

# INS/GPS 지상항법시스템의 동작간 교정을 위한 가관측성 해석

\*유영민<sup>1</sup>, 김광진<sup>2</sup>, 박찬국<sup>3</sup>, 박영범<sup>4</sup>

<sup>1</sup>기계항공공학부, 서울대학교 (Tel: 02-880-1732, E-mail: ym0903@snu.ac.kr)

<sup>2</sup>기계항공공학부, 서울대학교 (Tel: 02-880-1732, E-mail: p149213@snu.ac.kr)

<sup>3</sup>기계항공공학부, 서울대학교 (Tel: 02-880-1675, E-mail: chanpark@snu.ac.kr)

<sup>4</sup>기술연구본부, 국방과학연구소(Tel: 042-821-2172, E-mail: ybpark@add.re.kr)

**Abstract:** INS를 사용하는 지상항법시스템은 GPS 등의 보조 센서와 관계없이 다양한 환경에서 장시간 운용시 항법 성능을 보장하기 위하여 재교정 과정을 거쳐야 한다. 본 논문에서는 이러한 재교정 절차 없이 장시간의 반복적인 사용에도 신뢰할 수 있는 항법해를 제공하기 위한 동작간 교정 기법에 대한 기초 연구를 수행한다. 이를 위하여 지상항법시스템에 나타나는 다양한 운동 특성을 묘사할 수 있는 시뮬레이터를 개발하고, 각 운동 특성에서의 가관측성 해석과 INS와 GPS의 항법 출력 특성을 분석한다.

**Keywords:** INS, GPS, 가관측성, 가관측성 정도, 동작간 교정

## 1. 서론

지상 무기 체계에 탑재되어 항법정보를 제공하는 지상항법시스템은 무기 체계의 생존성을 높이기 위하여 기동이 시작되는 순간부터 정밀한 위치 및 자세 정보를 제공할 수 있어야 하며 다양한 운용 환경 아래에서도 그 항법 성능을 보장하기 위해서는 일정한 주기마다 재교정(recalibration)을 수행해 주어야 한다[1]. 일반적으로 재교정은 창정비 과정을 통하여 이루어지게 되며 이로 인하여 지상항법시스템을 사용하는 군에서는 많은 시간과 인력 및 비용을 소모하게 된다. 이러한 이유로 선진국의 경우에는 스트랩다운 관성항법시스템을 이용하는 지상항법장치의 재교정 절차 없이 일정한 성능을 보장해 줄 수 있는 동작간 교정 기법 개발과 관련한 많은 연구를 수행하였다[2].

일반적으로 가관측성이란 입력 및 출력 기록을 기반으로 하여 시스템의 상태변수를 재구성할 수 있는 성질이다. 항법시스템의 가관측성 분석이 필요한 이유는 칼만 필터로부터 추정된 상태 변수의 신뢰성과 효율성을 결정하는데 필요하기 때문이다. 즉, 완전 가관측한 상태에서 항법 오차를 나타내는 상태 변수의 추정가능 여부는 공정 잡음이나 측정 잡음의 크기에 달려 있다. 그러나 항법 시스템이 가관측하지 않은 경우에는 매우 작은 공정 잡음과 측정 잡음을 가져도 상태변수의 정확한 추정이 불가능하게 된다[3]. 또한 항법 시스템이 완전 가관측한 경우에도 가관측 정도(degree of observability)에 따라서 추정 성능이 달라지게 된다[4].

본 논문에서는 지상항법시스템의 재교정 절차 없이 일정한 성능을 보장해 주기 위하여 INS, GPS 등을 이용하는 필터 모델을 구성하고 기동 특성에 따른 가관측성 해석 및 가관측성 정도 분석을 수행한다.

먼저 가관측성 해석에서는 항체가 다양한 속도 변화를 가지는 경우, 자세 변화를 가지는 경우, 속도 및 자세 변화를 모두 가지는 경우에 대하여 가관측 행렬의 랭크를 분석한다. 이를 위하여 각 구간(segment)별로 항체의 운동 특성에 변화를 주도해 주며 주어지는 운동 특성 변화는 INS 오차 모델과 변수와의 관계를 고려한다. 그리고 오차 공분산의 수렴 정도를 분석하여 가관측성 정도 해석을 수행한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저, 2절에서는 본 논문에

사용된 INS/GPS 21차 약결합 시스템의 모델에 대하여 언급하고, 3절에서는 기동 특성에 따른 가관측성 해석 및 가관측성 정도를 분석한다. 그리고 4절에서는 시뮬레이터를 이용한 궤적 데이터 및 센서 데이터를 생성하고 이를 바탕으로 추정 성능 결과를 나타내며 5절에서 결론을 맺는다.

