

시간지연을 갖는 적분시스템용 PID 제어기의 동조

이윤형* · 안종갑* · 김민정* · 소명옥** · 진강규***

*한국해양대학교 대학원, **한국해양대학교 선박전자기계공학부 교수, ***한국해양대학교 IT공학부 교수

PID Controller Tuning for Integrating Processes with Time Delay

Yun-Hyung. Lee · Jong-Kap. Ahn · Min-Jung. Kim · Myung-Ok. So** · Gang-Gyoo. Jin****

**Graduate school of Korea Maritime University, Pusan 606-791, Korea*

***Division of Mechatronics Engineering, National Korea Maritime University, Pusan 606-791, Korea*

****Division of Information Technology, National Korea Maritime University, Pusan 606-791, Korea*

요약 : 시간지연을 갖는 적분시스템은 공정 제어 중에서 레벨제어 문제에 해당하는 프로세스이다. 본 논문에서는 이 적분 시스템에 대한 PID 제어기의 최적 동조 규칙을 제안한다. 우선 PID 제어기 파라미터를 IAE, ISE, ITSE의 성능지수의 합이 최소가 되도록 RCGA를 이용하여 최적화 한다. 다음으로 이로부터 또 다른 RCGA를 사용하여 일반화된 PID 제어기의 동조규칙을 유도한다. PID 제어기는 추종제어용과 외란억제용 두 가지로 구분하였으며, 시뮬레이션을 통해 기존의 방법과 비교하여 제안한 방법의 유효성을 검토한다.

핵심용어 : 적분시스템, PID 제어기, 성능지수, 실수코딩유전알고리즘

ABSTRACT : Integrating processes are frequently encountered in process industries. Generally they are most commonly associated with level control problems. In this paper, tuning formulae of PID controllers for set-point tracking and load disturbance rejection are presented on integrating processes with time delay. In particular, the controller parameters are determined such that performance criteria(IAE, ISE and ITSE) are minimized. Optimal PID parameter sets are obtained by means of a real-coded genetic algorithm(RCGA)and then tuning rules are addressed using obtained PID parameter sets and another RCGA. The performances of the proposed tuning rules are tested on two processes.

KEY WORDS : *integrating processes, PID controller, performance criteria, real-coded genetic algorithm*

1. 서 론

PID 제어기는 지난 수십 년 동안 제어이론이 발전했음에도 불구하고, 대부분의 산업 현장에서 광범위하게 적용되고 있다. 그 이유는 구조가 단순하고, 조정해야 할 매개변수(계수)의 수가 적을 뿐만 아니라 동작점에서 만족할만한 제어성능을 보이고 있기 때문이다. 따라서 현장 기술자의 편의를 위해 지난 60여 년 간 많은 동조규칙들이 제안되어 왔다. 이들의 대부분은 시간지연을 포함한 1차 과감쇠 시스템(Over-damped system)을 대상으로 하고 있고, 경험과 실험을 근간으로 하고 있다[1-4].

한편 공정 제어 중에서도 레벨(level)제어 등에서 적분시스템을 찾아볼 수 있으나, 흔치 않다는 이유로 관심이 없었고 이에 대한 체계적인 연구가 부족한 실정이다^[5-7]. 따라서 본 연구에서는 시간지연을 갖는 적분시스템용 PID 제어기의 동조규칙을 얻는 문제를 다룬다. 특히 현장에서 사용되는 PID 제어기는 설정치 추종성능 또는 외란억제 성능을 개선하도록 구분하여 동조되므로 두 가지 성능에 대한 동조규칙을 얻는다. 먼저 RCGA를 이용하여 주어진 성능지수(performance criteria)를 최소로 하는 관점에서 최적 계수를 구하고, 최적계수와 동조규칙 모델과 또 다른 RCGA를 이용하여 최종적으로 일반화된 동조규칙을 얻는다. 제안하는 방법은 시뮬레이션을 통해 기존의 방법과 비교하여 그 유효성을 검토한다.

