

MFC 작동기가 부착된 실린더 셸 구조물의 동적 모델링과 능동 진동제어기 설계

Dynamic Modeling and of Cylindrical Shell and Design of Active Vibration Controller equipped with MFC actuators

배병찬*·곽문규†·송명호**, 정문산*

Byungchan Bae, Moon K. Kwak, Myung-Ho Song, Moonsan Jung

Key Words : Active Vibration Control(능동진동제어), Dynamic Modeling(동적모델링), Cylindrical Shell(실린더 셸)

ABSTRACT

This paper is concerned with the dynamic modeling and controller design for a cylindrical shell equipped with MFC actuators. The dynamic model was derived by using Rayleigh-Ritz method based on Donnell-Mushtari shell theory. The actuator and sensors for the MFC actuator equations were derived based on pin-force model. The boundary conditions at both ends were assumed to be shear diaphragm. After calculating the natural vibration characteristics, the positive position feedback controller was designed to cope with the first two modes. To this end, the equations of motion were reduced to modal equations of motion by considering the modes of interest. The theoretical results show that vibrations can be successfully suppressed.

1. 서 론

얇은 원통형의 셸 구조물의 운동방정식의 유도는 Arnold and Waburton[1]으로부터 시작하였는데, 다양한 셸 구조물의 연구에 관해서는 많은 연구자들이 셸에 대해서 다양한 가정을 하고 운동방정식을 유도하였는데 가장 단순한 이론은 Donnell and Mushtari[2] 이론이다. 이 이론이 유용하게 사용될 수 있지만 좀더 정확한 계산을 위해 다양한 이론이 제안되었다[3-8].

본 연구에서는 원통형 셸 구조물에 MFC 작동기가 부착된 경우를 고려하여 동적 모델링 방법과 능동진동제어기 설계를 시도하고자 한다. 원통형 셸을 압전 작동기를 이용해 진동 및 음향을 제어하고자 하는 연구 결과로는 Tzou 등[9], Lester and Lefebvre[10], Sonti and Jones[11], Clark and Fuller [12]의 연구가 있다. Tzou 등[9]은 모달 압전작동기를 이용한 셸 구조물의 제어기법에 대한 연구

를 수행하였다. Lester and Lefebvre[10]는 압전체가 원통형 셸과 결합된 구조물에 대한 운동방정식을 유도하고 모달 스펙트라를 이용해 실린더와 내부 음향 캐비티사이의 연성 효과를 조사하고 압전작동기를 이용해 내부 소음제어를 이룩할 수 있음을 이론으로 입증하였다. Sonti and Jones[11]는 원통형 셸에 압전작동기가 결합된 구조물에 대해 단순화된 해석 모델을 개발하고 수치계산을 통해 큰 크기의 압전작동기가 보다 효과적임을 주장하였다. Clark and Fuller [12]는 압전세라믹 작동기, 마이크, PVDF 센서를 알루미늄 셸에 부착하고 Filterd-x LMS 제어기기법을 이용해 음향 제어를 수행하였는데 실린더 셸의 진동 모드 중 아코디온 형태의 모드는 제어가 쉬운 반면에 실린더 모드는 가진하는 진동수가 높아짐으로 인해 제어하기가 쉽지 않음을 보여주었다. 기존에 사용한 압전세라믹 작동기는 취성이 매우 커 깨지기 쉽고 곡면형상을 가지는 구조물에는 사용할 수 없다는 단점이 있다. 이런 단점을 극복하고 압전상수 d_{33} 를 이용하는 작동기로 개발된 것이 MFC(Macro Fiber Composite) 작동기[13]이다. 손정우 등[14]은 MFC 작동기의 유한요소모델링 방법과 제어 특성을 토의하고, 유한요소해석 소프트웨어 ANSYS를 이용해 운동방정식을 유도하였다. 제어기로는

† 책임저자; 동국대학교 기계공학과, 정회원

E-mail : kwakm@dongguk.edu

Tel : (02) 2260-3705, Fax : (02) 2263-9379

* 동국대학교 대학원 기계공학과, 학생회원

** 동국대학교 대학원 기계공학과, 부교수

LQG 를 고려하여 수치해석을 통해 제어가 가능함을 입증하였다.

본 연구에서는 먼저 원통형 쉘의 동적 모델링을 위해 허용함수를 이용한 Rayleigh-Ritz 방법에 관한 연구[15,16]의 결과를 수정하여 보다 정확한 운동방정식과, MFC 액추에이터를 pin-force 모델로 가정한 액추에이터와 센서방정식들을 유도하였다. 유도된 방정식들을 근거로 고유치 문제와 능동진동제어에 대해 수치해석을 수행하였다. 수치 결과는 능동진동제어가 가능함을 보여주었다.