## 2. INS/GPS 21차 약결합 시스템 모델

약결합방식의 INS/GPS 결합시스템은 그림 1과 같은 구조를 가지며 칼만필터의 측정치로 GPS 수신기 내부 알고리즘에 의해 계산된 위치와 속도 정보를 이용하는 방법이다.

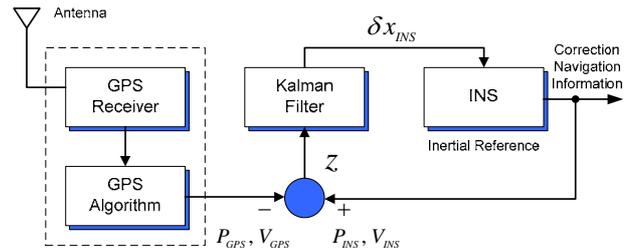


그림 1. 약결합 INS/GPS 결합시스템의 구조

이 때, 칼만필터의 시스템 오차 모델은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta L &= -\frac{R_m \rho E}{R_m + h} \delta L + \frac{\rho E}{R_m + h} \delta h + \frac{1}{R_m + h} \delta v_N \\ \delta l &= \frac{\rho_N}{\cos L} \left( \tan L - \frac{R_H}{R_I + h} \right) \delta L - \frac{\rho_N \sec L}{R_I + h} \delta h + \frac{\sec L}{R_I + h} \delta v_E \\ \delta h &= -\delta v_D \\ \delta v^n &= \left[ C_b^n f^b \right] \times \phi^n - \left[ 2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n \right] \times \delta v^n + C_b^n \delta f^b + v^n \times (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) + \delta g^n \\ \phi^n &= \delta\omega_{in}^n - \omega_{in}^n \times \phi^n - C_b^n \delta\omega_{ib}^b \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $\delta L, \delta l, \delta h$ : 위도오차, 경도오차, 고도오차

$\delta v^n = [\delta v_N \ \delta v_E \ \delta v_D]^T$ : 항법표계 속도오차

$\delta f^b = B_a + K_a f^b$ : 가속도 오차(바이어스 오차( $B_a$ )) 및 환산계수 오차( $K_a$ )

$\delta \omega_{ib}^b = B_g + K_g \omega_{ib}^b$ : 자이로 오차(바이어스오차( $B_g$ )) 및 환산계수 오차( $K_g$ )

$\delta g^n$ : 중력오차

$\omega_{en}^n = [\rho_N \ \rho_E \ \rho_D]^T = \left[ \frac{v_E}{R_t + h} \quad -\frac{v_N}{R_m + h} \quad -\frac{v_E \tan L}{R_m + h} \right]^T$ : 이동

각속도

$\omega_{ie}^n = [\Omega_N \ \Omega_E \ \Omega_D]^T = [\Omega \cos L \ 0 \ -\Omega \sin L]^T$ ,  $\Omega$ 는 지구 자전 각속도

$R_m = \frac{R_0(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 L)^{3/2}}$ : 지구타원체 장반경

$R_t = \frac{R_0}{(1-e^2 \sin^2 L)^{1/2}}$ : 지구타원체 단반경

$R_{mm} = \frac{\partial R_m}{\partial L} = \frac{3R_0(1-e^2)e^2 \sin L \cos L}{(1-e^2 \sin^2 L)^{2.5}}$ : 위도방향으로  $R_m$ 의 변화율

$R_u = \frac{\partial R_t}{\partial L} = \frac{R_0 e^2 \sin L \cos L}{(1-e^2 \sin^2 L)^{3/2}}$ : 위도방향으로  $R_t$ 의 변화율

$R_0 = 6378137.0m$ : 적도반경(WGS-84)

