IIR/FIR 필터 융합에 의한 INS/GPS 성능향상

*조성윤, 김병두, 조영수, 최완식

한국전자통신연구원, 텔레매틱스·USN연구단 (Tel: 042-869-1636 E-mail: sycho@etri.re.kr)

Abstract: 본 논문에서는 IIR/FIR 필터 융합을 위한 기법을 제안하고 이를 INS/GPS 결합항법장치에 적용한다. IIR 형태의 EKF와 FIR 형태의 RHKF 필터를 각 필터의 잉여값과 잉여값 공분산을 이용한 적응형 융합 확률을 계산하여 융합함으로써 두 필터의 장점을 갖도록 한다. 이 융합 기법을 적용한 INS/GPS 결합항법장치는 기존의 단독 필터를 사용하는 것보다 강인한 특성을 갖고 항법정보를 제공한다.

Keywords: IIR/FIR, EKF, RHKF Filter, INS/GPS

1. 서 론

INS/GPS는 연속적인 항법정보를 제공할 수 있는 가장 일반적인 항법장치로 현재까지도 성능향상을 위해 많은 연구가 되어오고 있다. 특히, 결합 필터에 대한 연구는 가장 중요한 연구테마 중 하나이며, 비선형성을 갖는 INS 구조에 의해 EKF가 많이 사용되어 왔으나 이 필터가 갖는 단점 보완을 위해 다양한 형태의 필터가 연구되고 있다. EKF는 초기 추정오차와 외란 잡음(disturbing noise)이 충분히 작아야만 필터의 추정 오차가 bound 된다[1]. 또한 필터 설계 시 모델링 오차가 없어야 한다. IIR 필터의 특성상 모델 불확실성이나 일시적으로 나타나는 외란 오차 등에 의한 큰 추정오차가 유발될 수 있다[2,3]. 이런 단점은 FIR 특성을 갖는 RHKF (Receding Horizon Kalman FIR) 필터, UT (Unscented Transformation) 개념을 이용한 SPKF (Sigma Point Kalman Filter) 등에 의하여 부분적으로 해결될 수 있다[2~4]. 특히 RHKF 필터는 외란 잡음 및 모델 불확실성에 강인한 특성을 갖는다. 그러나 FIR 필터는 IIR 필터에 비해 수렴 특성이 나쁘므로 실제 환경에서 사용하는 경우 필터 튜닝에 어려움을 갖는다. 본 논문에서는 이런 여러 필터의 특징 중 장점만을 융합하기 위해 적응형(adaptive) 필터의 개념을 사용한다. 적응필터에는 필터의 잉여값(redidual)을 사용하여 Frobenius norm을 최소화 하는 방법으로 필터의 공정잡음 분산을 추정하는 방법[5], MMAE (Multiple Model Adaptive Estimation)를 이용하여 공정잡음 분산을 추정하는 방법[6], 여러 모델을 사용하여 융합함으로써 다양한 환경 하에서 좋은 특성이 나타나도록 하는 IMM (Interacting Multiple Model) 기법[7] 등이 있다.

본 논문에서는 필터의 잉여값과 잉여값 공분산을 사용하여 IIR 필터와 FIR 필터를 융합하는 방법을 제안한다. 앞에서 언급한 FIR 필터의 장점을 가지며 단점을 보완하기 위해 IIR 필터와 같이 융합한다. 각 필터의 잉여값과 잉여값 공분산을 사용하여 필터 융합에 필요한 이득값을 계산하며 이를 기반으로 각 INS의 결과를 융합하여 되먹임(feedback)하고 각 필터의 추정오차 공분산 행렬을 융합한 후 각 필터로 되먹임 하여 필터를 갱신한다. 또한 계산된 이득값을 사용하여 INS의 해를 결합(combination)함으로써 최종 항법해를 계산한다. 이 기법을 통해 설계된 INS/GPS는 센서 오차의 drift가 심한 경우에 모델링 오차에 의한 영향이 기존의 EKF나 RHKF 필터에 비해 줄어든다. 그리고 이 기법의 성능을 여러 환경하에서 시뮬레이션 함으로써 검증한다.

