콘크리트의 순간동역학적 충돌손상 거동해석

Transient dynamic analysis of impact damage behavior for concrete

박 대 효* 노 명 현**
Park, Tae hyo Noh, Myung hyun

ABSTRACT

In the present study, the method and procedure for analysis of impact damage behavior for concrete under penetration and perforation of projectile is investigated. Conservation law, equation of motion, initial and boundary conditions, and FEM formulation are introduced and derived respectively. Specially, the constitutive equation which rate-dependent damage combined with rate-dependent plasticity within the appropriate framework of theory of thermodynamics is examined. This paper aimed at the review with respect to impact damage models for concrete to develop that model. This paper is a basis research for the development of impact damage model for concrete.

1. 서 론

일반적으로 고속 발사체가 콘크리트 표적재료에 충돌하는 경우 표적재료 충돌면에서는 박리(saplling), 관입(penetration), 파쇄(scabbing), 관통(perforation) 현상이 순간적으로 발생되어 표적재료에 국부적인 손상이 야기되고, 구조물 전체에는 휨응답으로 인한 휨파괴와 지점부의 전단파괴가 발생되고 구조물이 최종파괴에 이르게 된다. 이러한 충돌 손상과 파괴해석은 일반적인 동역학적 해석방법을 통해 해석할 경우 고속 충돌현상에 발생되는 충격파 전파 등과 같은 응력전파 현상 등이 고려되지 않아 많은 오차가 발생된다. 따라서 비교적 고속으로 운동하는 발사체의 콘크리트 충돌 및 관통현상에서는 관성효과가 매우 중요하게 고려되어야 하며, 순간동역학적 충돌에 의해 발생되는 충격파(shock wave) 전파현상 등이 복잡한 변형과정에 포함되어 모사되어야 한다.

또한 발사체 충돌에 의한 콘크리트 재료의 변형해석을 위해서는 연속방정식, 운동량 보존식, 에너지 보존식 외에도 고변형률과 고변형률 속도가 고려된 구성방정식(constitutive equation)과 충돌 압력의 급상승과 충격파(shock wave) 전파로 인한 재료 변형을 나타낼 수 있는 상태방정식(equation of static)의 구성이 필수적이다. 본 논문에서는 이러한 발사체 관통 콘크리트의 충돌손상 거동해석을 위한 방법을 고찰하고 향후 제안될 모델에 대한 이론적 배경을 제시한다.

2. 충돌 손상거동 해석

2.1 보존 방정식

평형조건에 기초한 유한요소법과는 달리 충돌 및 폭발 등과 같이 순간동역학적 해석이 요구되는 문제에서는 기본적으로 물리학적 보존식에 근거해야 한다. 따라서 지배방정식도 일반적인 유한요소법과는 달리 관성효과가 고려되어 보존 방정식이 매 시간단계에서 일제히 계산되어진다. 콘크리트 표적재의 국부 공간 형태(local spatial form)로 다음과 같이 유도된다.

- Mass : $\frac{D\rho}{Dt}+\rho v_{i,i}=0$ (1a)
- Linear Momentum : $\frac{Dv_i}{Dt}=\sigma_{ij,j}+\rho f_i$ (1b)

* 정회원, 한양대학교 토목공학과 교수
** 정회원, 한양대학교 토목공학과 박사과정

• Angular Momentum : $\epsilon_{ijk}\sigma_{kj}=0$ (1c)

• Energy : $\frac{De}{Dt}=\frac{p}{\rho^2}\frac{D\rho}{Dt}+\frac{1}{\rho}s_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}$ (1d)

여기서, ρ는 밀도, v_i는 속도, σ_{ij}는 Cauchy 응력, e는 내부에너지, s_{ij}는 편차(deviatoric) 응력을 의미한다.

2.2 운동방정식과 초기 및 경계조건

2.1절의 보존방정식으로부터 고변형률 속도에 의한 관성효과가 고려된 운동방정식이 유도되어지고, well-posed problem을 형성하기 위한 역학적(Γ_t), 운동학적(Γ_u), 접촉면(Γ_c)의 경계조건(boundary conditions)과 각 장 변수들(field variables)의 초기조건(initial conditions)이 다음과 같이 주어진다.