$e = [f(2-f)]^{1/2} = 0.0818191908426$ : 이심률(WGS-84)

$$\delta \omega_{ie}^n = \begin{bmatrix} -\Omega \sin L \delta L \\ 0 \\ -\Omega \cos L \delta L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_D \delta L \\ 0 \\ -\Omega_N \delta L \end{bmatrix}$$

$$\delta \omega_{en}^n = \begin{bmatrix} -\frac{\rho_N R_u}{R_t + h} \delta L - \frac{\rho_N}{R_t + h} \delta h + \frac{1}{R_t + h} \delta v_E \\ -\frac{\rho_E R_{mm}}{R_m + h} \delta L - \frac{\rho_E}{R_m + h} \delta h - \frac{1}{R_m + h} \delta v_N \\ \left[ \rho_N \sec^2 L + \frac{\rho_N R_u \tan L}{R_t + h} \right] \delta L - \frac{\rho_D}{R_t + h} \delta h - \frac{\tan L}{R_t + h} \delta v_E \end{bmatrix}$$

식 (1)과 자이로 및 가속도계 오차를 랜덤상수로 가정하여 21차 INS 시스템 상태 방정식은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{lc} &= F_{lc} x_{lc} + G_{lc} w_{lc} \\ z_{lc} &= H_{lc} x_{lc} + v_{lc} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $x_{lc} = [x_{INS}^T \ x_{Accel}^T \ x_{Gyro}^T]^T$ 이며 상태 변수로 다음과 같은 위치오차, 속도 오차, 자세오차, 가속도계 바이어스 오차, 가속도계 환산계수 오차, 자이로 바이어스 오차, 자이로 환산계수 오차를 고려한다.

$$\begin{aligned} x_{INS} &= [\delta L \ \delta l \ \delta h \ | \ \delta v_N \ \delta v_E \ \delta v_D \ | \ \phi_N \ \phi_E \ \phi_D]^T \\ x_{Accel} &= [B_{ax} \ B_{ay} \ B_{az} \ | \ K_{ax} \ K_{ay} \ K_{az}]^T \\ x_{Gyro} &= [B_{gx} \ B_{gy} \ B_{gz} \ | \ K_{gx} \ K_{gy} \ K_{gz}]^T \end{aligned}$$

위 식을 시스템 행렬로 나타내면 식 (3)과 같고 측정식 행렬은 식 (4)와 같다.

$$F_{lc} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & 0_{3 \times 3} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} & F_{25} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{36} & F_{37} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$H_{lc} = [I_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3}] \quad (4)$$

여기서, 식 (3)의 각 항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{11} &= \begin{bmatrix} \frac{R_{mm} \rho_E}{R_m + h} & 0 & \frac{\rho_E}{R_m + h} \\ \frac{\rho_N}{\cos L} \left( \tan L - \frac{R_u}{R_t + h} \right) & 0 & \frac{\rho_N \sec L}{R_t + h} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{12} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_m + h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sec L}{R_t + h} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \\ F_{21} &= \begin{bmatrix} \frac{\rho_E R_{mm} V_D}{R_m + h} - (\rho_N \sec^2 L + 2\Omega_N V_E - \rho_N \rho_D R_u) & 0 & \frac{\rho_E}{R_m + h} V_D + \rho_N \rho_D \\ \left( 2\Omega_N + \rho_N \sec^2 L + \rho_D \frac{R_u}{R_t + h} \right) V_N - \left( \frac{\rho_N R_u}{R_t + h} - 2\Omega_D \right) V_D & 0 & \frac{\rho_D}{R_t + h} V_N - \frac{\rho_N}{R_t + h} V_D \\ \rho_N^2 R_t + \rho_E^2 R_{mm} - 2\Omega_D V_E & 0 & \rho_N^2 + \rho_E^2 \end{bmatrix}, \\ F_{22} &= \begin{bmatrix} \frac{V_D}{R_m + h} & 2\Omega_D + 2\rho_D & -\rho_E \\ -2\Omega_D - \rho_D & \frac{V_N \tan L + V_D}{R_t + h} & 2\Omega_N + \rho_N \\ 2\rho_E & -2\Omega_N - 2\rho_N & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{23} = \begin{bmatrix} 0 & f_D & -f_E \\ -f_D & 0 & f_N \\ f_E & -f_N & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{24} = C_b^n, \\ F_{25} &= C_b^n \begin{bmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & f_z \end{bmatrix}, \\ F_{31} &= \begin{bmatrix} \Omega_D - \frac{\rho_N R_u}{R_t + h} & 0 & -\frac{\rho_N}{R_t + h} \\ -\frac{\rho_E R_{mm}}{R_m + h} & 0 & -\frac{\rho_E}{R_m + h} \\ -\Omega_N - \rho_N \sec^2 L - \frac{\rho_D R_u}{R_t + h} & 0 & -\frac{\rho_D}{R_t + h} \end{bmatrix}, \quad F_{32} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_t + h} & 0 \\ -\frac{1}{R_m + h} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan L}{R_t + h} & 0 \end{bmatrix}, \\ F_{33} &= \begin{bmatrix} 0 & \Omega_D + \rho_D & -\rho_E \\ -\Omega_D - \rho_D & 0 & \Omega_N + \rho_N \\ \rho_E & -\Omega_N - \rho_N & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{36} = -C_b^n, \quad F_{37} = -C_b^n \begin{bmatrix} \omega_x & 0 & 0 \\ 0 & \omega_y & 0 \\ 0 & 0 & \omega_z \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### 3. 가관측성 및 가관측성 정도 분석

