

# 직교 이방성 판 이론을 이용한 바닥판 활하중 모멘트 산정식 개발

## Development of Live Load Moment Equations Using Orthotropic Plate Theory

안 예 준\* · 남 석 현\*\* · 박 장 호\*\*\* · 신 영 석\*\*\*\*

Ahn, Ye-Jun · Nam, Suk-Hyun · Park Jang-Ho · Shin, Yung-Seok

### ABSTRACT

Because of the orthotropic elastic properties and significant two-way bending action, orthotropic plate theory may be suitable for describing the behavior of concrete filled grid bridge decks. Current AASHTO LRFD Bridge Design Specification(2004) has live load moment equations considering flexural rigidity ratio between longitudinal and transverse direction, but the Korea highway bridge design specification(2005) doesn't. The Korea highway bridge standard specification LRFD(1996) considers an orthotropic plate model with a single load to estimate live load moments in concrete filled grid bridge decks, which may not be conservative. This paper presents live load moment equations for truck and passenger car, based on orthotropic plate theory. The equations of truck model use multiple presence factor, impact factor, design truck and design tandem of the Korea highway bridge standard specification LRFD(1996). The estimated moments are verified through finite-element analyses.

*Keywords:* deck design, orthotropic plate, plate theory, live load moment, passenger car.

### 1. 서 론

철근콘크리트바닥판은 교축과 교축직각 방향의 철근비가 다르기 때문에 두 방향에 대한 휨 강성이 다르며, 직교이방성의 재료성질을 가진다. 이러한 철근콘크리트바닥판의 직교이방성 성질은 휨모멘트에 영향을 미치며, 2004년도에 개정된 AASHTO LRFD Bridge Design Specification은 활하중에 대한 바닥판에 작용하는 휨모멘트 산정식에 휨 강성비를 고려하고 있다.

본 연구에서는 국내 시방서에 제시된 트럭 하중모델과 승용차 전용 고가도로 설계용 활하중모델(김상진, 2003)에 대하여 휨 강성비를 고려한 바닥판 활하중 모멘트 산정식을 제안하고자 한다. 트럭 하중에서 고려할 하중계수, 동시재하계수 및 트럭 하중모델은 도로교표준시방서 하중-저항계수 설계편(1996)의 값을 이용하였다. 활하중 모멘트 산정식을 산정하기 위하여 철근콘크리트바닥판에 작용하는 휨모멘트는 직교이방성 판 이

\* 아주대학교 건설교통공학과 박사수료 E-mail: yejun@aou.ac.kr

\*\* 아주대학교 건설교통공학과 석사과정 E-mail: shepirose@ajou.ac.kr

\*\*\* 정희원 · 아주대학교 환경건설교통공학부 교수 E-mail: jangho@ajou.ac.kr

\*\*\*\* 정희원 · 아주대학교 환경건설교통공학부 교수 E-mail: Ysshin@ac.kr

론에 근거하여 구하였고, 유한요소해석을 통하여 해석의 신뢰성을 검증하였다.

## 2. 설계 기준에 따른 바닥판 활하중 모멘트 산정식

과거에 설계된 구조물은 사용하중 하에서 재료가 허용응력 범위 내에 들도록 설계하는 허용응력 설계법을 따랐으나, 1960년대부터 강제에서는 소성 설계법이 콘크리트에 대해서는 극한강도 설계법이 도입되었다. 극한강도 설계법은 하중계수를 통하여 여러 하중의 불확실성을 각각 다르게 반영할 수 있고, 강도감소계수를 통하여 각 부재력에 대한 계수를 달리 반영한 설계법이다. 1980년대부터 미국과 유럽은 구조 신뢰성 이론에 기초한 하중-저항계수 설계법과 한계상태 설계법을 사용하였으며, 이 방법은 부분 안전계수를 사용하여 하중 및 재료에 대한 특성을 합리적으로 반영한 설계법이다. 국내의 경우 1996년 도로교표준시방서 부록에 하중-저항계수 설계법이 제시되었다. 표 1과 표 2는 각 설계 기준상에 제시되어 있는 동시재하계수, 하중계수, 충격계수와 접지압을 나타낸 것이다.