2. IIR/FIR 필터 융합

EKF는 비선형 시스템에서 오차추정 및 센서 융합에 가장 많이 사용되는 필터로 비선형 시스템을 선형화하여 사용하므로 필터 수렴조건[1]을 만족하여야 한다. 그러나 필터 설계시에 발생할 수 있는 모델 불확실성 및 사용되는 센서에서 발생하는 일시적인 fault 등과 같은 경우에 큰 오차를 발생하게 되는 단점이 있다. 이를 보완하기 위해 연구된 필터가 RHKF 필터이다. RHKF 필터는 완전 가관측성이 항상 만족되는 경우 FIR 특성에 의해 모델 불확실성, 일시적인 시변 바이어스 등과 같은 오차에 제한적으로 영향을 받는 특성을 갖는다. 그리고 선형 시스템에서는 이동구간 초기 상태변수에 대한 정보가 없어도 특이성 문제(singular problem) 없이 사용할 수 있다. 그러나 RHKF 필터 구성에서 가장 중요한 선행 조건인 완전 가관측성은 응용 모델에 따라 부분적으로 만족되지 않을 수 있으므로 이에 의해 필터 안전성 문제에 의한 전체 시스템의 불안전성을 야기할 수 있다. 이에 반해 EKF는 IIR 필터로 가관측 하지 않는 상태변수가 존재하는 시가구간에서도 이전의 완전 가관측한 구간에서 획득한 안전성을 유지할 수 있는 장점이 있다. 본 논문에서는 이 두 필터의 장점을 융합하는 기법을 제안한다. 제안하는 필터는 INS/GPS 약결합 시스템에 적용하는 것을 목적으로 그림 1과 같이 설계하였다.

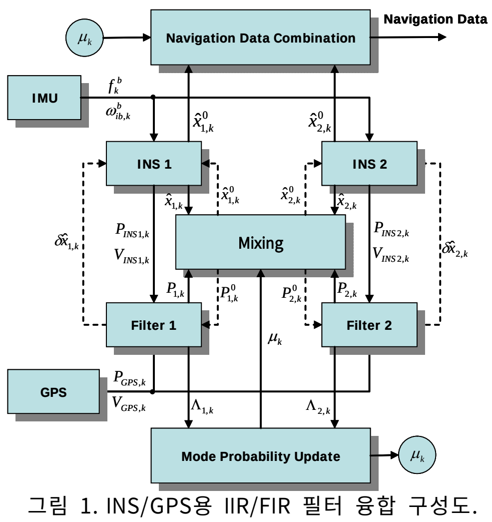


그림 1. INS/GPS용 IIR/FIR 필터 융합 구성도.

그림 1에서 Filter 1은 EKF, Filter 2는 RHKF 필터로 한다. 융

합 필터의 초기화는 다음과 같이 마코프 변환행렬(Markov transition matrix)과 초기 모드 확률(mode probability), 그리고 정규화 인자(normalization factor)를 설정한다.

$$M := \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\mu_0 := \begin{bmatrix} n_{1,0} \\ n_{2,0} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\bar{c}_j = \sum_{i=1}^{2} M_{ij}\mu_i \tag{3}$$

여기서 M 은 마코프 변환행렬, $m_{1i} + m_{2i} = 1$, μ 는 모드 확률, $n_1 + n_2 = 1$, 그리고 $\bar{c}$ 는 정규화 인자이다.

INS/GPS에서 INS는 50Hz 또는 100Hz 이상으로 고속 구동되며 필터는 측정치를 획득할 수 있는 주기인 1Hz로 구동된다. 측정치 획득 후 필터 갱신을 한 다음 각 필터에서 출력되는 오차 상태변수는 각 INS로 되먹임 되어 INS 오차를 보상한다. 그 다음 각 필터에 의하여 오차 보상된 INS의 출력과 필터의 공분산값을 융합한다. 이를 위해 먼저 모드 확률 갱신을 수행한다. 이 과정은 두 필터의 잉여값과 잉여값 공분산을 사용하여 적응형 융합이득을 갱신하는 것이다. 이를 위해 우도비율(likelihood ratio)을 다음과 같이 계산한다.

$$\Lambda_{j,k} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\|S_{j,k}\|}}\exp\left\{-\frac{1}{2k}\sum_{i=1}^{k} r_{j,i}^T S_{j,i}^{-1} r_{j,i}\right\} \tag{4}$$

여기서 $r_{j,i}$ 는 i 시간 j 필터의 잉여값, $S_{j,i}$ 는 잉여값 공분산으로 다음과 같다.

$$r_{j,i} = z_i - \hat{z}_{j,i} \tag{5}$$

$$S_{j,i} = H_{j,i}P_{j,i}^{-}H_{j,i}^T + R_j \tag{6}$$

이때 우도비율을 사용하는 것은 필터의 잉여값의 수열이 백색잡음이라고 가정한 것이다.