2. 실린더형 쉘의 동적 모델링

본 연구에서는 먼저 Rayleigh-Ritz 방법을 이용해 실린더형 쉘 구조물의 동적 모델을 유도하고자 한다. 이에 대해서는 여러 연구가 있지만, 간략한 형태로 정리되어 있지 않아 본 연구에서는 수치 계산에 적합한 형태의 운동방정식을 유도하고자 한다.

아래의 그림 1 은 본 연구에서 다루고자 하는 실린더형 쉘의 좌표계와 변위를 보여주고 있다.

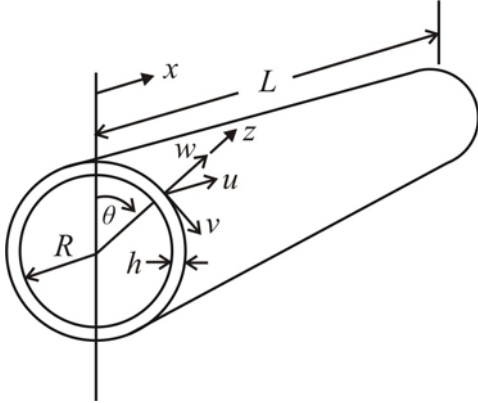


Fig. 1 Coordinate of Cylindrical Shell

여기서 R 는 실린더의 반지름, h 는 쉘의 두께, L 은 실린더의 길이, θ 는 수직 축에 대한 각도, x 는 길이 방향 좌표축, u, v, w 는 각각 x 방향 변위, θ 방향 변위, z 방향의 변위를 나타낸다. 이와 같은 실린더형 쉘의 대한 운동에너지는 다음 식으로 주어진다[2].

$$T = \frac{1}{2} \rho \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) R dz d\theta dx \quad (1)$$

여기서 ρ 는 쉘의 질량밀도를 나타낸다. 탄성에너지를 구하기 위해서는 변형율과 응력에 대한 식이 필요한데 다음과 같다[2].

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} - \frac{z}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \quad (2a,b)$$

$$\varepsilon_{x\theta} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{2z}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \quad (2c)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{zz} = 0 \quad (2d)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_\theta), \quad \sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_\theta + \nu \varepsilon_x) \quad (3a,b)$$

$$\sigma_{x\theta} = \sigma_{\theta x} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{x\theta} \quad (3c)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{\theta z} = \sigma_{zz} = 0 \quad (3d)$$

여기서 E 는 영의 계수, ν 는 프와송 비를 나타낸다. 이를 이용한 탄성에너지 식은 다음과 같이 표현된다.

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_\theta \varepsilon_\theta + \sigma_{x\theta} \varepsilon_{x\theta}) R dx d\theta dz \quad (4)$$

식 (2)와 (3)을 식 (4)에 대입하면 탄성에너지 식이 다음과 같이 유도된다[2].

$$\begin{aligned} V = & \frac{ERh}{2(1-\nu^2)} \int_0^L \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{h^2}{12} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right)^2 \right. \\ & + \frac{w^2}{R^2} + \frac{h^2}{12R^4} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 + \frac{2}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) w + \frac{2\nu}{R} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \\ & + \frac{2\nu}{R} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) w + \frac{\nu h^2}{6R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \frac{(1-\nu)}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \\ & + \frac{(1-\nu)}{2R^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{(1-\nu)h^2}{6R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right)^2 \\ & \left. + \frac{(1-\nu)}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \right] dx d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

세 방향 변위는 원주 방향 n 개의 절점을 가지는 함수들로 다음과 같이 급수 전개할 수 있다.

$$u(x, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x, \theta, t), \quad v(x, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n(x, \theta, t)$$

$$w(x, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} w_n(x, \theta, t) \quad (6a-c)$$

$n=0$ 인 경우는 실린더 쉘 전체가 움직이는 경우로 본 연구의 범위에서 벗어난다. 따라서 $n \geq 1$ 인 경우만을 고려한다. 원주 방향의 n 번째 모드는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_n(x, \theta, t) = \Phi_u(x) [\cos n\theta q_{nuc}(t) + \sin n\theta q_{nuc}(t)] \quad (7a)$$

$$v_n(x, \theta, t) = \Phi_v(x) [\sin n\theta q_{nvs}(t) + \cos n\theta q_{nvs}(t)] \quad (7b)$$

$$w_n(x, \theta, t) = \Phi_w(x) [\cos n\theta q_{nws}(t) + \sin n\theta q_{nws}(t)] \quad (7c)$$

여기서 $\Phi_u(x), \Phi_v(x), \Phi_w(x)$ 는 각 방향의 허용함수

벡터, $q_{nuc}(t), q_{nus}(t), q_{nvs}(t), q_{nvc}(t), q_{nwc}(t), q_{nws}(t)$ 는 각 방향의 일반 변위 벡터를 나타낸다.