표 1. 각 설계 기준별 동시 재하 계수

	도로교 설계기준 (극한강도 설계법)	도로교설계기준 -LRFD	AASHTO -LRFD
1차선	1.00	1.20	1.20
2차선	1.00	1.00	1.00
3차선	0.90	0.90	0.85
4차선 이상	0.75	0.75	0.65

표 2 각 설계 기준별 하중 계수, 충격 계수와 접지압

	도로교 설계기준 (극한강도 설계법)	도로교설계기준 -LRFD	AASHTO -LRFD
하중 계수	2.15	1.95	1.75
충격 계수	0.30	0.33	0.33
접지압 (MPa)	0.720	0.862	0.862

표 2에서 도로교설계기준(극한강도 설계법)의 충격계수는 지간 길이에 의해 구해진다. 도로교설계기준에 제시되어 있는 바닥판 활하중 모멘트 산정식은 지간 길이 0.6~7.3m까지 적용가능하며, 이 경우에 대하여 충격 계수는 모두 0.3을 가진다. 도로교설계기준 하중-저항계수 설계면에서는 충격하중 산정 시 바닥판의 집합 부가 아니고, 피로와 파괴의 한계상태가 아닌 다른 모든 한계상태에 대하여 활하중의 33%를 적용하고 있다.

식 1~4는 주철근이 차량진행방향에 직각인 경우에 각 설계기준에 제시된 트럭하중에 대한 바닥판 활하중 모멘트 산정식이다.

$$\text{도로교 설계 기준 (DB-24)} : (L+0.6)P_{24}/9.6 \quad (\text{식 } 1)$$

$$\text{도로교 설계기준 - LRFD} : ClpD^{0.25} [42.3\ln(0.039L) - 74] \quad (\text{식 } 2)$$

$$\text{AASHTO - LRFD} : L \leq 3000\text{mm} : 1,290D^{0.197}L^{0.459}C \quad (\text{식 } 3)$$

$$L > 3000\text{mm} : \frac{5,300D^{0.188}(L^{1.35} - 20,400)}{L} \cdot C \quad (\text{식 } 4)$$

여기서,  $L$ 은 지간길이 (mm, 극한강도 설계법은 m),  $P_{24}$ 는 후륜하중(96kN),  $\epsilon$ 는 접지압(MPa),  $D$ 는 휨강성비( $D_x/D_y$ ),  $C$ 는 연속계수 (단순지지는 1.0, 연속지간은 0.8),  $t$ 은 교축방향의 타이어길이(mm)이다.

그림 1은 식 1~4로부터 계산된 지간에 따른 각 설계기준별 활하중 모멘트 값이다.

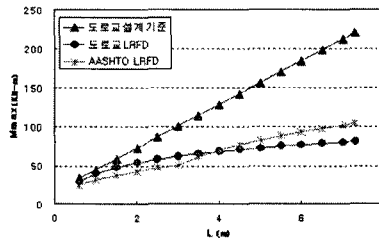


그림 1. 각 설계 기준별 활하중 모멘트

직교이방성을 고려한 식 2~식4는 휨 강성비를 1.0으로 하여 계산한 값들이다. 하중-저항계수 설계법의 경우 접지 길이를 계산할 때 하중계수와 충격계수를 고려하므로, 식 1에서는 하중 계수와 충격 계수를 곱하여 도로교설계기준의 바닥판 활하중 모멘트 값을 계산하였다. 표 2에서 보면 도로교표준시방서 하중-저항계수 설계편(1996)은 AASHTO LRFD보다 하중 계수 및 접지압이 크지만, 그림 1에서와 같이 바닥판 활하중 모멘트는 지간이 긴 경우 작은 값을 가진다. 도로교표준시방서 하중-저항계수 설계편(1996)은 AASHTO LRFD(1994)를 기초로 한 것으로 생각되어지는데, AASHTO LRFD(1994)는 하중 재하를 부재 정 가운데 하나의 바퀴 하중만을 재하한 경우만 고려하였다.(Higgins, 2003) 이는 지간이 긴 바닥판의 경우 바퀴 하중이 둘 이상 들어오는 경우를 고려하지 않았으므로, 도로교표준시방서 하중-저항 계수 설계편(1996)의 활하중 모멘트 산정식에 의한 값들은 지간이 길 경우 안전한 값으로 보기 어렵다. 따라서 본 연구에서는 이러한 문제 점을 고려하여 국내 실정에 적합한 활하중 모멘트 산정식의 제시가 필요하다.