#### 3.1 가관측성 분석

시불변 시스템의 가관측성 분석은 매우 간단하게 이루어지는 반면 항법 시스템과 같이 시변 시스템의 분석은 수학적 계산을 필요로 하는 가관측성 그래미언(Observability Grammian)의 계산 과정을 포함하므로 복잡해진다. 관성항법시스템은 시변 시스템이지만 정확성과 특성을 유지하면서 고정구간 시불변 시스템(piece-wise constant system)으로 근사화 될 수 있다. 시스템의 가관측성 분석은 정확한 시간 응답보다는 그 특성을 파악하는데 목적이 있으므로 가관측성 분석을 위해서는 시변 시스템을 고정구간 시불변 시스템으로 대체할 수 있다[5].

고정구간 시불변 시스템의 가관측 성질을 조사하기 위해서는 다음과 같은 동차방정식(homogeneous equation)을 이용한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_j x(t) \\ z_j(t) &= H_j x(t), \quad j=1,2,\dots,r \end{aligned} \quad (5)$$

다음으로,  $j$  번째 구간에서의 가관측성 행렬은 다음과 같다.

$$Q^T = [H_j^T \ (H_j A_j)^T \ (H_j A_j^2)^T \ \dots \ (H_j A_j^{(n-1)})^T] \quad (6)$$

식 (6)에서  $\Delta_j (j=1,2,\dots,4)$ 를  $t_j$ 와  $t_{j+1}$  사이의 시구간이라

하면, 식 (5)와 식 (6)의 관계로부터 식 (7)과 같은 TOM(Total Observability Matrix)를 구성할 수 있다.

$$Q(r) = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 e^{A_1 \Delta t_1} \\ Q_3 e^{A_2 \Delta t_2} e^{A_1 \Delta t_1} \\ \vdots \\ Q_r e^{A_{r-1} \Delta t_{r-1}} \dots e^{A_1 \Delta t_1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

시스템의 가관측성 분석 순서는 먼저, 가관측 행렬의 랭크를 계산하고 변환 과정을 통하여 항법시스템의 상태 변수를 가관측 부분 변수와 비가관측 부분 변수로 나누는 것이다.

식 (2) - (4)로 정의되는 INS/GPS 약결합 모델은 측정식이 시불변이므로 고정구간 시불변 시스템으로 가정하고 가관측성 분석을 수행 할 수 있다. 측정식 모델이 위치모델인 경우 가관측 행렬은 아래와 같이 구해진다.

$$Q = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{23} F_{33} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{23} F_{33} & F_{23} F_{33} & F_{23} F_{33} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{23} F_{33}^2 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{23} F_{33}^2 & F_{23} F_{33}^2 & F_{23} F_{33}^2 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{23} F_{33}^3 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{23} F_{33}^3 & F_{23} F_{33}^3 & F_{23} F_{33}^3 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{23} F_{33}^4 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & F_{23} F_{33}^4 & F_{23} F_{33}^4 & F_{23} F_{33}^4 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (8)$$

21차 모델인 본 모델에서 식 (8)의 가관측 행렬의 전체 랭크는 15이기 때문에 한 개의 구간만으로는 완전 가관측성을 얻을 수 없다. 따라서 최소 두 구간 이상의 서로 다른 기동 특성이 있어야 한다.