식 (6)을 식 (1)과 식 (5)에 대입하기 전에 수치해석의 용이성을 위해 다음과 같은 무차원 변수를 도입해 보자.

$$\xi = x/L, \quad \alpha = L/R, \quad \beta = h/R \quad (8a,b,c)$$

n 번째의 함수들로 급수 전개한 것을 고려하면 운동에너지와 탄성에너지 역시 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T = \sum_{n=0}^{\infty} T_n, \quad V = \sum_{n=0}^{\infty} V_n \quad (9a,b)$$

식 (8)을 고려하고 식 (6)을 식 (1)과 식 (5)에 대입하면 원주방향의 $n(\geq 1)$ 번째 모드에 대해 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 유도된다.

$$T_n = \frac{1}{2} \rho R h L \pi \left(\dot{q}_{nuc}^T M_{uu} \dot{q}_{nuc} + \dot{q}_{nvs}^T M_{vv} \dot{q}_{nvs} + \dot{q}_{nwc}^T M_{ww} \dot{q}_{nwc} + \dot{q}_{nws}^T M_{uu} \dot{q}_{nws} + \dot{q}_{nvc}^T M_{vv} \dot{q}_{nvc} + \dot{q}_{nws}^T M_{ww} \dot{q}_{nws} \right) \quad (10)$$

$$V_n = \frac{\pi E R h}{(1-\nu^2)L} \left(\frac{1}{2} q_{nuc}^T K_{nuu} q_{nuc} + \frac{1}{2} q_{nvs}^T K_{nvv} q_{nvs} + \frac{1}{2} q_{nwc}^T K_{nww} q_{nwc} + q_{nuc}^T K_{nvv} q_{nvs} + q_{nvs}^T K_{nvw} q_{nwc} + q_{nuc}^T K_{nvw} q_{nwc} + \frac{1}{2} q_{nws}^T K_{nuu} q_{nws} + \frac{1}{2} q_{nvc}^T K_{nvv} q_{nvc} + \frac{1}{2} q_{nws}^T K_{nww} q_{nws} + q_{nws}^T K_{nvv} q_{nvc} + q_{nvc}^T K_{nvw} q_{nws} + q_{nws}^T K_{nvw} q_{nws} \right) \quad (11)$$

여기서

$$M_{uu} = \Phi_{uu}, \quad M_{vv} = \Phi_{vv}, \quad M_{ww} = \Phi_{ww} \quad (12a-c)$$

$$K_{nuu} = \bar{\Phi}_{uu} + (1-\nu)\alpha^2 n^2 \Phi_{uu} / 2 \quad (12d)$$

$$K_{nvv} = \alpha^2 n^2 \Phi_{vv} + (1-\nu)\bar{\Phi}_{vv} / 2 \quad (12e)$$

$$K_{nww} = \alpha^2 \Phi_{ww} + \frac{\beta^2}{12} \left(\frac{\hat{\Phi}_{ww}}{\alpha^2} + \alpha^2 n^4 \Phi_{ww} - 2\nu n^2 \bar{\Phi}_{ww} + 2(1-\nu)n^2 \bar{\Phi}_{vv} \right) \quad (12f)$$

$$K_{nvv} = \nu n \alpha \bar{\Phi}_{vv} - \frac{(1-\nu)\alpha n}{2} \hat{\Phi}_{vv} \quad (12g)$$

$$K_{nww} = \nu \alpha \bar{\Phi}_{ww}, \quad K_{nvv} = \alpha^2 n \Phi_{vv} \quad (12h,i)$$