### 3. 직교이방성 판 이론

철근콘크리트바닥판의 경우 교축 방향과 교축직각 방향의 철근비가 달라 휨 강성비가 1이 아니기 때문에 직교이방성 판 이론을 통해 이를 고려하여야 한다. 본 논문에서는 판 이론 적용 시 thin plate의 가정 사항을 적용하였다. 그림 2와 같은 판에 대한 직교이방성 판 이론의 기본 방정식은 식 5와 같다.(Timoshenko and Woinowski-Krieger, 1959)

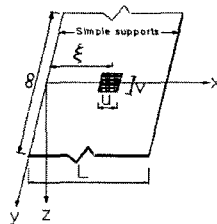


그림 4. strip plate

$$D_x \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} = \rho(x, y) \quad (\text{식 5})$$

$$H = D_1 + 2D_{xy} \quad (\text{식 6})$$

여기서,  $D_x$ 는 교축직각 방향의 휨 강성,  $D_y$ 는 교축 방향의 휨 강성,  $D_1$ 은  $D_{xy}$ 이다.

앞 절에서 언급한 가정 사항들, 평형 조건 및 적합 조건을 이용하면 모멘트는 다음과 같다. (Timoshenko and Woinowski-Krieger, 1959)

$$M_x = -(D_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}) \quad (\text{식 7})$$

$$M_y = -(D_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}) \quad (\text{식 8})$$

식 6의 H는 휨 강성과 푸아송 비의 함수로서 일정한 두께를 지닌 판과 철근콘크리트바닥판에 대하여 식 9와 같은 관계가 성립된다. (Heins, 1976)

$$H = \rho \overline{D_x D_y} \quad (\text{식 9})$$

Higgins는 위의 관계들과  $D_1$ 이 매우 작아서 무시할 수 있다는 가정을 통하여 교축직각 방향에 대한 모멘트  $M_x$ 를 식 10, 11과 같이 구하였다. (Higgins, 2003)

$$M_x(y > v/2) = \frac{qL}{4^2} \sum_n \frac{1}{n^2} \sin\left(\frac{n\lambda^*}{L}\right) \sin\left(\frac{n\lambda U}{2L}\right) \sin\left(\frac{n\lambda X}{L}\right) \times \left[ \left(\frac{2L}{n\lambda} + y - \frac{v}{2}\right) e^{-n\lambda(2y-v)/2L} - \left(\frac{2L}{n\lambda} + y + \frac{v}{2}\right) e^{-n\lambda(2y+v)/2L} \right] \quad (\text{식 10})$$

$$M_x(y = 0) = \frac{4qL^2}{4^3} \sum_n \frac{1}{n^3} \sin\left(\frac{n\lambda^*}{L}\right) \sin\left(\frac{n\lambda U}{2L}\right) \sin\left(\frac{n\lambda X}{L}\right) \times \left[ 1 - \left(1 + \frac{n\lambda v}{4L}\right) e^{-n\lambda v/2L} \right] \quad (\text{식 11})$$

여기서,  $q$ 는 접지압 ( $kN/m^2$ ),  $L$ 은 지간 (m),  $\lambda$ 는  $(D_y/D_x)^{0.25}$ ,  $*$ 는 왼쪽 지점부( $x=0$ )에서 접지면 중심까지의 거리 (m),  $U$ 는 접지 폭 (m),  $v$ 는 접지 길이(m)이다.

#### 4. 직교이방성 판 이론을 이용한 바닥판 활하중 모멘트

직교이방성 판 이론을 이용하여 승용차하중과 트럭하중에 대한 활하중 모멘트를 구하였다. 트럭하중은 주형과 인접한 주형으로 지지되는 바닥판의 지간 거리가 3m 이상, 승용차하중은 지간 거리가 2.5m 이상에 대해 재하될 수 있는 모든 하중 경우를 고려하여, 최대 절대 모멘트가 발생하도록 바퀴하중을 재하하였다. 직교이방성 판 이론 적용 시 이용된 활하중모델은 트럭의 경우 도로교표준시방서 하중-저항계수 설계편의 하중모델이며, 승용차하중은 승용차 전용 고가도로 설계용 활하중모델(김상진, 2003)이다. 직교이방성 판 이론에 의한 활하중 모멘트는 식 10과 11을 이용하여 계산하였다.

4.1. 트럭 하중 모델

도로교표준시방서 하중-저항계수 설계편(1996)에 제시된 설계 트럭하중의 설계치수 및 제원은 그림 3 및 표 3과 같다.

