

# 적합직교모드를 이용한 동적모드 AFM의 비선형 모델링

## Nonlinear Modeling of Dynamic AFM Using Proper Orthogonal Modes

홍 상 혁† · 이 수 일\*  
Sang Hyuk Hong and Soo Il Lee

**Key Words** : Proper Orthogonal Mode(적합직교모드), AFM(원자현미경), Dynamic Mode(동적모드)

### ABSTRACT

The proper orthogonal decomposition(POD) is used to the modal analysis of microcantilever of dynamic mode atomic force microscopy(AFM). The proper orthogonal modes(POM) are extracted from vibrating signals of microcantilever when it resonates and taps the sample. The POMs resemble the linear normal modes(LNM) of cantilever vibrating at each resonance frequency. Some of POMs in tapping microcantilever show quite different shapes from the POMs of the resonating microcantilever. Also this POMs can be applied to model for the complex nonlinear behavior of the dynamic mode AFM microcantilevers.

## 1. 서론

원자현미경(AFM: Atomic Force Microscopy)은 나노 단위의 분해능을 가지는 정밀한 측정 장비로서 마이크로캔틸레버 끝에 달려 있는 탐침을 시료 표면에 접근시켜 마이크로캔틸레버의 정적 변형이나 동적 특성을 이용하여 시료의 표면 형상, 재질 특성 등을 측정한다. 측정 방식으로 정적 변형을 이용한 접촉모드(contact mode), 동적 특성을 이용한 비접촉모드(noncontact mode), 탭핑 모드(tapping mode) 등이 있다. 이중에 동적 모드(비접촉, 탭핑모드)가 물질의 특성 등의 여러가지 물리량을 규명하는데 많은 정보를 가지고 있기 때문에 현재까지 많은 연구자들이 AFM 마이크로캔틸레버의 동특성 해석을 시도하고 있다.[1-6]

적합직교분해법(POD: Proper Orthogonal Decomposition) [7-11]은 Karhunen-Loeve 변환으로도 불리며 역학 및 진동 분야의 실험적 해석방법으로 유용하게 이용되고 있다. 충격에 의한 보의 진동해석, 마찰이 있는 가진 시스템의 모드 해석 등에 POD 방법을 적용하여 해석하였다. 특히 충격에 의한 보의 진동을 POD로 해석한 경우, 캔틸레버 끝단에 충격에 의해 발생하는 복잡한 진동 현상을 몇 개의 적합직교모드(POM: Proper Orthogonal Modes)를 이용해 해석한 결과를 보여주고 있으며, 이러한 응용 예에 의하면

AFM 마이크로캔틸레버 탐침 끝단에서의 복잡한 진동 특성을 POM을 이용해서 해석할 수 있음을 보여주고 있다.

본 연구에서는 AFM 마이크로캔틸레버의 공진할 때의 신호와 탭핑 시의 응답을 측정해서 POM을 추출함으로써 동적모드 AFM의 모델링을 위한 해석적인 접근을 시도하였다. Olympus사의 마이크로캔틸레버(OMCL-AC240TS)를 AFM 시스템(XE-100™)에 장착한 다음 공진시의 신호와 HOPG(Highly oriented pyrolytic graphite)시료 표면을 탭핑할 때의 신호를 측정하여 주파수 영역 해석을 수행하고 POM를 추출하였다. 따라서 동적 모드 AFM 마이크로캔틸레버의 비선형성을 해석하기 위한 방법으로써의 POD에 대한 가능성을 제시하였다.

## 2. 적합직교분해법

적합직교분해법(POD: Proper Orthogonal Decomposition)은 통계적인 방식으로, 여러 가지 복잡한 물리 현상을 실험에 의해 해석하는데 유용한 방법이다. 이산계의 경우 POD는 특이값 분해(SVD: singular value decomposition)와 유사하다. 일반적인 계의 주어진 영역  $\Omega$ 에서 시간과 공간에 대한 신호를  $v(x,t)$ 라 하자. 실제로 어떠한 시간  $t_i$ 에서, 공간에 대해 유한개의 점을 설정해 주고 샘플링한 신호의 형상을  $v_i(x)$ 라 하면 POD는 샘플링한 형상(snapshot)과 원래 구조 고유의 진동 모드에 가장 가깝도록 하는 최적의  $\phi(x)$ 를 구하게 된다. 식으로 나타내면 다음과 같다.