그리고

$$\Phi_{uu} = \int_0^1 \Phi_u^T \Phi_u d\xi, \quad \Phi_{vv} = \int_0^1 \Phi_v^T \Phi_v d\xi \quad (13a,b)$$

$$\Phi_{ww} = \int_0^1 \Phi_w^T \Phi_w d\xi, \quad \Phi_{vv} = \int_0^1 \Phi_v^T \Phi_v d\xi \quad (13c,d)$$

$$\bar{\Phi}_{uu} = \int_0^1 \Phi_u^T \Phi_u d\xi, \quad \bar{\Phi}_{vv} = \int_0^1 \Phi_v^T \Phi_v d\xi \quad (13e,f)$$

$$\bar{\Phi}_{ww} = \int_0^1 \Phi_w^T \Phi_w d\xi, \quad \bar{\Phi}_{vv} = \int_0^1 \Phi_v^T \Phi_v d\xi \quad (13g,h)$$

$$\tilde{\Phi}_{ww} = \int_0^1 \Phi_w^T \Phi_w d\xi, \quad \tilde{\Phi}_{vv} = \int_0^1 \Phi_v^T \Phi_v d\xi \quad (13i,j)$$

$$\hat{\Phi}_{ww} = \int_0^1 \Phi_w^T \Phi_w d\xi, \quad \hat{\Phi}_{vv} = \int_0^1 \Phi_v^T \Phi_v d\xi \quad (13k,l)$$

식 (10)과 (11)을 라그랑지 방정식에 대입하면 다음과 같은 운동 방정식이 유도된다.

$$(\rho R h L \pi) M \ddot{q}_{nk} + \frac{E R h \pi}{(1-\nu^2)L} K_n q_{nk} = Q_{nk}, \quad k = 1, 2 \quad (14)$$

여기서

$$q_{n1}(t) = [q_{nuc}^T \ q_{nvs}^T \ q_{nwc}^T]^T, \quad q_{n2}(t) = [q_{nws}^T \ q_{nvc}^T \ q_{nws}^T]^T \quad (15a,b)$$

는 일반화된 변위 벡터를 나타내며

$$Q_{n1}(t) = [Q_{nuc}^T \ Q_{nvs}^T \ Q_{nwc}^T]^T, \quad Q_{n2}(t) = [Q_{nws}^T \ Q_{nvc}^T \ Q_{nws}^T]^T \quad (15c,d)$$

는 일반력을 나타내고

$$M = \begin{bmatrix} M_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & M_{vv} & 0 \\ 0 & 0 & M_{ww} \end{bmatrix}, \quad K_n = \begin{bmatrix} K_{nuu} & K_{nvv} & K_{nvw} \\ K_{nvv}^T & K_{nvv} & K_{nvw} \\ K_{nvw}^T & K_{nvw} & K_{nww} \end{bmatrix} \quad (15e,f)$$

무차원 진동수를 도입하면 고유치 문제는 다음과 같은 식으로 귀결된다.

$$|K_n - \Omega^2 M| = 0 \quad (16)$$

여기서

$$\Omega^2 = \rho(1-\nu^2)L^2 \omega^2 / E \quad (17)$$

본 연구에서 실험에 사용할 실린더형 쉘은 양단에 지지판이 부착되어 있다. 이와 같은 경계조건은 Shear diaphragm 조건과 유사하다고 판단되어 경계조건을 다음과 같은 Shear Diaphragm의 경계 조건으로 가정하였다.

$$u = w = M_x = N_x = 0 \quad (18)$$

이와 같은 경계조건을 만족하는 허용함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Phi_u(\xi) = \sqrt{2} \cos i\pi\xi, \quad \Phi_v(\xi) = \Phi_w(\xi) = \sqrt{2} \sin i\pi\xi \quad (19)$$

식 (19)를 식 (13)에 대입하고 이를 식 (12)에 대입하면 식 (15)의 질량행렬과 강성행렬을 구할 수 있다. 수치해석을 수행한 결과는 고유진동수가 479 Hz (3,1), 549 Hz (4,1), 767 Hz (2,1), 792 Hz (5,1), 1005 Hz (5,2), 1342 Hz (3,2), 1124 Hz (6,1)로 나타났다. 여기서 괄호 안의 숫자는 원주방향 n 값과 그 원주방향모드에서의 차수이다. 첫 번째 진동 모드를 보여주는 것이 다음 그림이다[15].

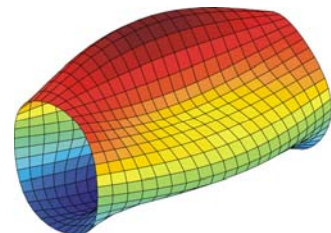


Fig. 2 First mode shape: (3,1) 479Hz

3. 능동진동 제어기의 설계

Piezoceramic 액츄에이터를 pin-force 로 가정하면, MFC 액츄에이터 주변의 분산된 힘은 다음과 같이 나타낼 수 있다[15].

$$f_{pa}^i = E_p d_{33} V_{pa}^i, \quad (20)$$

여기서 E_p 는 영의 계수, d_{33} 는 압전상수, 그리고 V_{pa}^i 는 MFC 액츄에이터에 인가된 전압을 의미한다. 만약 MFC 액츄에이터가 쉘의 길이방향으로 부착되어 있다면, 그에 해당하는 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{u} = u - \left(\frac{h}{2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \quad (21)$$