• equaton of motion : $\sigma_{ij,j}+\rho f_i=\rho\ddot{u}_i$ (2a)

• tranction boundary condtion : $\sigma_{ij}n_j=t_i(t)\quad on\ \Gamma_t$ (2b)

• kinematic bondary condtion : $u_i(t)=x_i(t)\quad on\ \Gamma_u$ (2c)

• contact discontinuity condition : $(\sigma_{ij}^{+}-\sigma_{ij}^{-})n_j=0\quad on\ \Gamma_c$ (2d)

• initial conditions : $\rho(X,0)=\rho_0;\ u(X,0)=u_0;\ \dot{u}(X,0)=\dot{u}_0;\ e(X,0)=e_0\quad X\in\Gamma$ (2f)

2.3 구성방정식

일반적으로 열역학 원리를 만족시키는 포텐셜의 선택은 비에너지 형태이며, 2차방정식 형태(quadratic form)을 갖는다. 오직 재료의 탄성특성이 손상에 의해 영향을 받는다고 가정하면, 손상 및 가역적 변형율과 관련된 탄성에너지 포텐셜(ψ^e)은 다음과 같은 형태로 존재한다.

$$\rho\psi^e(\epsilon_{ij},\epsilon_{ij}^p,d)=\frac{1}{2}(1-d)(\epsilon_{ij}-\epsilon_{ij}^p)E_{ijkl}^0(\epsilon_{kl}-\epsilon_{kl}^p)=\frac{1}{2}\epsilon_{ij}^eE_{ijkl}^{damaged}\epsilon_{kl}^e \tag{3}$$

여기서, ϵ_{ij}, ϵ_{ij}^e, ϵ_{ij}^p는 각각 총변형율, 탄성변형율, 소성변형율 텐서 성분이고, E_{ijkl}^0과 $E_{ijkl}^{damaged}$는 각각 재료의 초기 및 손상 구성텐서 성분, d는 손상스칼라이며 초기재료의 경우 0에서부터 파손을 나타내는 1까지 범위를 갖는다.

응력 σ_{ij}와 손상 에너지 방출율 Y, 소산에너지 속도 $\dot{\phi}$는 다음과 같다.

$$\sigma_{ij}=\frac{\partial(\rho\psi^e)}{\partial\epsilon_{ij}^e}=(1-d)E_{ijkl}^0\epsilon_{kl}^e \quad (4);\quad Y=-\frac{\partial(\rho\psi^e)}{\partial d}=\frac{1}{2}\epsilon_{ij}^eE_{ijkl}^0\epsilon_{kl}^e \quad (5);\quad \dot{\phi}=-\frac{\partial(\rho\psi^e)}{\partial d}\dot{d}=Y\dot{d}\geq 0 \quad (6)$$

여기서, 손상 에너지 방출율 Y는 quadratic form의 positive definite이므로 Clausius Duhem 부등식을 충족시키기 위한 충분조건은 $\dot{d}\geq 0$이다. 이 조건을 충족시키는 손상의 진전 방정식 $f(\tilde{\epsilon}^e,\ \kappa)=0$의 재하 곡면에 의해서 지배된다. 여기서 κ는 경화-연화함수로서 손상변수 d의 함수이다. 이용되는 재하곡면은 최대 주변형율이고 다음과 같은 방정식에 의해 손상의 개시가 정의된다.

$$f(\tilde{\epsilon}^e,\ \kappa)=\tilde{\epsilon}^e-\kappa(d) \tag{7}$$

여기서, 경화-연화 변수 $\kappa(d)$는 고려된 점에서 재료에 의해 도달된 적이 있는 등가변형율 $\tilde{\epsilon}^e$의 가장 큰 값을 취함으로서 재하이력의 정보를 보유한다. $\kappa(0)=\kappa_0=\epsilon_{d_0}$는 손상이 개시되는 인장변형율이다. $\tilde{\epsilon}^e$는 다음 식에 의해 구해진다.

$$\tilde{\epsilon}^e=\sqrt{\sum_{i=1}^{3}(<\epsilon_i^e>_+)^2} \tag{8}$$

여기서, $\epsilon_i^e<0$이면 $<\epsilon_i^e>_+=0$이고, $\epsilon_i^e\geq 0$이면 $<\epsilon_i^e>_+=\epsilon_i^e$이며 ϵ_i^e는 주변형율이다.

손상변수 d는 두 가지 형태의 손상 d_t와 d_c로 분해되어 인장과 압축의 응답을 구분하고 총 손상은 d를 d_t와 d_c의 가중합 형태로 나타낼 수 있다.

$$d=\alpha_td_t+\alpha_cd_c \tag{9}$$

여기서, α_t와 α_c는 가중치로서 변형율 상태의 함수로서 다음식에 의해 정의된다(Mazars 1984).

$$\alpha_t = \sum_{i=1}^{3} H_i \frac{\epsilon_{ti}(\epsilon_{ti}+\epsilon_{ci})}{\tilde{\epsilon}^{e2}};\quad \alpha_c = \sum_{i=1}^{3} H_i \frac{\epsilon_{ci}(\epsilon_{ti}+\epsilon_{ci})}{\tilde{\epsilon}^{e^2}} \tag{10}$$

여기서, $\epsilon_i = \epsilon_{ci} + \epsilon_{ti} \geq 0$인 경우 $H_i = 1$, $\epsilon_i = \epsilon_{ci} + \epsilon_{ti} < 0$인 경우 $H_i = 0$이다.