우도 비율을 사용하여 다음과 같이 모드 확률을 갱신한다.

$$\mu_{j,k} = \frac{1}{c}\Lambda_{j,k}\bar{c}_j \tag{7}$$

여기서 $c = \sum_{i=1}^{2}\Lambda_{j,i}\bar{c}_i$.

필터와 모드 확률이 갱신되면 융합(mixing) 부분에서 다음과 같이 INS의 항법정보와 필터의 공분산 행렬을 융합한다.

$$\hat{x}_{j,k}^0 = \sum_{i=1}^{2}\hat{x}_{i,k}\mu_{i|j,k} \tag{8}$$

$$P_{j,k}^0 = \sum_{i=1}^{2}\left\{P_{i,k} + \left[\hat{x}_{i,k} - \hat{x}_{j,k}^0\right]\left[\hat{x}_{i,k} - \hat{x}_{j,k}^0\right]^T\right\}\mu_{i|j,k} \tag{9}$$

여기서 융합 확률은 다음과 같다.

$$\mu_{i|j,k} = \frac{1}{\bar{c}_j}M_{ij}\mu_{i,k} \tag{10}$$

여기서 $\bar{c}_j = \sum_{i=1}^{2} M_{ij}\mu_{i,k}$.

이렇게 융합된 항법정보는 각 INS로 되먹임된다. 그리고 갱신된 공분산 행렬은 각 필터로 되먹임 되어 그 다음 필터 구동시 전파(propagation) 된다.

마지막으로 오차 보상된 항법정보는 항법 정보 결합(navigation data combination) 부분에서 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^{2}\hat{x}_{i,k}\mu_{i,k} \tag{11}$$

3. INS/GPS 결합시스템

제안된 IIR/FIR 융합 필터를 INS/GPS 결합시스템에 적용하였다. 약결합 기법으로 INS와 GPS를 결합하며 이때 사용하는 필터를 융합 필터로 하였다.

INS 계산식은 다음과 같다.

$$\dot{q} = \frac{1}{2}q * \left\{\omega_{ib}^b - C_b^n\left(\omega_{ie}^n - \omega_{en}^n\right)\right\} \tag{12}$$

$$\dot{V}^n = C_b^n f^b - \left(2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n\right)\times V^n + g^n \tag{13}$$

$$\dot{L} = \frac{V_N}{R_m + h},\ \dot{l} = \frac{V_E}{(R_t + h)\cos L},\ \dot{h} = -V_D \tag{14}$$

여기서 q 는 동체좌표계에서 항법좌표계로 변환을 나타내는 회전 벡터를 의미하는 쿼터니언이며 C_b^n 은 방향코사인 행렬, V^n 은 항법좌표계상의 속도 벡터, $[L \quad l \quad h]^T$ 는 위도, 경도, 고도이다. 그리고 f^b 와 ω_{ib}^b 는 각각 가속도계와 자이로의 출력이다. R_m 과 R_t 는 지구 타원체의 자오선(meridian)과 횡단(traverse) 반경을 의미하며, g^n 은 항법좌표계상의 중력가속도 벡터이다.

융합 필터를 구성하는 서브 필터인 EKF와 RHKF 필터를 위해 비선형 INS 계산식을 선형섭동법을 사용하여 오차에 대하여 선형화 한 다음 다음과 같이 시스템 및 측정치 모델을 구성할 수 있다.

$$F_k = \begin{bmatrix} F_{pp} & F_{pv} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ F_{vp} & F_{vv} & F_{va} & C_b^n & 0_{3\times3} \\ F_{ap} & F_{av} & F_{aa} & 0_{3\times3} & -C_b^n \\ & & 0_{6\times15} & & \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$H_k = \begin{bmatrix} I_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times6} \\ 0_{1\times3} & \left(C_b^n(1:3,1)\right)^T & \left(C_b^n(1:3,1)\right)^T\left(V^n\times\right) & 0_{1\times6} \end{bmatrix} \tag{16}$$