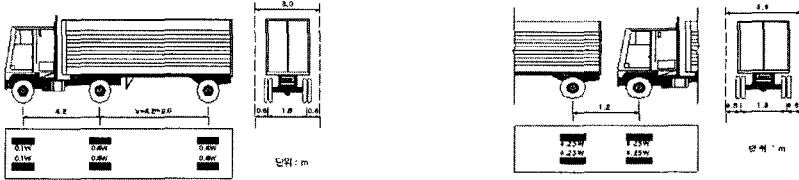


그림 3. 설계트럭 (도로교표준시방서 하중-저항계수 설계편)

표 3. 설계트럭하중의 제원 (도로교표준시방서 하중-저항계수 설계편)

	설계트럭하중	설계탠덤하중
점유폭	3.0m	3.0m
차륜거리	4.2m	1.2m
접지폭	0.51m	0.51m
접지길이	$2.28 \times \alpha \times (1 + M/100) P \times 10^{-3} \text{ m}$	$2.28 \times \alpha \times (1 + M/100) P \times 10^{-3} \text{ m}$
접지압	$862 \text{ kN/m}^2$	$862 \text{ kN/m}^2$

4.2. 승용차하중모델

김상진(2003)에 의해 제안된 승용차 전용 고가도로 설계용 활하중모델은 그림 4 및 표 4와 같다.

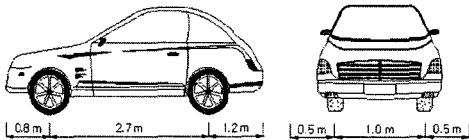


그림 4. 설계승용차량 (김상진, 2003)

표 4. 설계승용차량의 제원

점유폭	2.5m	
차륜거리	2.7m	
접지폭	0.17m	
접지길이	전륜	0.21m
	후륜	0.14m
접지압	$387 \text{ kN/m}^2$	

4.3. 직교이방성 판 이론 해석결과의 검증

직교이방성 판 이론값을 검증하기 위하여 유한요소해석을 수행하였다. 유한요소해석은 MIDAS Civil을 사용하였고, thin plate요소로 모델링하였다. 직교이방성 판을 모델링 할 때는 휨 강성비를 고려하여 탄성계수 값을 정하였고, 전단탄성계수( $G_{xy}$ )는 식 12를 이용하여 산정하였다. (Rudolph Szilard, 2004)

$$G_{xy} \approx \frac{\rho E_x E_y}{2(1 + \nu_{xy})} \tag{식 12}$$

트럭하중은 지간이 1.5m, 4m, 7m에 대하여, 승용차하중은 1.5m, 5.5m, 10.5m에 대하여 유한요소해석을 수행하였고, 표 5는 유한요소해석과 이론식에 의한 모멘트 값이다. 표 5를 보면 유한요소와 판 이론값의 오차는 최대 1.2%다.

표 5. 유한요소해석 값과 판 이론 값 (단위 :  $kN \cdot m$ )

	지간 (m)	D=1		D=2		D=2.5		D=8		D=10	
		Theory	FEM	Theory	FEM	Theory	FEM	Theory	FEM	Theory	FEM
트럭	1.5	51.2	51.3	59.4	59.4	62.2	62.3	78.4	78.5	81.8	81.9
	4	100.8	101.9	115.3	116.7	120.2	121.6	146.9	149.1	152.2	154.5
	7	182.7	183.6	201.0	201.7	207.0	207.7	262.1	265.0	274.0	277.3
승용차	1.5	3.6	3.6	4.2	4.2	4.4	4.4	5.6	5.6	5.9	5.9
	5.5	9.7	9.8	11.0	11.1	11.5	11.6	14.1	14.2	14.7	14.8
	10.5	18.4	18.7	21.4	21.7	22.5	22.8	28.4	28.7	29.7	30.0

4.4. 직교이방성 판 이론에 의한 바닥판 활하중 모멘트

그림 5와 그림 6은 지간 길이와 휨 강성비에 따른 직교이방성 판 이론의 모멘트 값을 식 10과 식 11을 이용하여 계산한 값들이다. 그림 5를 보면 본 연구에서 고려한 직교이방성 이론을 적용한 값들이 AASHTO LRFD보다 더 크게 산정됨을 알 수 있다. 이는 도로교표준시방서 하중-저항계수 설계편에 제시된 하중모델의 접지압과 하중계수가 AASHTO LRFD에 제시된 값들보다 더 크기 때문이다. 그림 5와 6을 보면 휨 강성비와 지간 길이가 증가 할수록 바닥판의 휨 모멘트가 커짐을 알 수 있다. 이는 휨 강성비가 증가 할수록 휨 강성이 큰 교축직각방향으로 더 큰 모멘트가 작용하기 때문이다. 휨 강성비가 작고, 지간이 길면 탠덤하중보다 전륜과 후륜 하중의 영향을 고려한 트럭하중이 더 큰 모멘트를 발생시켰다.