식 (20)와 (21)을 사용하여 $n(\geq 1)$ 원주방향 모드에 대한 가상 일을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta W_{Ln}^i = \delta q_{muc}^T (b_{Lanuc}^i)^T V_{pa}^i + \delta q_{nwc}^T (b_{Lanwc}^i)^T V_{pa}^i + \delta q_{nus}^T (b_{Lanus}^i)^T V_{pa}^i + \delta q_{nws}^T (b_{Lanws}^i)^T V_{pa}^i \quad (22)$$

여기서

$$b_{Lanuc}^i = \frac{E_p d_{33} R}{n} (\sin n\theta_{pae}^i - \sin n\theta_{pas}^i) [\Phi_u(x_{pae}^i) - \Phi_u(x_{pas}^i)] \quad (23a)$$

$$b_{Lanwc}^i = -\frac{E_p d_{33} Rh}{2n} (\sin n\theta_{pae}^i - \sin n\theta_{pas}^i) \left[\frac{d\Phi_w(x_{pae}^i)}{dx} - \frac{d\Phi_w(x_{pas}^i)}{dx} \right] \quad (23b)$$

$$b_{Lanus}^i = -\frac{E_p d_{33} R}{n} (\cos n\theta_{pae}^i - \cos n\theta_{pas}^i) [\Phi_u(x_{pae}^i) - \Phi_u(x_{pas}^i)] \quad (23c)$$

$$b_{Lanws}^i = \frac{E_p d_{33} Rh}{2n} (\cos n\theta_{pae}^i - \cos n\theta_{pas}^i) \left[\frac{d\Phi_w(x_{pae}^i)}{dx} - \frac{d\Phi_w(x_{pas}^i)}{dx} \right] \quad (23d)$$

그리고 쉘 방정식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$V_L^i = -\frac{1}{C_{ci}} [b_{Ls0u}^i q_{0u} + b_{Ls0w}^i q_{0w} + \sum_{n=1}^{\infty} (b_{Lsnuc}^i q_{nuc} + b_{Lsnwc}^i q_{nwc} + b_{Lsnus}^i q_{nus} + b_{Lsnws}^i q_{nws})] \quad (24)$$

여기서 C_c 는 charge amp 의 캐패시터를 나타낸다. 그리고

$$b_{Ls0n}^i = E_p d_{33} R (\theta_{pse}^i - \theta_{pss}^i) [\Phi_u(x_{pse}^i) - \Phi_u(x_{pss}^i)]$$

$$b_{Ls0wc}^i = -\frac{E_p d_{33} Rh}{2} (\theta_{pse}^i - \theta_{pss}^i) \left[\frac{d\Phi_w(x_{pse}^i)}{dx} - \frac{d\Phi_w(x_{pss}^i)}{dx} \right]$$

$$b_{Lsnuc}^i = \frac{E_p d_{33} R}{n} (\sin n\theta_{pse}^i - \sin n\theta_{pss}^i) [\Phi_u(x_{pse}^i) - \Phi_u(x_{pss}^i)] \quad (25a-c)$$

$$b_{Lsnwc}^i = -\frac{E_p d_{33} Rh}{2n} (\sin n\theta_{pse}^i - \sin n\theta_{pss}^i) \left[\frac{d\Phi_w(x_{pse}^i)}{dx} - \frac{d\Phi_w(x_{pss}^i)}{dx} \right] \quad (25d)$$

$$b_{Lsnus}^i = -\frac{E_p d_{33} R}{n} (\cos n\theta_{pse}^i - \cos n\theta_{pss}^i) [\Phi_u(x_{pse}^i) - \Phi_u(x_{pss}^i)] \quad (25e)$$

$$b_{Lsnws}^i = \frac{E_p d_{33} Rh}{2n} (\cos n\theta_{pse}^i - \cos n\theta_{pss}^i) \left[\frac{d\Phi_w(x_{pse}^i)}{dx} - \frac{d\Phi_w(x_{pss}^i)}{dx} \right] \quad (25f)$$

만약 MFC 액츄에이터가 쉘의 원주방향으로 부착되어 있다면, 변위는 다른 형태로 표현할 수 있다:

$$\bar{v} = v + w\theta - \left(\frac{h}{2R} \right) \frac{\partial w}{\partial \theta} \quad (26)$$