† 서울대학교 대학원 기계항공공학부  
E-mail : hughie13@snu.ac.kr  
Tel : (02) 880-7152, Fax : (02) 876-9493

\* 서울시립대학교 기계정보공학과

$$\text{Minimize } \lambda = \sum_{i=1}^n (\phi(x) - v_i(x))^2 \quad \forall x \in \Omega \quad (1)$$

한편 식(1)을 최대값문제로 바꾸면 다음과 같다.

Maximize

$$\left\{ \lambda = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \int_{\Omega} \phi(x) v_n(x) d\Omega \right)^2}{\int_{\Omega} \phi(x) v_n(x) d\Omega} \right\} \quad \forall x \in \Omega \quad (2)$$

결국 최적화 문제는 적분고유치문제로 바뀐다.

$$\int_{\Omega} K(x, x') \phi(x') dx' = \lambda \phi(x') \quad (3)$$

$$K(x, x') = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i(x) v_i(x')$$

여기서 구한 양의 실수인 고유값  $\lambda^i$ 에 대한 유한개의 직교해  $\phi^i(x)$ 를 적합직교모드(POM: Proper Orthogonal Modes)라고 한다. 또 적분고유치문제를  $(m \times m)$  관계행렬의 고유해를 구하는 문제로 나타낼 수 있다.

$$G = \begin{bmatrix} K(x_1, x_1) & \cdots & K(x_1, x_m) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ K(x_m, x_1) & \cdots & K(x_m, x_m) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$m$  개의 자유도를 가지고 시간에 대해  $n$  개의 샘플링을 한 신호를 나타내면 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} q_1(t_1) & \cdots & q_1(t_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ q_m(t_1) & \cdots & q_m(t_n) \end{bmatrix} \quad (5)$$

이 때 다음 같은 관계가 성립하고  $G = \left(\frac{1}{n}\right) QQ^T$

POD은  $G$ 의 고유벡터가 된다.

$(m \times n)$  행렬  $Q$ 에 대해

$$Q = U \Sigma V^T \quad (6)$$

$$QQ^T = U \Sigma^2 U^T, \quad Q^T Q = V \Sigma^2 V^T$$

위와 같이 나타내면  $U$ 는  $(m \times m)$  정규직교행렬이면서 열은 좌특이벡터를 구성하고,  $\Sigma$ 는  $(m \times n)$  유사 대각행렬,  $V$ 는  $(n \times n)$  정규직교행렬이면서 열은 우특이벡터를 구성한다. 따라서 관계행렬  $G = \left(\frac{1}{n}\right) QQ^T$ 의 고유벡터인 POD는 행렬  $Q$ 의 좌특이벡터가 된다. 따라서 행렬  $Q$ 의 SVD로 POD를 구할 수 있다.

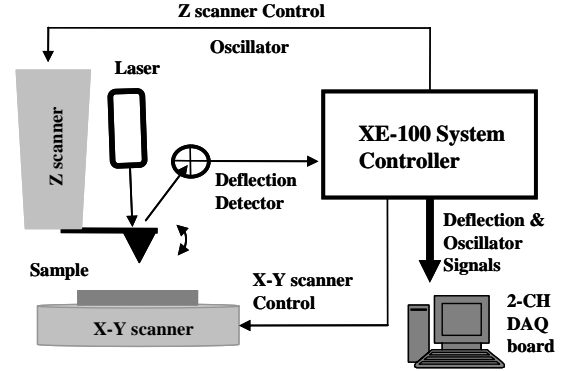


Fig. 1 Experiment Setup

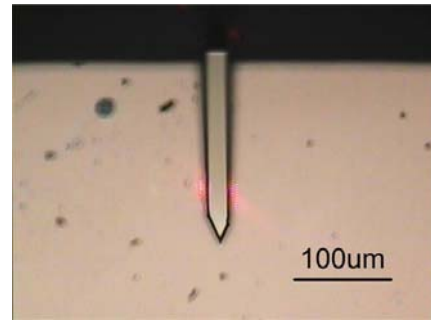


Fig. 2 Atomic Force Microscopy microcantilever in measurement (OLYMPUS™ OMCL-AC240TS)

