이버는 Yaskawa 속도 서보팩(velocity servo pack)으로서 아날로그 비례적분(PI)제어 방식에 의해 속도 피드백 제어를 수행한다. 위치검출은 1회전당 1500개의 펄스를 발생하는 엔코더에 의해 이루어지며 펄스신호를 4배로 체배하여 위치정밀도를 높여 모델링을 수행하였다. 서보드라이버에 표준시험신호로 계단 입력 전압을 가하여 5000Hz의 샘플주파수로 1024개의 데이터를 수집하였다. 시스템은 고차의 동특성을 나타낸다. Fig. 1에서 보는 바와 같이 실제 시스템은 고차의 동특성을 나타내고 이쓰나 근사적으로 다음과 같이 2차지연형과 1차지연형으로 모델링을 수행하였다.

·2차지연형 :  $G_x(s) = G_y(s) \cong \frac{K_v \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (12)$

·1차지연형 :  $G_x(s) = G_y(s) \cong \frac{K_v}{\tau_v s + 1} \quad (13)$

실험응답과 근사적으로 구한 2차 및 1차 지연형 모델의 스텝응답을 Fig. 1에서 비교한다. 1차지연형 모델은 이산시간상태방정식을 변환한 후 제어기 설계에 이용된다. Fig. 1은 X축 실험데이터로부터 모델링한 값은 각각  $k_{vx} = 4.5$ ,  $\omega_{nx} = 6389.5 \text{ rad/s}$ ,  $\zeta_x = 0.5731$ ,  $\tau_{vx} = 0.0003$  이다.

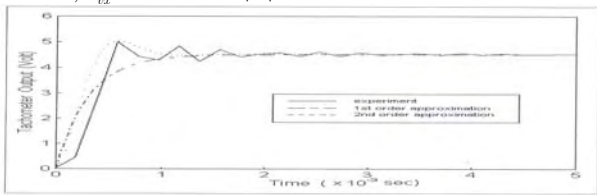


Fig. 1 Experimental velocity loop response to 1 volt step input of Vref and its approximated model response

### 4. 모의실험

직선경로에 대해 궤적을 추적하면서 과도상태오차와 정상상태오차의 관점에서 윤곽제어를 수행하지 않는 경우와 제어성능을 비교, 평가한다. 시뮬레이션에서 경로 추적 속도는 30m/min을 사용하였고 샘플시간은 1msec으로 하였으며 식(12)의 동적 모델은 0.2msec의 계산 스텝으로 4차 Runge-kutta법으로 적분한다. Y축의 모델링값은 X축에 대해 50% 파라미터 불일치의 경우로 적용한다.

Fig. 2 직선경로 추적시 두 축의 동특성에 대해, 독립축 제어방식과 윤곽제어기를 추가한 경우의 경로 추적결과이다. 동특성이 일치하지 않을 때(50% Parameter Mismatch) 독립축 제어방식은 정상상태 윤곽오차가 존재하나 윤곽오차 제어에 의해 정상상태오차가 1/10이하로 현저하게 감소되었음을 알 수 있다(Fig. 3).

### 5. 결론

다축 제어시스템에 일반적으로 적용할 수 있는 윤곽오차제어 방식을 제안하였다. 제어기 설계는 직접 윤곽오차를 성능평가지수에 포함시키고 유한시간 구간에서 최적성의 원리에 의해 윤곽제어입력을 구하는 후퇴-유한시간 구간 LQ 최적제어(A Receding Time Horizon LQ Optimal Control)의 틀 안에서 수행하였다. 제시된 윤곽오차 제어방식을 두 축의 동특성이 상이한 일반적인 모션제어시스템에 대하여 시뮬레이션을 통하여 윤곽추적성능을 현저히 향상시킬 수 있음을 입증하였다. 윤곽추적성능은 성능평가지수에 포함되는 가중치와 예견경로의 범위 등의 설계변수의 선택에 의해 적절히 조정될 수 있음을 지적하였다.