식(20)과 (26)를 사용하여 $n(\geq 1)$ 원주방향 모드 가상 일을 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta W_{Cn}^i = \delta q_{nvs}^T (b_{Canvs}^i)^T V_{pa}^i + \delta q_{nwc}^T (b_{Canwc}^i)^T V_{pa}^i + \delta q_{nvc}^T (b_{Canvc}^i)^T V_{pa}^i + \delta q_{nws}^T (b_{Canws}^i)^T V_{pa}^i \quad (27)$$

여기서

$$b_{Canvs}^i = E_p d_{33} (\sin n\theta_{pae}^i - \sin n\theta_{pas}^i) \int_{x_{pas}^i}^{x_{pae}^i} \Phi_v dx \quad (28a)$$

$$b_{Canwc}^i = E_p d_{33} [(\theta_{pae}^i \cos n\theta_{pae}^i - \theta_{pas}^i \cos n\theta_{pas}^i) + \frac{nh}{2R} (\sin n\theta_{pae}^i - \sin n\theta_{pas}^i)] \int_{x_{pas}^i}^{x_{pae}^i} \Phi_w dx \quad (28b)$$

$$b_{Canvc}^i = E_p d_{33} (\cos n\theta_{pae}^i - \cos n\theta_{pas}^i) \int_{x_{pas}^i}^{x_{pae}^i} \Phi_v dx \quad (28c)$$

$$b_{Canws}^i = E_p d_{33} [(\theta_{pae}^i \sin n\theta_{pae}^i - \theta_{pas}^i \sin n\theta_{pas}^i) - \frac{nh}{2R} (\cos n\theta_{pae}^i - \cos n\theta_{pas}^i)] \int_{x_{pas}^i}^{x_{pae}^i} \Phi_w dx \quad (28d)$$

그리고 쉘 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_c^i = -\frac{1}{C_{ci}} [b_{Cs0v}^i q_{0v} + b_{Cs0w}^i q_{0w}] + \sum_{n=1}^{\infty} (b_{Csmvs}^i q_{mvs} + b_{Csmvc}^i q_{mvc} + b_{Csmvs}^i q_{mvs} + b_{Csmvs}^i q_{mvs}) \quad (29)$$

여기서

$$b_{Cs0v}^i = E_p d_{33} (\theta_{pse}^i - \theta_{pss}^i) \int_{x_{pss}^i}^{x_{pse}^i} \Phi_v dx \quad (30a)$$

$$b_{Cs0w}^i = E_p d_{33} (\theta_{pse}^i - \theta_{pss}^i) \int_{x_{pss}^i}^{x_{pse}^i} \Phi_w dx \quad (30b)$$

$$b_{Csmvs}^i = E_p d_{33} (\sin n\theta_{pse}^i - \sin n\theta_{pss}^i) \int_{x_{pss}^i}^{x_{pse}^i} \Phi_v dx \quad (30c)$$

$$b_{Csmvc}^i = E_p d_{33} [(\theta_{pse}^i \cos n\theta_{pse}^i - \theta_{pss}^i \cos n\theta_{pss}^i) + \frac{nh}{2R} (\sin n\theta_{pse}^i - \sin n\theta_{pss}^i)] \int_{x_{pss}^i}^{x_{pse}^i} \Phi_w dx \quad (30d)$$

$$b_{Csmvc}^i = E_p d_{33} (\cos n\theta_{pse}^i - \cos n\theta_{pss}^i) \int_{x_{pss}^i}^{x_{pse}^i} \Phi_v dx \quad (30e)$$

$$b_{Csmvs}^i = E_p d_{33} [(\theta_{pse}^i \sin n\theta_{pse}^i - \theta_{pss}^i \sin n\theta_{pss}^i) - \frac{nh}{2R} (\cos n\theta_{pse}^i - \cos n\theta_{pss}^i)] \int_{x_{pss}^i}^{x_{pse}^i} \Phi_w dx \quad (30f)$$

식(22)과 (27)을 사용하면 n 번째 모드의 운동방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$(\rho R h L \pi) M^* \ddot{q}_n + \frac{ERh\pi}{(1-\nu^2)L} K_n^* q_n = B_n^* V_{ps} \quad (31)$$

여기서 $q_n(t) = [q_{n1}^T, q_{n2}^T]^T$ 는 $\cos n\theta$ 와 $\sin n\theta$ 에 관련된 일반 벡터들을 합해놓은 일반 벡터이다. 그리고

$$M^* = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}, \quad K_n^* = \begin{bmatrix} K_n & 0 \\ 0 & K_n \end{bmatrix} \quad (32)$$