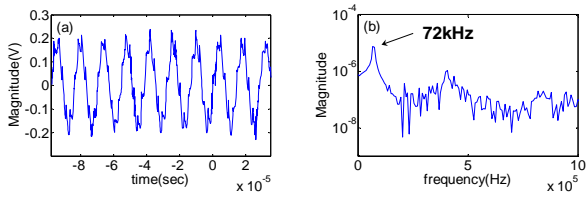
Table 1

Constants and properties of the microcantilevers

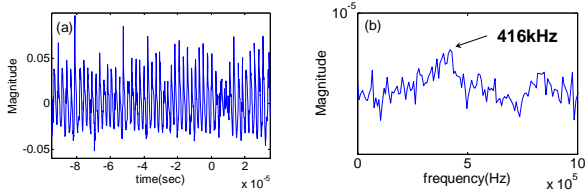
Description	OMCL-AC240TS
Tip radius (nm) R	10
Tip height (um) H	14
Cantilever thickness (nm) T	2.8
Cantilever length (um) L	240
Cantilever width (um) W	30
Spring constant (N/m) k	1.8
resonant frequency (kHz) $f_0$	70

### 3. AFM 실험

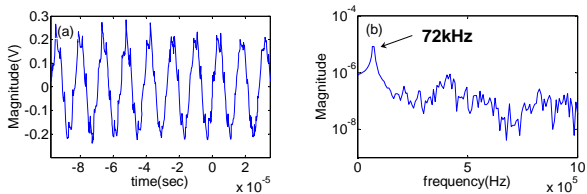
Fig.1은 AFM 마이크로칸틸레버 탐침의 변위를 측정하기 위한 실험 장치를 나타낸 것이다. 본 실험에서는 PSIA사의 XE-100 AFM System을 이용했으며, XE-100 System controller에서 추출한 실시간 진동 신호 캡처를 위하여 NI사의 2-channel 고속 데이터 획득장치(NI-5122)를 PC에 장착하여 사용하였다. 여기에 사용된 마이크로칸틸레버는 길이가 길고 작은 스프링 상수를 가지고 있어서 비교적 낮은 고유주파수를 가지는 Olympus사의 마이크로칸틸레버(Fig.2, Table1 OMCL-AC240TS)를 이용해 실험을 수행하였다.



**Fig. 3** Measured real-time tip deflection signal and its auto-spectrum: when the tip oscillates without sample at the first natural frequency(72kHz)



**Fig. 4** Measured real-time tip deflection signal and its auto-spectrum: when the tip oscillates without sample at the second natural frequency(416kHz)

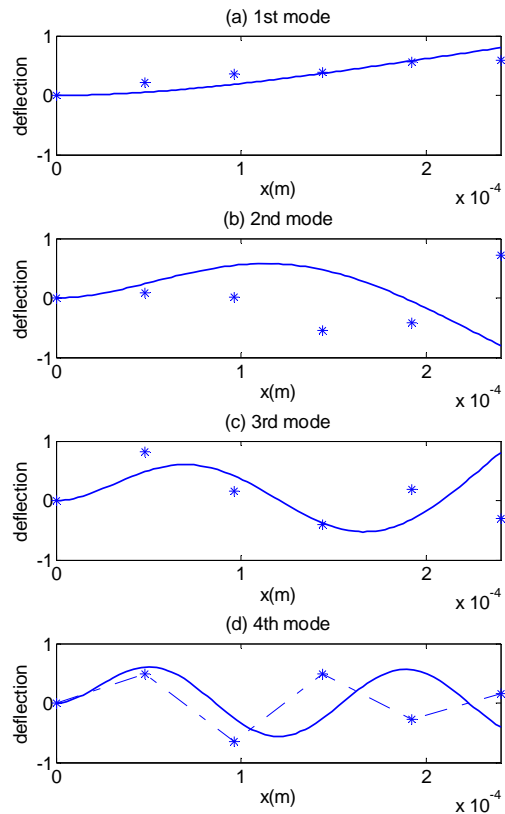


**Fig. 5** Measured real-time tip deflection signal and its auto-spectrum: when the tip taps the sample at the first natural frequency(72kHz)