### 후기

본 연구는 숭실대학교 교내연구비지원에 의해 수행됨.

### 참고문헌

- (1) Koren. Y., 1983, *Computer Control of Manufacturing System*, McGraw hill Book Company.
- (2) Bollinger, J. G., et al., 1980, "Digital Controls of Feed Drives - State of the Art and New Developments," *Annals of the CIRP*, Vol.29.
- (3) Doraiswami. R., and Gulliver. A., 1984, "A Control Strategy for Computer Control of Machine Exhibiting Precision and Rapidity," *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 106, Mar.
- (4) Tomizuka, M., et al, 1989, "Experimental Evaluation of the preview Servoscheme for a Two-axis Positioning System," *ASME J. of Dynamic System. Measurement and Control*, Vol. 106.
- (5) Tomizuka, M., 1987, "Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control," *ASME J. of Dynamic System, Measurement and Control*, Vol. 109 March, pp. 65~68.
- (6) Tomizuka, M., 1989, Chew, K.K., "Digital Control of Repetitive Error In Disk Drive System," *Proc. of ACC*, pp. 540~543.
- (7) Jwu-Sherg Hu, Tomizuka, M., 1991, "Adaptive Asymptotic Tracking of Repetitive Signals- A Frequency Domain Approach," *Proc. of ACC.*, pp. 2621~2627.
- (8) Tung, E.D., Tomizuka, M., Urushisaki, Y., 1994, "High Speed End Mill Boring and Corner Cutting," *Proc. of Acc.*, pp. 2894~2898.
- (9) Koren, Y., 1980, "Cross-Coupled Biaxial Computer Control for Manufacturing Systems," *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control.*, Vol 102 , pp. 285~272.
- (10) Koren, Y. and Lo, C.C., 1991, "Variable-Gain Cross-Coupling Controller for Contouring," *Anal. of the CIRP*, Vol. 40 , pp. 371-374.
- (11) Lo, C. C. and Koren. Y. , 1992, "Evaluation of Servo-Controllers for Machine Tools," *ACC/WALL*, pp. 370~374.
- (12) Kulkarni, P. K. and Srinivasan, K., 1989, "Optimal Contouring Control of Multi-Axial Feed Drive Servomechanisms," *ASME J. of Eng. for Industry*, Vol. 111 , pp. 140~148.
- (13) Kulkarni, P. K. and Srinivasan, K., 1990, "Cross-Coupled Control of Biaxial Feed Drive Servomechanisms," *ASME J. of Dynamics Systems, Measurement and Control*, Vol 112. pp. 225~232.
- (14) Chiu, T. C. and Tomizuka, M., 1994, "Coordinated Position Control of Multi-Axis Mechanical Systems," *ASME, Dynamic Systems and Control, DSC-Vol. 55-1*, pp. 159~166.
- (15) McNab, R.T. and Tsao, T.C., 1994, "Multi-Axis Contour Tracking : A Receding Time Horizon Linear Quadratic Optimal Control Approach," *ASME, Dynamic Systems and Control, DSC-Vol. 55-2*, pp. 895~902.

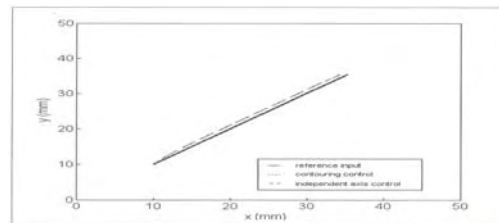


Fig. 2 Straight line contour response for independent axis control and contouring control with mismatched dynamics

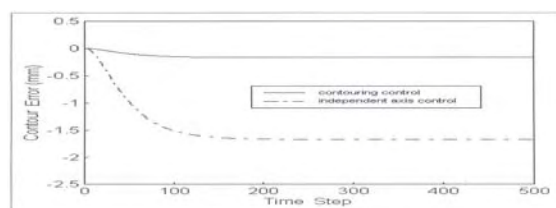


Fig. 3 Straight line contour error response for independent axis control and contouring control with mismatched dynamics