여기서

$$F_{pp} = \begin{bmatrix} \frac{\rho_E R_{mm}}{R_m + h} & 0 & \frac{\rho_E}{R_m + h} \\ \frac{\rho_N}{\cos L}\left(\tan L - \frac{R_{tt}}{R_t + h}\right) & 0 & \frac{\rho_N \sec L}{R_t + h} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\quad F_{pv} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_m + h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sec L}{R_t + h} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$F_{vp} = \begin{bmatrix} V_E\left(-2\Omega_N + \rho_N \sec^2 L\right) + \frac{\rho_E R_{mm}}{R_m + h} - \rho_N\rho_D R_{tt} & 0 & \frac{V_D\rho_E}{R_m + h} - \rho_D\rho_N \\ V_N\left(2\Omega_N - \rho_N \sec^2 L + \frac{\rho_D R_{tt}}{R_t + h}\right) - V_D\left(-2\Omega_D + \frac{\rho_N R_{tt}}{R_t + h}\right) & 0 & \frac{V_N\rho_D - V_D\rho_N}{R_t + h} \\ -2\Omega_D V_E + \rho_N^2 R_{tt} + \rho_E^2 R_{mm} & 0 & \rho_N^2 + \rho_E^2 \end{bmatrix},$$

$$F_{vv} = \begin{bmatrix} \frac{V_D}{R_m + h} & 2\Omega_D + 2\rho_D & -\rho_E \\ -2\Omega_D - \rho_D & \frac{V_D - V_N \tan L}{R_t + h} & 2\Omega_N + \rho_N \\ 2\rho_E & -2\Omega_N - 2\rho_N & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_{va} = \begin{bmatrix} 0 & -f_D & f_E \\ f_D & 0 & -f_N \\ -f_E & f_N & 0 \end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix} f_N \\ f_E \\ f_D \end{bmatrix} = C_b^n f^b,$$

$$F_{ap} = \begin{bmatrix} \Omega_D - \frac{\rho_N R_{tt}}{R_t + h} & 0 & -\frac{\rho_N}{R_t + h} \\ -\frac{\rho_E R_{mm}}{R_m + h} & 0 & -\frac{\rho_E}{R_m + h} \\ -\Omega_N + \rho_N \sec^2 L - \frac{\rho_D R_{tt}}{R_t + h} & 0 & -\frac{\rho_D}{R_t + h} \end{bmatrix},$$

$$F_{av} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_t + h} & 0 \\ -\frac{1}{R_m + h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\tan L}{R_t + h} & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_{aa} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_D + \rho_D & -\rho_E \\ -\Omega_D - \rho_D & 0 & \Omega_N + \rho_N \\ \rho_E & -\Omega_N - \rho_N & 0 \end{bmatrix}.$$

측정치는 GPS 수신기로부터 얻을 수 있는 위치와 속력 정보이다.

4. 시뮬레이션 결과 및 분석

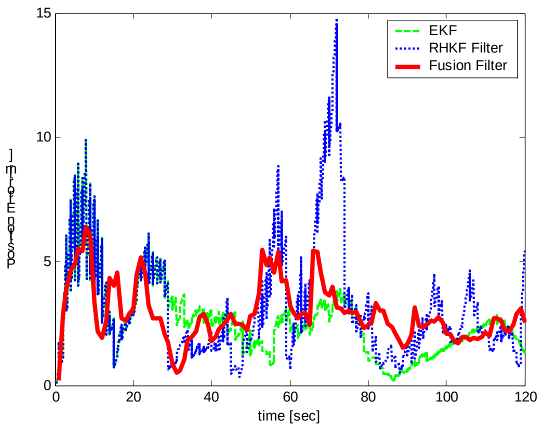
제안된 IIR/FIR 융합 필터를 사용하는 INS/GPS 결합시스템의 성능을 검증하기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다. 두 가지 경우를 가정하여 EKF와 RHKF 필터 그리고 IIR/FIR 융합 필터를 각각 수행하여 그 성능을 비교, 분석하였다. 본 논문의 시뮬레이션에서 사용된 GPS 데이터는 MATLAB Toolbox를 사용하여 생성하였으며 GPS 오차는 열잡음만 있다고 가정하였다. 그리고 RHKF 필터의 구간은 15초로 설정하였다. 운항 궤적 시나리오는 표 1과 같다.