*학생회원, domse54@bada.hhu.ac.kr 011)9242-5907

**중신회원, smo@mail.hhu.ac.kr 051)410-4248

***중신회원, ggjin@mail.hhu.ac.kr 051)410-4341

2. 적분 시스템과 PID 제어기

적분 시스템은 일반적으로 공정제어 중에서도 레벨제어에서 찾아볼 수 있으며, 특히 레벨제어 시스템의 출구 쪽 파이프에 밸브 대신에 펌프가 장착된 경우에는 적분 시스템과 같은 동작을 하게 된다. 즉, 출구 쪽에 밸브가 설치되어 있는 탱크에 유입량이 증가하면 수두의 영향으로 유출량도 증가해서 결국 새로운 레벨에서 평형이 이루어지지만, 반대로 펌프가 설치된 경우에는 유출량이 일정하기 때문에 레벨은 지속적으로 상승하게 되어 적분 시스템과 유사한 동특성을 가지게 된다.

본 연구에서 다룰 제어대상은 다음 전달함수로 표시된다 [8,10].

$$G_p(s) = \frac{K}{T_s} e^{-Ls} \quad (1)$$

여기서 K , T , L 은 각각 시스템의 정상이득, 적분상수 (Integral constant)과 시간지연을 의미한다.

한편 전형적인 PID 제어기는 다음과 같은 전달함수로 나타낼 수 있다.

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2)$$

여기서 K_p , T_i , T_d 는 각각 비례이득, 적분시간, 미분시간을 나타내며, (3)의 표현도 널리 사용된다.

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (3)$$

여기서 $K_i = K_p / T_i$, $K_d = K_p T_d$ 의 관계를 가진다. (2)로 표현되는 PID 제어기를 잡음이 존재하는 환경에서 구현할 때에는 미분필터를 사용해 실현가능(proper)한 전달함수로 만들어줄 필요가 있다.

제어대상과 제어기가 결합된 전체 시스템은 Fig.1과 같으며, 설정치 $R(s)$ 와 외란 $D(s)$ 에 대한 출력 $Y(s)$ 와 오차 $E(s)$ 는 다음 식으로 표시된다.

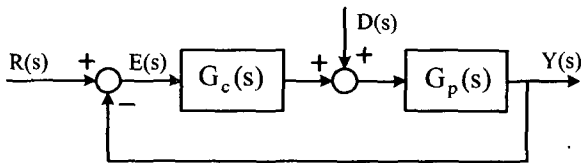


Fig. 1 Unit feedback PID control system

$$Y(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1+G_c(s)G_p(s)}R(s) + \frac{G_p(s)}{1+G_c(s)G_p(s)}D(s) \\ = \frac{(KK_p T_i T_d s^2 + KK_p T_i s + KK_p)R(s) + K T_i D(s)}{(KK_p T_i T_d + T T_i) s^2 + KK_p T_i s + KK_p} \quad (4)$$

$$E(s) = \frac{1}{1+G_c(s)G_p(s)}R(s) - \frac{G_p(s)}{1+G_c(s)G_p(s)}D(s) \\ = \frac{T T_i s^2 R(s) - K T_i D(s)}{(KK_p T_i T_d + T T_i) s^2 + KK_p T_i s + KK_p} \quad (5)$$

앞서 잠시 언급하였듯이 PID 제어기는 설정치 추종성능 또는 외란억제 성능을 개선하도록 사용되지만, 어느 경우나 과도 응답이 주어진 설계사양을 만족하고 정상편차가 없도록 K_p , T_i , T_d 를 조정하게 된다. 이 때 시스템의 성능의 좋고 나쁨을 제량할 수 있는 여러 형태의 성능지수들이 고려되고 있다[10]. 대표적인 것으로는 절대오차적분(IAE), 제곱오차적분(ISE), 시간곱 절대오차적분(ITSE) 등이 있으며, 이들을 일반화하면 다음과 같다.