또한 센서방정식(24)과 (29)를 이용하면 센서방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_{ps} = C_n^* q_n \quad (33)$$

첫 번째 MFC 액츄에이터가 길이방향으로 부착되어 있고 두 번째 MFC 액츄에이터가 원주 방향으로 부착되어 있다고 한다면 식 (31)과 (33)의 계수 행렬이 식 (34)와 같이 표현된다. 운동방정식 (31)과 감지기 방정식 (33)은 n 차 하나의 원주 모드에 대한 식이기 때문에 제어기 설계에 적합하지 못하다. 본 연구에서는 각 n 에 대한 고유치 문제를 먼저 해석하고 최저차 모드에 대한 정보를 획득하였다. 최저차 두 개의 모드에 대해 두 개의 MFC 작동기를 이용해 능동진동제어기를 설계하였다. 먼저 고유벡터를 이용해 각 n 의 운동방정식을 모달 방정식 (35)로 변환하였다.

$$B_n^* = \begin{bmatrix} (b_{Lanuc}^1)^T & 0 & \dots \\ 0 & (b_{Canvs}^2)^T & \dots \\ (b_{Lanvc}^1)^T & (b_{Canvc}^2)^T & \dots \\ (b_{Lanus}^1)^T & 0 & \dots \\ 0 & (b_{Canvc}^2)^T & \dots \\ (b_{Lanvs}^1)^T & (b_{Canvs}^2)^T & \dots \end{bmatrix} \quad (34a)$$

$$C_n^* = - \begin{bmatrix} b_{Lsmuc}^1 / C_{c1} & 0 & b_{Lsmvc}^1 / C_{c1} \\ 0 & b_{Csmvs}^2 / C_{c2} & b_{Csmvc}^2 / C_{c2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{Lsmuc}^1 / C_{c1} & 0 & b_{Lsmvc}^1 / C_{c1} \\ 0 & b_{Csmvs}^2 / C_{c2} & b_{Csmvc}^2 / C_{c2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (34b)$$

$$\ddot{P} + 2Z^* \Omega^* P + \Lambda^* P = B_a^* v_a \quad (35)$$

$$v_s = C_p^* P$$

여기서 $P = [p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}]^T$ 로 두 개의 진동 모드에 대한 일반좌표계를 의미한다. 각 모드에 대해서 \cos 과 \sin 모드 두 개의 원주 모드가 존재하기 때문에 실제로는 네 개의 모드에 대한 제어 방정식이 유도된다. Z^* 는 각 모드에 대한 감쇠계수로 이루어진 행렬, Ω^* 는 고유진동수로 이루어진 대각 행렬, 그리고 Λ^* 는 고유진동수의 제곱으로 이루어진 대각 행렬이다. B_a^* 와 C_p^* 는 고유벡터를 이용해 재계산된 영향계수들이다.

이 식을 바탕으로 두 개의 모드를 제어할 수 있는 양변위피드백제어기를 참고문헌[17,18]의 결과를 고려하여 설계하였다. 이와 같이 설계된 제어기를 적용한 결과가 다음 그림 3 과 같다. 그림에서 알 수 있듯이 공진모드인 479Hz, 549Hz, 767Hz 에서 공진 진폭 값이 감소함을 확인할 수 있다. 따라서 이론적으로 쉘 구조물의 능동진동제어가 가능함을 알 수 있다.

4. 토의 및 결론

본 연구에서는 실린더형 쉘 구조물의 동적 모델링 방법과 능동진동제어를 위한 MFC 작동기의 이론적 모델링 방법에 대해 토론하였다. 동적 모델링을 위해서 Rayleigh-Ritz 방법을 이용하였으며, 이를 통해 각 원주방향의 모드에 대한 운동방정식을 유도하였다. 또한 MFC 작동기의 이론적 모

델링을 위해 pin-force 모델로 가정하여 센서방정식을 유도하고 MFC 가 부착된 원통형 셸의 운동방정식을 구할 수 있었다. 유도한 동적 모델을 이용하여 고유진동수와 고유모드를 계산하였으며, 축소된 운동방정식을 바탕으로 양변위되먹임제어를 설계하였다. 능동진동제어를 이론 모델에 적용한 결과 셸 구조물의 고유 진동 모드를 능동적으로 제어할 수 있음을 확인하였다.