일반적으로 고정구간 시불변 시스템으로 가정한 경우, 가관측 행렬의 랭크로부터 동쪽으로 이동하는 경우가 좀 더 좋은 성능을 보여주고, 단순 궤적보다는 자세의 변화를 주는 궤적, 예를 들어 원형이나 S형 궤적이 좀 더 나은 성능을 보여준다. 또한 위치 정보를 사용하는 것이 속도 정보를 사용하는 경우보다 더 나은 성능을 보여주고 있으며 속도의 변화를 빠를수록 좋다고 알려져 있다[5].

### 3.2 가관측성 정도 분석

ING/GPS 약결합 모델의 가관측 정도 분석은 동일한 랭크를 가지는 궤적 중에서 가장 우수한 추정 성능을 가지는 궤적을 살펴보기 위해서 수행한다. 가관측성 정도 분석은 공분산 해석을 이용하여 수행되며 공분산의 대각 성분(diagonal term)을 살펴봄으로써 알 수 있다.

## 4. 시뮬레이션

가관측성 분석과 가관측성 정도 분석을 위하여 Matlab을 이용하여 지상항법장치의 참궤적과 INS 데이터, GPS 데이터를 생성하는 시뮬레이터를 구성한다. 본 연구에 사용된 시뮬레이터는 위치 데이터와 자세 데이터로 각속도와 가속도 출력을 생성한다. 사용된 센서 사양은 표 1과 같다.

시뮬레이션을 위하여 생성한 4가지 궤적은 그림 2와 같다. 4가지 모두 초기 위치 위도 35도, 경도 127도, 고도 100 m에서 총 120초 동안 움직인 것이며, 지상항법차량에 맞게 속도와 가속도를 설정하였다. 북쪽 방향의 궤적은 60초 동안 등속으로 움직인 후 60초 동안 북쪽 등가속을 하였다. 마찬가지로 동쪽 방향의 궤적도 60초 동안 등속으로 움직인 후 60초 동안 동쪽 등가속을 하였다. 다음 원형의 궤적은 30초 동안 북쪽으로 등속운동을 하고 90초 동안 등속으로 3회전을 하였다. 마지막 S형 궤적은 30초 동안 북쪽으로 등속 운동을 하고 90초 동안 3번의 S형 궤적을 움직였다.

표 1. 센서 오차 사양

오차요소		1σ	단위
가속도계	바이어스	100	ug
	환산계수	10	ppm
	백색잡음	10	ug
자이로	바이어스	1	deg/hr
	환산계수	10	ppm
	백색잡음	0.1	deg/√hr