$$J_k(\phi) = \int_0^{t_f} t^k |e(\phi, t)|^m dt \quad (n=0,1; m=1,2; k=0,1,2) \quad (6)$$

여기서 $\phi = [K_p, T_i, T_d]^T \in \mathbb{R}^3$ 는 세 계수로 구성되는 벡터이고, e 는 설정치와 출력 간의 오차이며, t_f 는 이후의 적분값이 무시될 수 있도록 충분히 큰 시각을 의미한다. 본 연구에서는 n, m 의 값에 따른 $J_0(n=0, m=1)$, $J_1(n=0, m=2)$, $J_2(n=1, m=1)$ 세 가지 성능지수를 고려하며, 이는 각각 IAE, ISE, ITSE가 된다. 짐작할 수 있듯이 PID 계수의 최적값은 어떤 성능지수가 선택되느냐에 따라 달라지게 된다.

3. PID 제어기의 동조규칙

3.1 최적동조(Optimal tuning)

PID 제어기 계수는 추종제어용과 외란억제용으로 구분하여 (6)의 성능지수를 최소로 하도록 동조되며, 궁극적으로는 이를 일반화하여 동조규칙을 얻도록 하는 것이다. 편의상 제어기와 제어대상의 이득을 묶어 표시하고 또 매개변수들을 무차원화 하기 위해 시간 t 를 적분상수 T 로 나눈 것을 $t' = t/T$ 라 하면 주파수 영역에서 $s' = Ts$ 의 관계가 성립되므로 (1)과 (4)는 다음과 같게 된다[2].

$$G_c(s') = KK_p \left(1 + \frac{1}{T_i s'} + \frac{T_d s'}{T} \right) \quad (7)$$

$$G_p(s') = \frac{1}{s'} e^{-\frac{L}{T} s'} \quad (8)$$

따라서 제어대상은 매개변수 L/T 만의 함수가 되고 이를 변경해가면서 최적의 계수 집합 $\{KK_p, T_i/T, T_d/T\}$ 을 찾아낸다.

Fig. 2는 PID 제어기 계수의 동조를 보여주고 있다. 최적화 도구로는 RCGA를 사용한다[11]. RCGA는 구배(Gradient)를 기반으로 하는 기존의 방법과는 달리 잡재된 해 집단을 이용해 탐색함으로써 전역 해에 근접할 수 있는 장점을 가지고 있

다. 또한 실수코딩을 채용함으로써 탐색범위 확장과 해의 정밀도를 향상이 가능하다.

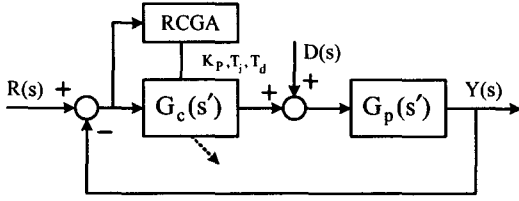
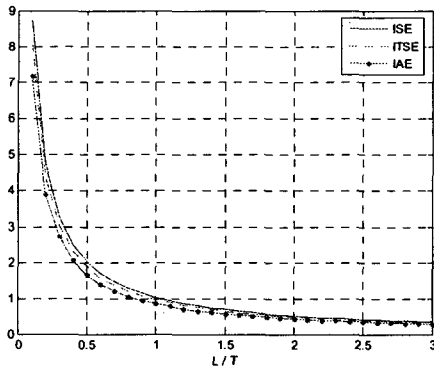