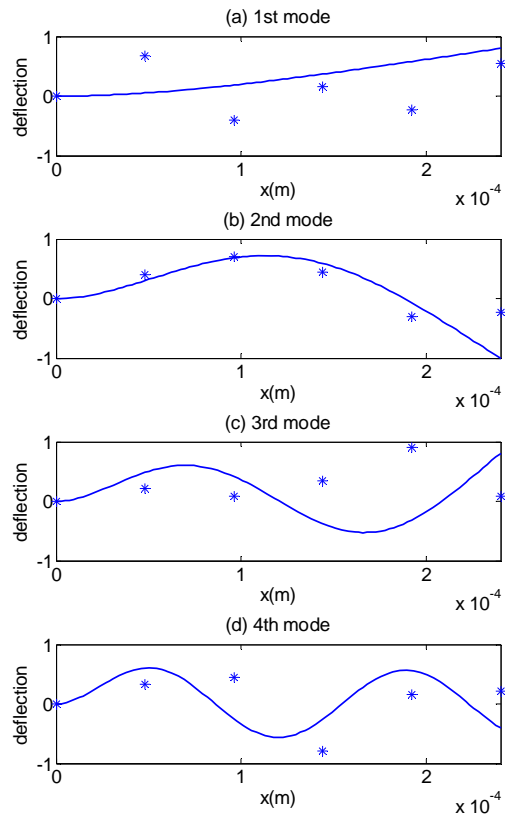
마이크로캔틸레버를 동일한 간격으로 5 점을 설정한 다음, 각 점에 대하여 진동신호를 얻었다. 각 측정신호의 위상을 일치시키기 위해 Oscillator 신호의 위상에 맞추어 5 점에서의 모든 측정 데이터를 동기화하였다. Fig.3, 4, 5 는 모두 끝단에 위치한 점에서 측정한 신호에 대한 그림이다. Fig.3 과 Fig.4 는 각각 첫 번째, 두 번째 고유주파수로 마이크로캔틸레버를 가진했을 때, 공진 상태에서 측정한 탐침의 실시간 진동 신호와 파워스펙트럼이다. Fig.5 는 첫 번째 고유주파수로 마이크로캔틸레버를 가진한 상태에서 HOPG (Highly oriented pyrolytic graphite) 시료 표면을 탭핑할 때의 신호와 파워스펙트럼이다.

#### 4. 적합식교모드 추출

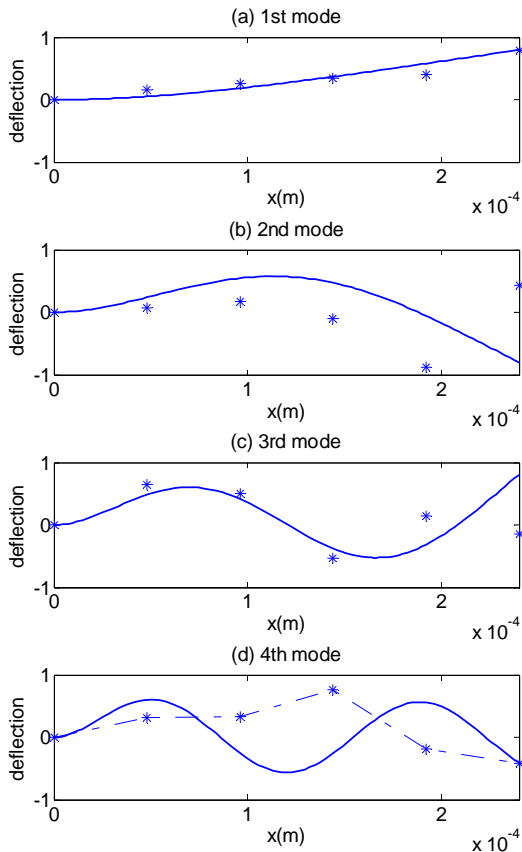
AFM 마이크로캔틸레버의 5 점에 대한 진동신호에 대해, 첫 번째와 두 번째 고유주파수로 가진해서 공진 상태인 경우(Fig.6, 7), 첫 번째 고유주파수로 가진하면서 탭핑이 일어난 경우(Fig.8) 각각에 대해 POM 을 추출하였다. 실선은 외팔보의 모드형상을 나타내고 \*는 추출한 POM 을 나타낸다.



**Fig. 6** POM when the tip oscillates without sample at the first natural frequency(72kHz)



**Fig. 7** POM when the tip oscillates without sample at the second natural frequency(416kHz)



**Fig. 8** POD when the tip taps the sample at the first natural frequency(72kHz)

먼저 Fig.6(a)와 Fig.7(b)를 살펴보면, 가진주파수에 따른 POM의 형상이 원래 외팔보의 모드형상과 유사한 양상을 보이는데, 이것은 고유 모드의 특성이 그대로 POM으로 나타남을 알 수 있다. Fig.6(a), 7(b) 이외의 모드에서는 원래의 외팔보 모드형상과 POM의 형상이 많은 차이를 보이고, 특히 두 번째 고유진동수로 가진한 경우에 그 차이가 두드러짐을 볼 수 있다. 이 경우는 모드파위가 작아서 노이즈가 많이 포함되기 때문에 공진모드를 제외한 다른 모드는 잘 나타나지 않는다고 생각할 수 있다.