표 1. 운항 궤적 시나리오.

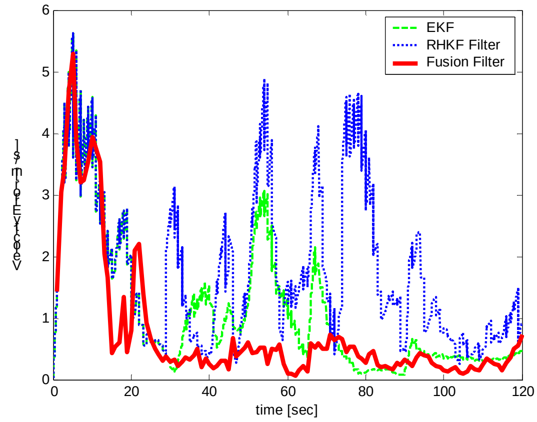
시간 (초)	운동	속도	각속도	가속도
0 ~ 10	가속	증가	-	$3m/s^2$
~ 15	등속	30m/s	-	-
~ 20	회전	-	18°/s	-
~ 40	등속	30m/s	-	-
~ 45	감속	감소	-	$-6m/s^2$
~ 50	정지	-	-	-
~ 56	가속	증가	-	$5m/s^2$
~ 65	등속	30m/s	-	-
~ 70	회전	-	18°/s	-
~ 80	등속	30m/s	-	-
~ 81	피치 회전	-	10°/s	-
~ 85	등속	30m/s	-	-
~ 86	피치 회전	-	-10°/s	-
~ 90	등속	30m/s	-	-
~ 93	회전	-	30°/s	-
~ 115	등속	30m/s	-	-
~ 120	감속	감소	-	$-6m/s^2$

4.1 Case 1: Normal Case

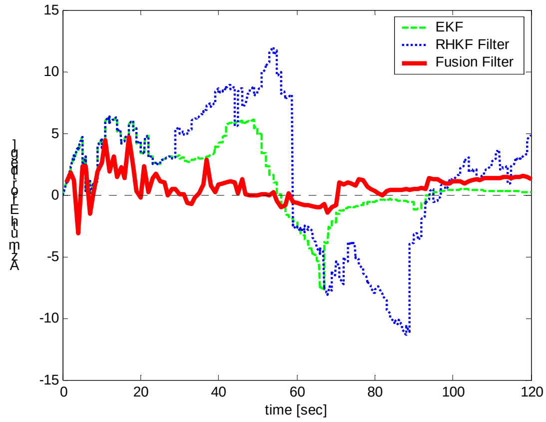
센서 오차가 랜덤 상수이며 필터에서 이 오차를 랜덤 상수로 모델링 하였다. 모델링 불확실성이 없이 잘 설계된 경우로 이 시뮬레이션 결과를 그림 2에 나타내었다. 이 결과를 통해 제안된 융합필터는 기존의 EKF와 RHKF 필터보다 작은 오차를 갖는 것을 볼 수 있다. RHKF 필터의 경우 오차가 발산하지는 않지만 EKF보다 큰 오차를 가지며 진동하는 것을 볼 수 있다. 이것은 FIR 필터의 특징이다. 반면 EKF는 시간에 따라 오차가 감소하지만 차량의 동적 움직임에 따라 오차가 증가하기도 한다. 그러나 융합필터는 동적 움직임에 관계없이 오차가 크게 증가하지 않는 것을 볼 수 있다.



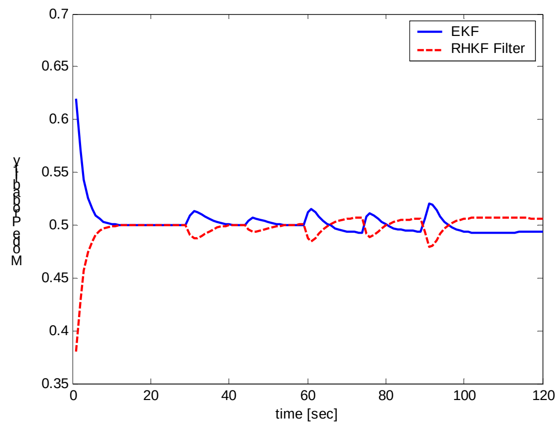
(a) 위치오차



(b) 속도오차



(c) 방위각 오차



(d) 모드 확률

그림 2. Case 1 시뮬레이션 결과.