Fig. 2 Optimal tuning of the PID controller

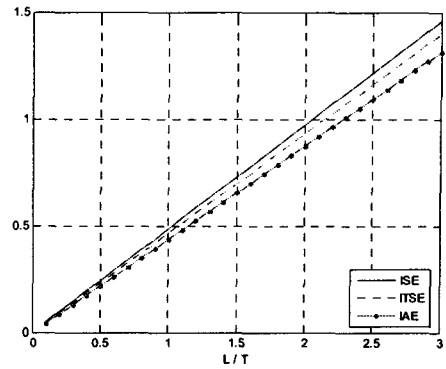
RCGA의 제어변수로는 집단의 크기 $N=20$, 재생산 계수 $\mu_i=1.7$, 교배확률 $P_c=0.9$, 돌연변이 확률 $P_m=0.1$ 을 사용하였고, 세 개의 계수는 각각 구간 $0 \leq K_p \leq K_{pm}$, $0 \leq T_i \leq T_{im}$, $0 \leq T_d \leq T_{dm}$ 에서 탐색된다. K_{pm} , T_{im} , T_{dm} 은 탐색되는 각 계수의 상한값을 의미한다.

Fig. 2의 과정을 거쳐 먼저 추종제어용 최적 계수를 구하는 시뮬레이션을 실시하였다. 예상할 수 있듯이 RCGA는 적분제어에는 영향을 받지 않는(즉, PD 제어기 만으로도 충분) 방향으로 탐색하였고 이것은 시스템 자체에 적분요소가 있기 때문임을 알 수 있다. 최적 계수를 구해 그린 Fig. 3에서 보면 KK_p 와 T_d/T 는 세 가지 성능지수에 대해 모두 비슷한 형태를 보이며, 특히 KK_p 는 L/T 에 반비례하는 결과를 보이며, T_d/T 는 L/T 에 비례해서 증가하고 있다.

한편 Fig. 4는 외란억제용 최적 계수를 구해 그린 것이다. KK_p , T_d/T 는 앞의 추종제어용과 유사한 패턴을 보이며, T_i/T 는 T_d/T 와 반대로 ISE가 가장 작은 값을 보이고 있다.

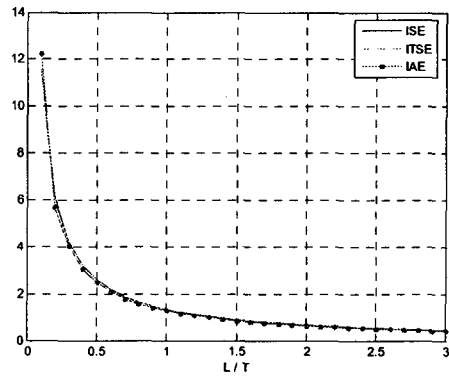


(a) KK_p

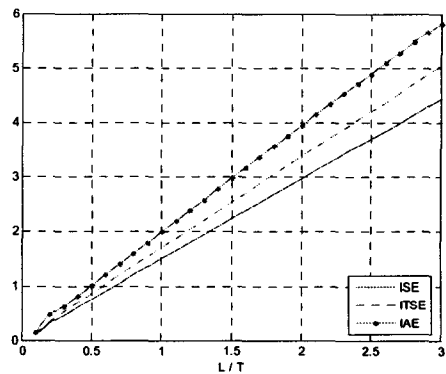


(b) T_d/T

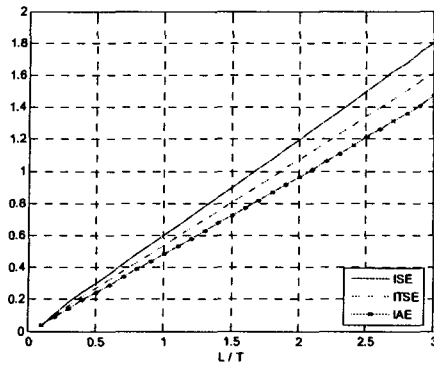
Fig. 3 Optimal PD parameters for set-point tracking



(a) KK_p



(b) T_i/T



(c) T_d/T

Fig. 4 Optimal PID parameters for disturbance rejection

3.2 동조규칙(Tuning rule)

이렇게 찾아진 최적 계수는 적절한 동조규칙 모델과 함께 또 다른 RCGA를 사용해 체계적으로 동조규칙을 도출하는데 이용된다. Fig. 5는 이를 보여주고 있다.