1 차 모드를 가진하면서 탭핑을 하는 경우 공진상태와 비교해서 파워스펙트럼에 변화가 생기는 것을 Fig.3(b), 5(b)를 통해 확인할 수 있다. POM에서도 역시 차이를 보이는데 4 차 모드인 Fig.6(d), 8(d)를 살펴보면, 공진상태에서는 외팔보의 5 차모드처럼 POM이 나타나지만 탭핑을 하는 경우에는 2 차모드처럼 나타난다. 탭핑이 일어날 때 팁과 시료간의 복잡한 비선형성에 의해 공진의 경우와는 다른 모드가 나타난다고 추측할 수 있다. 2 차 모드로 가진하면서 탭핑을 하는 경우는, 모드파위가 작고 팁과 시료간의 상호력(adhesive force)에 의해 붙어버리는 현상으로 인해 구현하기가 어려웠다.

## 5. 요약 및 향후 연구

본 연구에서는 실험을 통해 동적모드 AFM에서 진동신호를 측정된 다음 직교적합모드(POM)을 추출해 보았다. 가진주파수에 따라 외팔보의 고유모드의 특성이 그대로 POM에 나타남을 확인하였다. 그리고 탭핑 시에는 공진상태와는 다른 POM이 추출되는 것도 확인하였다.

선형화된 팁 작용력을 모델링하고 캔틸레버의 선형 정규모드(LNM: Linear Normal Modes)를 이용한 상미분방정식의 수치해석에서 POM을 대신 적용해 기존의 시뮬레이션 결과와 비교해 볼 수 있을 것이다. 1 차 모드로 가진하면서 탭핑을 시킬 때 서로 다른 특성을 갖는 시료에 대해 POM을 추출해봄으로써 시료의 물성치를 측정할 수 있는 지표로서의 역할도 할 수 있을 것이라 예측된다.

## 참고문헌

- (1) X. Chen, M. C. Davies, C. J. Roberts, S. J. B. Tendler, P. M. Williams, N. A. Burnham, 2000, "Optimizing phase imaging via dynamic force curves," Surf. Sci., Vol. 460, pp.292~300.
- (2) R. Garcia, A. San Paulo, 2000, "Dynamics of a vibrating tip near of in intermittent contact with a surface," Physical Review B, Vol.61, R13381.
- (3) R. Garcia, A. San Paulo, 2000, "Amplitude curves and operating regimes in dynamic atomic force microscopy," Ultramicroscopy, Vol.82, pp. 79~83.
- (4) B. Anczykowski, D. Kruger, K. L. Babcock, H. Fuchs, 1996, "Basic properties of dynamic force spectroscopy with the scanning force microscope in experiment and simulation," Ultramicroscopy, Vol.66, pp. 251~259.
- (5) L. Nony, R. Boisgard, J. P. Aime, 2001, "Stability criterions of an oscillating tip-cantilever system in dynamic force microscopy," Eur. Phys. J. B, Vol. 24, pp. 221~229.
- (6) S.I. Lee, J.M. Lee, S.H. Hong, 2005, "Dynamics and Control of Tapping Tip in Atomic Force Microscope for Surface Measurement Applications," CIRP Annals, Vol. 54, No.1, pp527-530.
- (7) M. F. Azeez and A. F. Vakakis, 2001, "Proper Orthogonal Decomposition(POD) of a Class of Vibroimpact Oscillations," Journal of sound and vibration, Vol.240, pp859-889
- (8) G. Kerschen and J. C. Golinval, 2002, "Physical interpretation of the proper orthogonal modes using the singular value decomposition," Journal of Sound and Vibration, Vol.249, pp.849-865
- (9) R. Kappagantu and B. F. Feeny, 1999, "An "optimal modal reduction of a system with frictional excitation," Journal of Sound and vibration, Vol.224, pp.863-877
- (10) B. F. Feeny and Y. Liang, 2003, "Interpreting proper orthogonal modes of randomly excited vibration systems," Journal of Sound and vibration, Vol.265, pp.953-966
- (11) D. Moreno, B. Barrientos, C. Perez-Lopez and F. Mendoza Santoyo, 2005, "Modal vibration analysis of a metal plate by using a laser vibrometer and the POD method" J.Opt. A: Pure Appl. Opt. Vol.7, s356-363