손상의 진전은 Dube et al. (1996)이 이용한 방정식과 유사한 형태의 다음과 같은 방정식을 통해 정의된다.

$$\dot{d}_t = \left(\frac{\left\langle \tilde{\epsilon}^e - \epsilon_{d_0} - 1/a_t (d_t/(1-d_t))^{(1/b_t)} \right\rangle}{m_{d_t}} \right)^{n_{d_t}};\quad \dot{d}_c = \left(\frac{\left\langle \tilde{\epsilon}^e - \epsilon_{d_0} - 1/a_c (d_c/(1-d_c))^{(1/b_c)} \right\rangle}{m_{d_c}} \right)^{n_{d_c}} \tag{11}$$

여기서, m_{d_t}, n_{d_t}, m_{d_c}, n_{d_c}는 속도효과를 제어하는 재료 매개변수이다. a_c, a_t, b_c, b_t는 준정적 인장과 압축시 손상의 진전을 지배하는 재료 매개변수이다.

최종적으로 속도의존 손상모델(rate-dependent damage model)로부터의 인장과 압축의 응답은 다음과 같이 구해진다.

$$\epsilon_t^{ij} = \frac{1}{(1-d)} (E_{ijkl}^0)^{-1} \sigma_t^{kl};\quad \epsilon_c^{ij} = \frac{1}{(1-d)} (E_{ijkl}^0)^{-1} \sigma_c^{kl} \tag{12}$$

여기서, σ_t^{kl}와 σ_c^{kl}은 양과 음의 주응력 텐서 성분이다.

한편, 체적탄성계수(K)와 전단계수(G)를 증진시키는 재료의 압축, 영구 소성변형율, 체적변형율과 정수응력의 관계는 모두 재하속도에 의존하는 것으로 알려져 있다(Gatuingt 1999). 따라서 손상 모델은 속도의존적 소성모델(rate-dependent plasticity model)과 커플링되는 것이 합리적이다. 총 변형률 속도는 다음과 같이 두 부분으로 분해될 수 있다고 가정한다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^{e} + \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \tag{13}$$

여기서, $\dot{\epsilon}_{ij}$, $\dot{\epsilon}_{ij}^{e}$, $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$는 각각 총 변형율속도, 탄성 변형율속도, 점소성 변형율속도이다.

점소성 변형율은 잘 알려져 있는 Perzyna's approach가 이용된다.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \tag{14}$$

여기서, F는 Needleman and Tvergaard (1984)가 제안한 수정 Gurson 항복 함수로서 다음과 같다.

$$F(\sigma_{ij}, \sigma_M, f^*) = \frac{3J_2}{\sigma_M^2} + 2q_1 \cosh\left(q_2 \frac{I_1}{2\sigma_M}\right) - (1 + (q_3 f^*)^2) = 0 \tag{15}$$

여기서, f^*는 재료의 공극률이며, σ_M은 공극이 없는 콘크리트의 응력, q_1, q_2, q_3는 스칼라 매개변수이다. $\dot{\lambda}$는 Colantonio and Stainier (1996)가 제안한 소성곱(plastic multiplier)의 정의와 유사한 점소성곱(viscoplastic multiplier)으로 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\lambda} = \frac{f^*}{(1-f^*)} \left\langle \frac{F}{m_{vp}} \right\rangle^{n_{vp}} \tag{16}$$

여기서, m_{vp}와 n_{vp}는 재료 매개변수이고, 재료의 공극이 완전히 닫히게 되는 경우($f^* = 0$) 점소성 증분 변형율이 소멸된다. 공극률의 진전은 비가역적 체적변형율에 의해 지배된다고 가정하면 공극률의 증분은 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$df^* = k(1-f^*) f^* d\epsilon_{kk}^{p} \tag{17}$$

여기서, k는 공극이 닫히는 속도를 나타내는 매개변수이다.

이상의 손상변수 d에 의해 지배되는 속도의존 손상모델과 공극률 f^*에 의해 지배되는 속도의존 소성모델은 궁극적으로 다음 구성방정식에 의해서 커플링될 수 있다.

$$\sigma_{ij} = (1-d)E^0_{ijkl}\epsilon^e_{kl} = (1-d)[K\epsilon^e_{kk}\delta_{ij} + 2G(\epsilon^e_{ij} - \frac{1}{3}\epsilon^e_{kk}\delta_{ij})] \tag{18}$$

여기서, K는 체적탄성계수이고, G는 전단계수이다. 인장시, 수정 Gurson 항복 함수 F는 활성화 되지 않으며, 점소성 변형율은 진전되지 않고, 속도의존 손상모델로부터 손상이 진전된다. 정수역학적 압축을 받는 경우, 수정 Gurson의 항복면이 활성화되고, 속도의존 소성모델을 통해 점소성 변형율의 진전이 발생된다.