모드 확률을 분석해 보면 RHKF 필터의 두 배 구간까지는 EKF와 동일한 결과를 나타내므로 모드 확률이 0.5로 수렴하는 특성을 보이며, 이후 EKF가 RHKF 필터보다 오차가 작으므로 구간 초기에는 EKF의 모드 확률이 RHKF 필터보다 크게 나오며 시간에 따라 RHKF 필터가 측정치를 많이 사용함에 따라 RHKF 필터의 모드 확률이 커지는 것을 볼 수 있다.

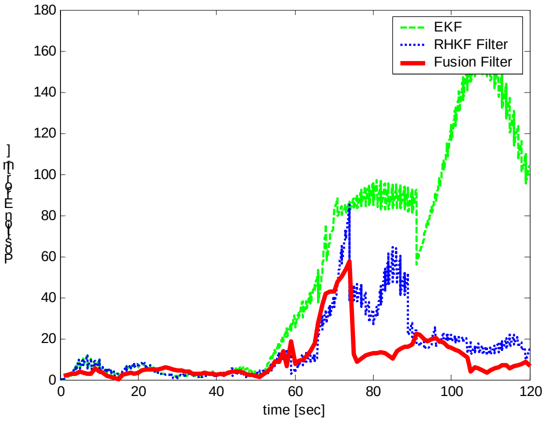
4.2 Case 2: Model Uncertainty

센서 오차는 랜덤 상수지만 [50 80]구간에서 다음과 같은 랜덤 워크 성분을 갖는다. 그러나 필터에서는 이 오차를 랜덤 상수로 모델링 함으로써 일시적인 모델 불확실성이 나타나도록

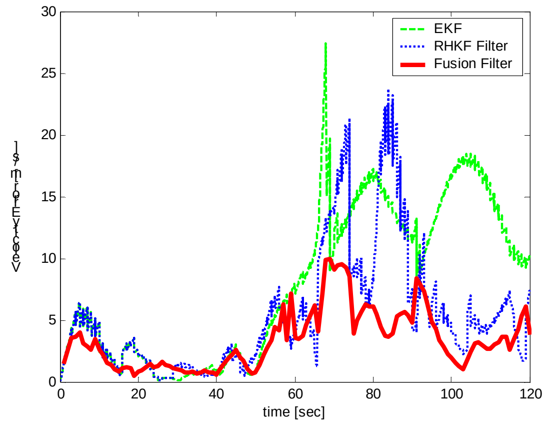
하였다.

$$\nabla_{i\_k} = \nabla_{i\_k-1} + w_{\nabla i\_k},\ \ w_{\nabla i} \sim N(0,(1mg)^2)$$
$$\varepsilon_{i\_k} = \varepsilon_{i\_k-1} + w_{\varepsilon i\_k},\ \ w_{\varepsilon i} \sim N(0,(0.02^\circ/s)^2) \tag{17}$$

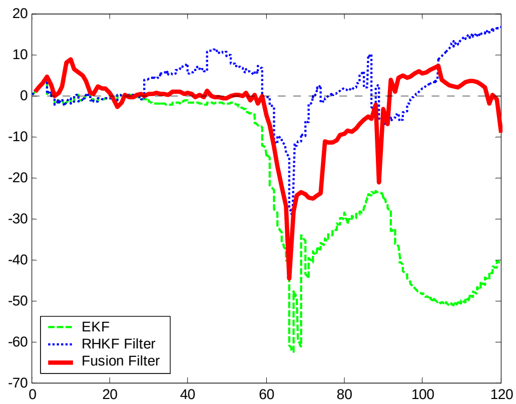
이 경우 시뮬레이션 결과를 그림 3에 나타내었다. 위치와 속도오차를 보면 모델 불확실성이 나타나는 50초부터 EKF의 오차는 발산하기 시작한다. 모델 불확실성에 없어지는 80초 이후 구간에서도 EKF의 오차는 쉽게 줄어들지 않는다. 이것은 IIR 필터의 특징이다. 반면 RHKF 필터의 오차는 일시적으로 큰 오차는 나타나지만 오차가 발산하지는 않는다. 이 현상은 FIR 필터의 장점이다. 제안된 융합필터는 EKF와 RHKF 필터보다 작은 오차를 갖는 것을 볼 수 있다. 이것은 융합 과정에서 두 필터에 되먹임 함으로써 두 필터의 오차를 단독 필터를 구동하는 것보다 작게 유지시키기 때문이다.