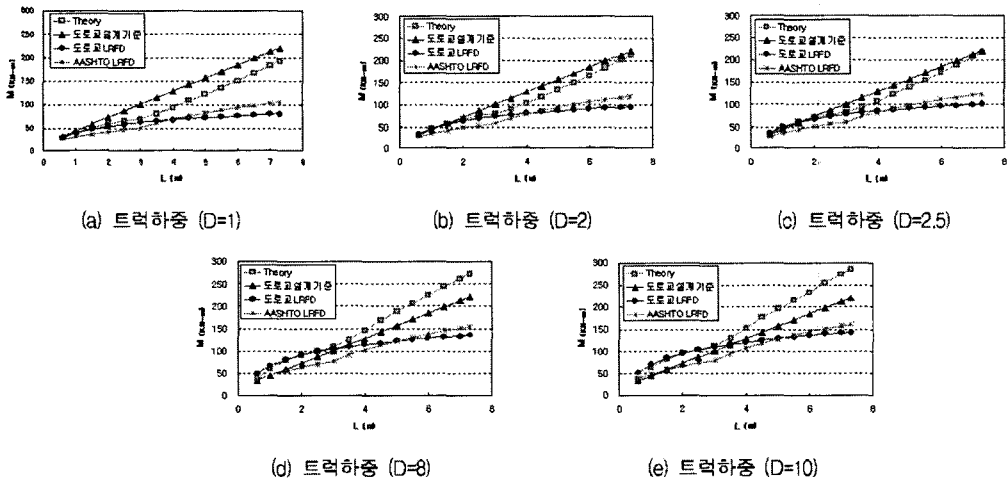


그림 5. 판 이론에 의한 트럭하중의 활하중 모멘트

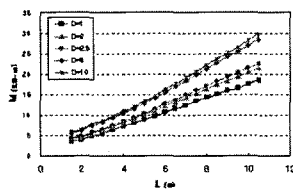


그림 6. 판 이론에 의한 승용차하중의 활하중 모멘트

5.3. 푸아송효과

철근이 잘 구속된 철근콘크리트바닥판에 대해 푸아송 비는 무시할 수 있다.(Baker, 1991) Baker의 연구 결과를 보면, 철근콘크리트바닥판에 대해서 푸아송효과를 무시하는 것은 가능하며, 판 이론을 적용한 휨모멘트 계산 시  $\nu$  을 무시한다는 가정은 적당하다. 그러나 강상판과 같이  $\nu$  을 무시할 수 없는 경우에는 푸아송 비에 대한 적절한 고려가 필요하다. 표 6은 승용차 하중에 대하여 푸아송효과를 고려한 바닥판 활하중 모멘트를 유한요소해석을 통해 구한 것이다. 푸아송 비는 설계기준 강도 30MPa인 경우의 0.167을 사용하였다. 표 6을 보면 푸아송효과를 고려한 유한요소해석 값은 푸아송효과를 무시한 이론값에 비하여 최대 약 12.5%정도 큰 값을 가진다.

표 6. 승용차하중에 대한 푸아송효과를 고려한 바닥판 활하중 모멘트 (단위 : kN · m)

지간 (m)	D=1		D=2		D=2.5		D=8		D=10	
	Theory	FEM	Theory	FEM	Theory	FEM	Theory	FEM	Theory	FEM
	$\nu = 0$	$\nu = 0.167$	$\nu = 0$	$\nu = 0.167$	$\nu = 0$	$\nu = 0.167$	$\nu = 0$	$\nu = 0.167$	$\nu = 0$	$\nu = 0.167$
1.5	3.6	3.8	4.2	4.3	4.4	4.5	5.6	5.7	5.9	5.9
3.5	6.4	7.0	7.3	7.8	7.6	8.1	9.4	9.8	9.8	10.2
5.5	9.7	10.8	11.0	12.0	11.5	12.4	14.1	15.0	14.7	15.6
7.5	13.4	14.9	15.4	16.8	16.1	17.4	19.9	21.2	20.7	21.9
9.5	16.7	18.8	19.3	21.2	20.3	22.1	25.5	27.2	26.6	21.3
10.5	18.4	20.7	21.4	23.5	22.5	24.5	28.4	30.4	29.7	31.6