2.4 수치해석

수치해석을 위해 ne개의 유한요소 공간상에 이산화된 운동방정식(discretized euation of motion)은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_d\mathbf{a} + \mathbf{f}_{int} = \mathbf{f}_{ext} + \mathbf{f}_{stab} \tag{19}$$

여기서, $\mathbf{M}_d$는 질량 행렬이며 "explicit" 시간적분의 장점을 살리고 CPU 연산처리 속도 향상을 위해 대각화 행렬이 적용되어진다. $\mathbf{f}_{ext}$는 외력벡터, $\mathbf{f}_{int}$는 내력벡터를 의미하고, 6육면체 요소의 1점 적분시 발생되는 모래시계 모드(hourglass mode)를 제거하기 위하여 안정화 벡터 $\mathbf{f}_{stab}$가 추가되어진다.

운동방정식의 시간적분은 "explicit" 차분방식인 중앙차분(central difference)방식이 적용되어진다. 즉, 시간이 t_n인 상태에서 각 노드에서의 시간적분은 아래와 같이 수행된다.

$$\mathbf{a}(t_n) = \mathbf{M}_d^{-1}[\mathbf{f}_{ext}(t_n) - \mathbf{f}_{int}(t_n) + \mathbf{f}_{stab}(t_n)] \tag{20a}$$

$$\mathbf{v}(t_{n+1/2}) = \mathbf{v}(t_n) + \mathbf{a}(t_n)(t_{n+1/2} - t_n) \tag{20b}$$

$$\mathbf{u}(t_{n+1}) = \mathbf{u}(t_n) + \mathbf{v}(t_{n+1/2})(t_{n+1} - t_n) \tag{20c}$$

지배방정식만에 의한 충돌문제 해석시 물리량들의 급격한 변화가 있는 충격면에서 초래되는 수치발산(numerical oscillation) 현상을 제거하기 위하여 불연속인 충격파 전면에 수학적 연속성이 부여되어야 한다(von Neumann and Richtmyer, 1950). 따라서 수치적 안정성을 도모하기 위한 정수압력 항 q를 추가하여 해석이 수행되어진다.

$$q = \begin{cases} \rho v^{1/3}\left[b_1 v^{1/3}\dot{\epsilon}|\dot{\epsilon}| - b_2 c|\dot{\epsilon}|\right], & \dot{\epsilon} < 0 \\ 0, & \dot{\epsilon} \geq 0 \end{cases} \tag{21}$$

여기서, b_1과 b_2는 사용자 정의 상수, v는 현재(current) 상태의 요소부피, c와 ρ는 음속과 밀도, $\dot{\epsilon}$는 체적 변형율 속도를 의미한다.

3. 결론 및 향후연구방향

본 논문에서는 발사체 관통 콘크리트의 충돌손상 모델을 제안하기 위해 선행 연구된 문헌들을 고찰하고 충돌거동 해석을 위한 보존방정식, 운동방정식과 경계조건, 구성방정식, 수치해석을 위한 유한요소 정식화 과정이 간략히 소개되고 유도되었다. 본 논문에 소개된 여러 모델들은 향후 제안될 충돌손상 모델에 대한 이론적 배경이 되어질 것이다. 향후 연구에서는 충돌손상 거동해석의 핵심이 되는 콘크리트 표적재의 구성모델 개발이 수행되어질 것이다. 또한 개발된 구성모델은 수치해석을 통해 수치해의 적정성과 효율성이 검증되어질 것이다.

참고문헌

1. Gatuingt, F. and Pijaudier-Cabot, G. (2002) "Coupled damage and plasticity modelling in transient dynamic analysis of concrete," International Journal for Numerical and Analytical Method in Geomechanics, Vol. 26, pp.1-24.
2. Needleman, A. and Tvergaard, V. (1984) "An analysis of ductile rupture in notched bars," Journal of Physics and Mechanics of Solids, Vol. 32, pp.461-490.
3. Perzyna, P. (1966) "Fundamental problems in viscoplasticity," Advanced Appled Mechanics, Vol. 9, pp.935-950.
4. Ragueneau, F. and Gatuingt, F. (2003) "Inelastic behaviour modelling of concrete in low and high strain rate dynamics," Computer & Structures, Vol 81, No.12, pp.1287-1299.