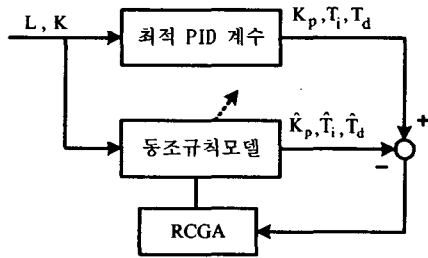


Fig. 5 Optimization of tuning rule using RCGA

동조규칙을 얻기 위해 사용된 모델은 Table 1과 같다. 세 가지 성능지수 모두 비슷한 형태와 경향을 보이고 있으므로 동일한 모델을 사용하였다.

Table 1 Tuning rule model for set-point tracking

| PID parameter | Tuning rule model |
|---------------|-------------------|
| KK_p | $a_0(L/T)^{-a_1}$ |
| T_i/T | - |
| T_d/T | $c_0(L/T)$ |

RCGA를 사용하여 (9)-(11)의 성능지수가 최소가 되도록 동조규칙 모델의 매개변수를 구하였다.

$$L_0 = \sum_j |K_p - \hat{K}_p| \quad (9)$$

$$L_1 = \sum_j |T_i - \hat{T}_i| \quad (10)$$

$$L_2 = \sum_j |T_d - \hat{T}_d| \quad (11)$$

독립된 씨드(seed)로 5번 프로그램을 돌려 결과를 얻고 이들을 평균하여 계산된 동조규칙은 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Tuning rule for set-point tracking

| | ISE | ITSE | IAE |
|---------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| KK_p | $1.012(L/T)^{-0.934}$ | $0.942(L/T)^{-0.933}$ | $0.834(L/T)^{-0.933}$ |
| T_i/T | - | - | - |
| T_d/T | $0.486(L/T)$ | $0.465(L/T)$ | $0.437(L/T)$ |

Table 3은 외란억제용 PID 제어기의 동조규칙을 유도하기 위해 사용되는 모델이다. 세 가지 성능지수에 대해 동일한 동조규칙 모델이 사용되었다.

Table 3 Tuning rule model for disturbance rejection

| PID parameter | Tuning rule model |
|---------------|-------------------|
| KK_p | $a_0(L/T)^{-a_1}$ |
| T_i/T | $b_0(L/T) + b_1$ |
| T_d/T | $c_0(L/T)$ |

앞의 경우와 동일한 방법으로 계산된 외란억제용 동조규칙은 Table 4에 나타내었다.

Table 4 Tuning rule for disturbance rejection

| | ISE | ITSE | IAE |
|---------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| KK_p | $1.336(L/T)^{-0.993}$ | $1.339(L/T)^{-0.992}$ | $1.273(L/T)^{-0.983}$ |
| T_i/T | $1.471(L/T) + 0.02$ | $1.671(L/T) + 0.02$ | $1.956(L/T) + 0.02$ |
| T_d/T | $0.595(L/T)$ | $0.534(L/T)$ | $0.482(L/T)$ |

4. 시뮬레이션 및 검토

4.1 추종제어 시뮬레이션

제안한 방법의 유효성은 검증하기 위하여 시뮬레이션을 실시하였다. 먼저 K가 작은 시스템 I을 고려하였고, 이 시스템은 $L/T = 6$ 이다[6].

$$G_p(s) = \frac{0.0506}{s} e^{-6s} \quad (15)$$

세 가지 성능지수에 대해 제안한 추종제어용 동조규칙과

Wang[6]이 제시한 방법을 비교한다. Wang은 ζ 와 β 의 변수 값을 사용하는 동조법을 제안하였다. Wang1과 Wang2는 그의 동조법 중 $\zeta = 0.707$ 에 대하여 β 의 값이 각각 1과 2인 경우를 나타낸다. Wang1의 경우 $K_p = 2.982$, $T_i = 15.657$, $T_d = 1.925$ 이고, Wang2의 경우는 $K_p = 1.811$, $T_i = 24.069$, $T_d = 1.323$ 이다.