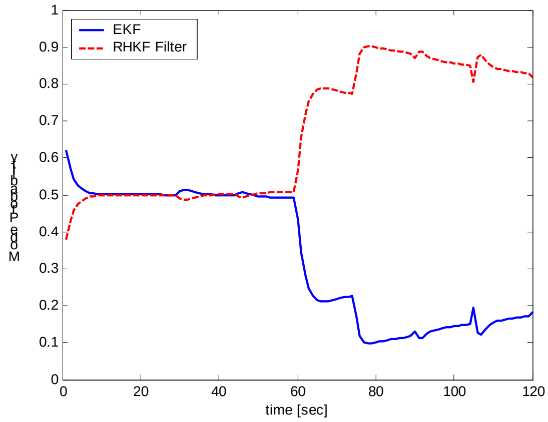
(a) 위치 오차



(b) 속도 오차



(c) 방위각 오차



(d) 모드 확률

그림 3. Case 2 시뮬레이션 결과.

모드 확률을 보면 case 1의 경우와 같이 RHKF 필터의 두 배 구간까지는 0.5로 수렴하고 이후에도 일정 기간 동안 이 정상상태를 유지한다. 그러나 모델 불확실성이 나타나는 구간 이후에는 EKF 오차가 발산함에 따라 RHKF 필터의 신뢰성이 증가하게 된다. 따라서 RHKF 필터의 모드 확률이 증가하게 된다.

이 두 시뮬레이션 결과를 통해 제안된 IIR/FIR 융합필터는 모델 불확실성에 관계없이 EKF와 RHKF 필터의 단독 구동보다 좋은 성능을 보이는 것을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 EKF와 RHKF 필터의 결합을 위한 필터 융합기법을 제안하고 INS/GPS 결합장치에 응용할 수 있는 필터 구조를 제안하였다. 제안된 필터 융합기법은 비선형 필터의 융합과 IIR 필터/FIR 필터 융합이라는 의미를 갖는다. 다중 필터의 잉여값과 잉여값 공분산을 사용하여 적응형 융합 확률을 계산하고 이를 기반으로 필터의 결과를 융합한다. 이 기법을 사용하여 설계된 필터는 모델 불확실성 존재 유무에 관계없이 기존의 단독 필터를 사용하는 경우보다 좋은 추정 결과를 제공하는 것을 시뮬레이션을 통해 보였다. 제안된 형태의 INS/GPS 결합장치는 최근 많은 연구가 되고 있는 MEMS 기반의 INS/GPS 결합장치에서 센서 오차 모델을 정확하게 추정할 수 없는 경우에 효율적으로 사용될 수 있음을 알 수 있다.

참고 문헌

1. K. Reif, S. Gunther, and E. Yaz, “Stochastic Stability of the Discrete-Time Extended Kalman Filter,” *IEEE Trans. Automatic control*, Vol. 44, No. 4, 1999, pp. 714-728.
2. W. H. Kwon, P. S. Kim, and P. G. Park, “A Receding Horizon Kalman FIR Filter for Discrete Time-Invariant Systems,” *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 44, No. 9, 1999, pp. 1787-1791.
3. S. Y. Cho, and W. S. Choi, “A Robust Positioning Technique in Low-cost DR/GPS for Land Navigation,” *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, Vol. 55, No. 4, 2006, pp. 1132-1142.
4. S. Julier, J. Uhlmann, and H. Durrant-Whyte, “A New Method for Nonlinear Transformation of Meas and Covariances in Filters and Estimator,” *IEEE Trans. Automatic control*, Vol. 45, No. 3, 2000, pp.477-482.
5. 유명종, “INS/GPS 를 위한 적응필터 구성,” 제어·자동화·시스템공학논문지, 제 11 권, 8 호, 2005, pp.717-725
6. C. Hihe, T. Moore, and M. Smith, “Adaptive Kalman filtering for low cost INS/GPS,” *Processing of the Institute of Navigation GPS-2002*, pp.1142-1147.
7. H. A. P. Blom, and Y. Bar-Shalom, “The Interacting Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients,” *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 33, No. 8, 1988, pp.780-783.