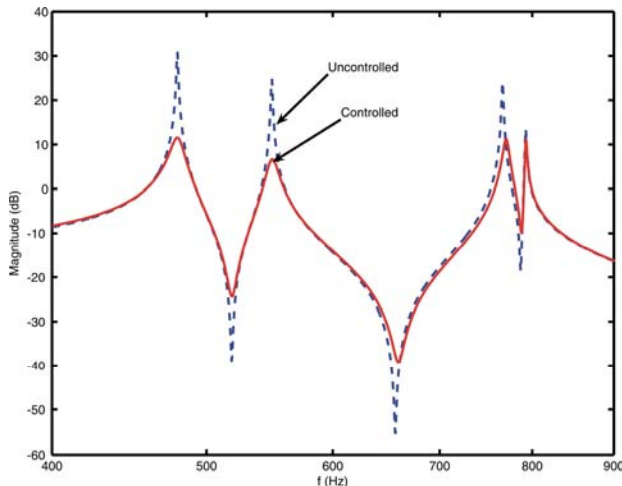


Fig. 3 Theoretical Result by MIMO PPF Control

후 기

본 연구는 국방과학연구소가 지원하는 수중운 동특화 연구센터의 수중/구조진동 연구실의 지원으로 이루어졌다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Arnold, R.N. and Waburton, G.B., 1949, "Flexural Vibrations of the Walls of Thin Cylindrical Shells having Freely Supported Ends," Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 197, pp. 238-256.
- (2) Leissa, A., 1993, Vibration of Shells, Acoustical Society of America, Originally issued by NASA, 1973.
- (3) Yuan, J. and Dickinson, S.M., "The Free Vibration of Circularly Cylindrical Shell and Plate Systems," Journal of Sound and Vibration, Vol. 175, No. 2, pp. 241-263.
- (4) Markus, S., 1988, The Mechanics of Vibrations of Cylindrical Shells, Studies in Applied Mechanics 17, Elsevier.
- (5) 임정식, 1996, "일단고정-일단자유 원통 셸의 진동 해석," 한국소음진동공학회지, 제 6 권 제 1 호, pp. 45-56.

- (6) 임정식, 이영신, 1996, "원판 덮개를 갖는 고정-자유 원통셸의 고유진동 해석," 한국소음진동공학회지, 제 6 권 제 6 호, pp. 801-818.
- (7) 한창환, 이영신, 2002, "양단이 고정지지된 연속 원통셸의 진동특성 해석," 한국소음진동공학회지, 제 12 권 제 2 호, pp. 97-107.
- (8) 문덕홍, 여동준, 1994, "전달영향계수법에 의한 탄성지지를 갖는 원통형 셸구조물의 자유진동해석," 한국소음진동공학회지, 제 4 권 제 4 호, pp. 469-478.
- (9) Tzou, H.S. Zhong, J.P. and Hollkamp, J.J., 1994, "Spatially Distributed Orthogonal Piezoelectric Shell Actuator: Theory and Applications," Journal of Sound and Vibration, Vol. 188, pp. 363-378.
- (10) Lester, H.C. and Lefebvre, S., 1991, "Piezoelectric Actuator Models for Active Sound and Vibration Control of Cylinders," Proceedings of the Conference on Recent Advances in Active Control of Sound and Vibration, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, pp. 3-26.
- (11) Sonti, V.R. and Jones, J.D., 1991, "Active Vibration Control of Thin Cylindrical Shells Using Piezoelectric Actuators," Proceedings of the Conference on Recent Advances in Active Control of Sound and Vibration, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, pp. 27-38.
- (12) Clark, R.L. and Fuller, C.R., 1991, "Active Control of Structurally Radiated Sound from an Enclosed Finite Cylinder," Proceedings of the Conference on Recent Advances in Active Control of Sound and Vibration, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, pp. 380-402.
- (13) <http://www.smart-material.com>
- (14) 손정우, 김홍수, 최승복, 2005, "MFC 작동기를 이용한 스마트 Hull 구조물의 능동진동제어," 한국소음진동공학회지, 제 15 권 제 12 호, pp. 1408-1415.
- (15) 정문산, 광문규, 배병찬, "실린더 셸 구조물의 동적 모델링과 능동진동제어기 설계" 한국소음진동공학회 2006 년 추계학술대회 논문집.
- (16) 광문규, 배병찬, 정문산, "MFC 작동기를 이용한 실린더 셸의 능동진동제어 실험" 한국소음진동공학회 2006 년 추계학술대회 논문집.
- (17) 광문규, 1995, "압전재료를 이용한 지능구조물의 능동진동제어," 한국소음진동공학회지, 제 5 권, 제 3 호, pp. 292-302.
- (18) 광문규, 2005, "블록 역행렬 기법에 의한 다중 입출력 양변위 되먹임제어기의 설계", 한국소음진동공학회지, 제 15 권, 제 9 호, pp1037-1044.