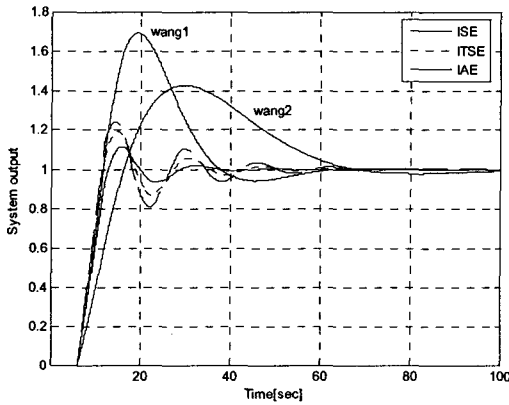


Fig. 6 Set-point tracking responses for system I

시뮬레이션을 통해 알 수 있듯이 제안한 방법이 오버슈트, 상승시간, 정정시간 등에서 우수한 성능을 보인다. 특히 Wang의 방법은 β 값을 증가시키면 오버슈트는 줄어들지만 상승시간과 정정시간이 길어지는 경향을 보인다.

다음으로 앞의 시스템보다 K 와 L 이 상대적으로 크고, T 가 1이 아닌 시스템 II를 살펴보기로 한다. 이 시스템은 $L/T = 4$ 이다.

$$G_p(s) = \frac{1}{5s} e^{-20s} \quad (16)$$

시뮬레이션 결과는 Fig. 7에 나타냈으며, Wang1의 경우 $K_p = 0.226$, $T_i = 52.192$, $T_d = 6.418$ 이고, Wang2의 경우는 $K_p = 0.137$, $T_i = 80.232$, $T_d = 4.412$ 이다. 역시 제안한 최적 PID 제어가 양호한 제어성능을 보이고 있음을 알 수 있다.

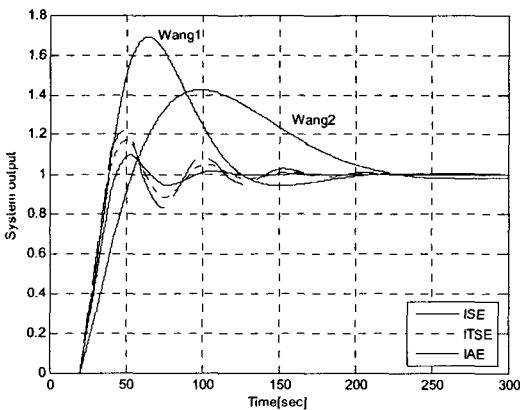


Fig. 7 Set-point tracking responses for system II

4.2 외란억제 시뮬레이션

다음으로 앞의 두 적분 시스템을 그대로 사용하여 외란억제 성능을 비교하였다. Fig. 8은 첫 번째 시스템에 대한 외란억제 능력으로서 그림에서 알 수 있듯이 Wang의 방법은 오버슈트와 정정시간이 제안한 방법보다 큰 것을 알 수 있다.

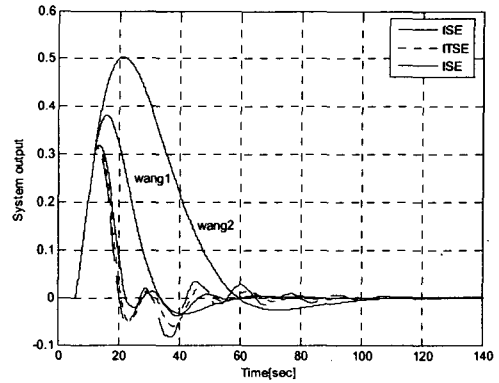


Fig. 8 Disturbance rejection responses for system I

두 번째 적분 시스템에 대한 외란억제 시뮬레이션 결과는 Fig. 9에 나타내낸다. K 와 L 이 첫 번째 시스템보다 상대적으로 큰 값을 가지므로 Fig. 8에 비해 전체적으로 상당히 큰 초기 응답을 보이고 있으나 역시 제안한 방법이 기존의 방법보다 양호한 특성을 보이고 있음을 알 수 있다.