6. 결론

직교이방성 판 이론을 적용한 활하중 모멘트는 휨 강성비와 지간 길이가 커질수록 증가하며, 휨 강성비가 작고, 지간이 길 경우 랜덤하중보다 전륜과 후륜의 영향을 고려한 트럭하중이 더 큰 모멘트 값을 가진다.

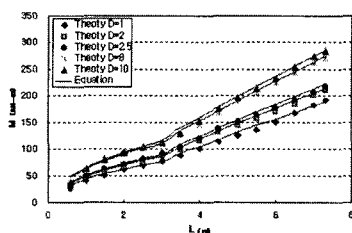
또한, 본 연구를 통하여 얻은 결과로부터 회귀분석을 수행하여 다음과 같은 모멘트 산정식을 제안한다.

트럭 하중 :  $M(L \leq 3m) = 43 D^{0.18} L^{0.53} C$  (kN · m) (식 13)

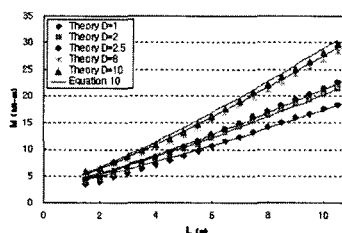
$M(L > 3m) = 27.5 D^{0.18} L^{0.97} C$  (kN · m) (식 14)

승용차 하중 :  $M = (0.85 D^{0.255} L^{1.23} + 3) \cdot C$  (kN · m) (식 15)

그림 7은 직교이방성 판 이론을 적용한 이론값과 식 13~15의 값을 나타낸 것이다



(a) 트럭하중



(b) 승용차하중

그림 7. 제안된 산정식에 의한 바닥판 활하중 모멘트

### 참고문헌

- 김상진, (2003) 승용차 전용 고가도로 설계용 활하중 모델의 개발, 대한토목학회 정기 학술대회 논문집, pp517~522.
- 건설교통부. (2001) 도로설계편람, 건설정보, 서울.
- 대한토목학회. (1996) 도로교표준시방서 하중-저항계수 설계편, 기문각, 서울.
- 박남희 최진유 외 2명, (2000) 강판형교 바닥판 모멘트의 해석기법, 한국 강구조공학회 논문집 제 12권, pp17~28.
- 양창현. (2001) 구조역학 제 4개정판, 청문각, 서울.
- 정철현 이한주 황훈희 (2004) 장지간 바닥판의 설계힘모멘트에 관한 연구, 대한토목학회 논문집, 24(2A), pp431~437.
- 한국도로교통협회. (2005) 도로교설계기준, 건설정보사, 서울.
- American Association of State Highway and Transportation Officials. (2004) AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, American Association of State Highway and Transportation Officials.
- Baker, T. H. (1991) Plate stiffness constants for concrete filled steel grid decks, Vol 1, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Pittsburgh, Pittsburgh.
- Christopher Higgins, P.E. (2003) LRFD Orthotropic Plate Model for Live Load Moment in Filled Grid Decks, *Journal of Bridge Engineering*, 8(1), pp.20~28.
- Christopher Higgins, P.E. (2004) Orthotropic Plate Model for Estimating Deflections in Filled Grid Decks, *Journal of Bridge Engineering*, 9(6), pp.599~605.
- Heins, C. P. (1976) Applied plate theory for the engineer, *Lexington Books*, Lexington, Mass.
- J. N. Reddy. (1999) Theory and analysis of elastic plates, *Taylor & Francis*, Philadelphia.
- J. N. Reddy. (1997) Mechanics of Laminated Composite plate, *CRC Press*, Florida.
- L. Charlie Cao and P. Benson Shing. (1999) Simplified Analysis Method for Slab-on-Girder Highway Bridge Decks, *Journal of Bridge Engineering*, 125(1), pp.49~59.
- Rudolph Szilard. (2004) Theories and Applications of Plate Analysis, *Wiley & Sons, Inc.*, New Jersey.
- Stephen P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger. (1959) Theory of plates and shells, McGraw Hill, New York.