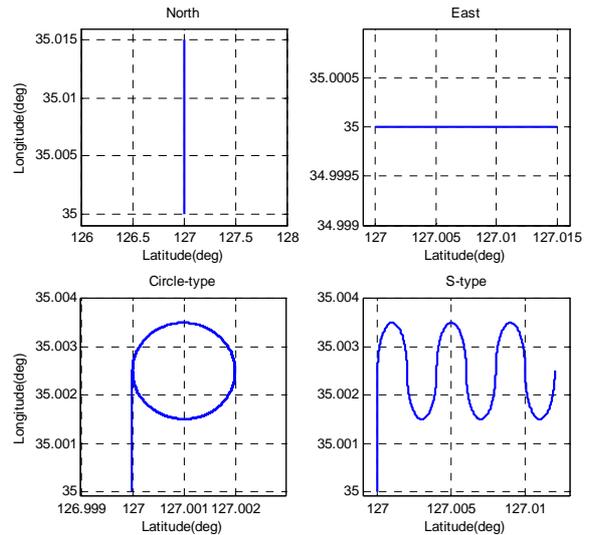


그림 2. 시뮬레이션 궤적 데이터

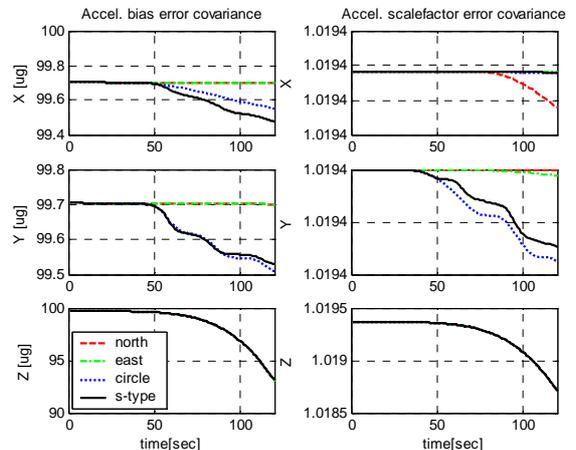


그림 3. 가속도계 바이어스 및 환산계수 오차 공분산

각 궤적의 랭크는 모두 17임을 가관측성 해석결과 알 수 있었으며 가관측성 정도를 나타내는 공분산 결과는 그림 3, 4와 같다. 그림 3에서 알 수 있듯이 가속도계 바이어스 추정 성능은 S 궤적이 가장 우수하며 환산계수 추정 성능은 원형 궤적이 가장 우수하다. 다음으로 자이로 바이어스 추정 성능은 X축은 동쪽 가속, Y축은 북쪽 가속, Z축은 원형 궤적이 가장 우수하며 환산계수도 동일한 성능을 보이고 있다.

## 후 기

본 연구는 국방과학연구소의 지원에 의하여 연구된 결과의 일부입니다. 이에 감사드립니다.

## 참고 문헌

1. M.J. Hadfield and K.E.Leiser, "Ring Laser Gyros Come Down to Earth: field test Results on the RLG Modular Azimuth Position System(MAPs)," *IEEE PLANS 1988*, Orlando, Florida, 1988.
2. M.J. Hadfield and K.E.Leiser, "Application, Integration, and Operational Aspects of An Inertial Navigation/Survey/Pointing System," *First Vehicle Navigation and Information Systems Symposium*, Toronto, Ontario, Canada, 1989.
3. Bar-Itzhack I Y Bermoant N, "Control Theoretic Approach to Inertial Navigation Systems," *Journal of Guidance*, Vo. 1, No. 2, 1988, pp. 237-245.
4. Jang G. Lee, Chan G. Park, and Heung W. Park, "Multi-position alignment of Strapdown Inertial Navigation System," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronics Systems*, Vol.AES-29, No.4, pp.1323-1328, Oct. 1993.
5. 이장규, 박찬국 등, *GPS 를 이용한 수직채널 안정화 및 운항중 정렬 기법 연구*, 연구보고서, 국방과학연구소, 2004. 11.

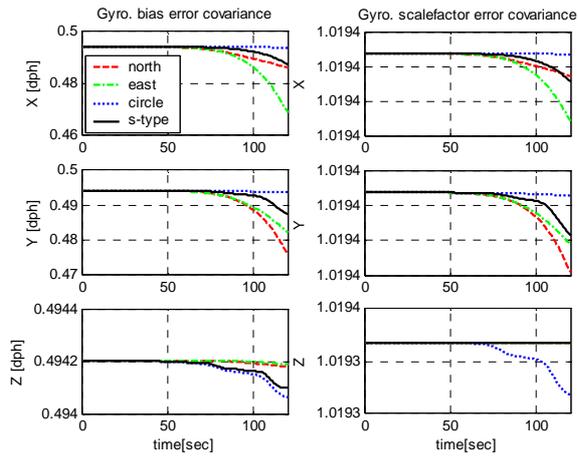


그림 4. 자이로 바이어스 및 환산계수 오차 공분산

## 5. 결론 및 추후과제

본 논문에서는 동작간 교정 기법 개발을 위하여 INS/GPS 21차 약결합 모델에 대하여 살펴보고 북쪽 및 동쪽 가속 원형 궤적, S형 궤적 등에 대하여 제시된 모델의 가관측성 해석과 가관측성 정도 분석을 수행하였다. 그 결과 제시된 4가지 궤적에 대하여 각 궤적별 가관측 정도와 추정 성능을 알 수 있었다.

이를 바탕으로 추후에는 각 궤적별 추정 값에 가중치를 두어서 최적의 교정 성능을 나타낼 수 있는 알고리즘을 개발할 예정이다.