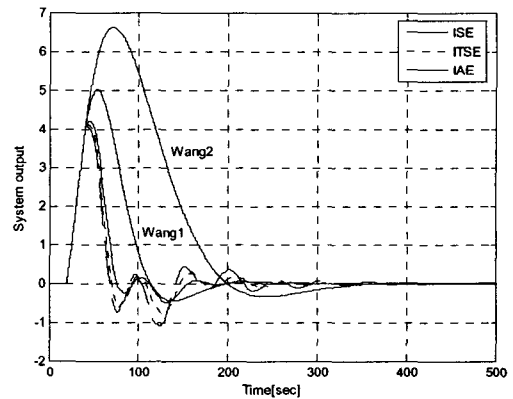


Fig. 9 Disturbance rejection responses for system II

5. 결 론

본 연구에서는 적분 시스템에 대한 PID 제어기를 추종제어용과 외란억제용으로 구분하여 세 가지 성능지수(ISE, ITSE, IAE)를 최소화하는 관점에서 동조규칙을 유도하였다. 먼저 RCGA를 이용하여 추종제어용과 외란억제용에 대해 각 성능지수를 최소로 하는 최적계수를 얻고, 동조규칙 모델과 또 다른 RCGA를 이용하여 모델의 매개변수를 구하였다. 적분시스

템은 공정제어 등에서 찾을 수 있다는 점을 상기한다면 제안한 방법은 PID 제어기 동조에 매우 유용한 방법이 될 수 있을 것으로 사료된다. 시뮬레이션 결과 기존의 방법보다 양호한 성능을 보이고 있음을 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum setting for PID controllers," *Trans. ASME*, Vol. 64, pp. 759-768, 1942.
- [2] 김도웅, 진강규, "RCGA를 이용한 PID 제어기의 모델기반 동조규칙," *제어·자동화·시스템공학회 논문지*, 제8권, 제12호, pp. 1056-1060, 2002.
- [3] D. E. Rivera, M. Morari, and S. Skogestad "Internal model control 4 : PID controller design", *Ind. Eng. Chem. Process Des Dev.*, 25, pp.252-265, 1986.
- [4] M. Zhuang, and D. P. Atherton, "Automatic tuning of optimum PID controllers", *IEE Proc. Control Theory Appl.*, 140, pp.216-224, 1993.
- [5] E. Poulin, and A. Pomerleau, "PID tuning for integrating and unstable processes", *IEEE Proc. Part D*, 143, pp.429-434, 1996.
- [6] L. WANG, and W. R. CLUETT, "Tuning PID controllers for integrating processes", *IEE Proc. Control Theory Appl.*, 144, pp. 385-392, 1997.
- [7] W. TAN, J. Liu, W. SUN, and P. K. S. TAM, "PID tuning for integrating processes", *Proc. IEEE Int. Conf. on Control Applications*, pp. 873-876, 1998.
- [8] B. D. Tyreus and William L. Luybem, "Tuning PI controllers for integrator/dead time processes", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 31, pp. 2625-2628, 1992.
- [9] W. K. Ho, W. Xu, PID, "Tuning for unstable processes based on gain and phase-margin specifications", *IEE Proc. Control Theory Appl.*, 145, pp.392- 396, 1998.
- [10] Astrom, and Hagglund, *PID Controllers: theory, design and tuning*, ISA Press, 1995.
- [11] 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2004.