

# 가스 파이프 내부의 음향 전파 특성에 관한 연구

## Identification on Principle of Acoustic Wave Propagation in a Gas Duct

김민수(인하대학교) † 이상권(인하대학교) \*

Min-Soo Kim, Sang-Kwon Lee

**Key Words** : Gas pipe(가스 파이프), Acoustic wave propagation(음파전달), Cut-off frequency(차단 주파수), Correlation method(상관성 기법)

### ABSTRACT

In the gas supply duct, the gas leakage caused by the impact of the construct equipment is serious problem. The identification of the impact position is an important issue and an engineering work. For the basic research of this problem, the principle studies for the acoustic wave propagation in a gas duct are proceeded in this paper. This principal work is based on the identification of the cut-off frequency associated with major modes of the gas duct theoretically and experimentally. The cut-off frequency is confirmed by STFT and cross-correlation function is used to identify the leakage position.

## 1. 서 론

매설되어 있는 파이프에서의 가스 누출은 폭발 위험을 갖고 있을 뿐만 아니라 국가 경제적으로 에너지 손실이라는 측면에서 볼 때, 꼭 생각해 보아야 할 문제이다. 그래서 매설되어 있는 가스 파이프의 손상으로 인한 누출 위치를 찾는 것은 매우 중요한 일이다. 일반적으로 가스 파이프 손상으로 인한 가스 누출의 가장 큰 원인은 건설 현장에서 건설 장비의 충격이 가장 크다. 이러한 건설 장비의 충격은 가스 파이프 내에 충격파를 발생시키게 되는데, 이 충격파는 가스 파이프의 가이드 라인을 따라 전파를 하게 된다. 이때 이 전파되는 충격음은 파이프의 기하학적 형상에 따라 전파 특성을 갖게 된다. 이러한 전파 특성을 이용하여 충격음의 위치를 시간과 주파수 특성 분석을 통해 추적할 수 있게 된다.

이미 많은 연구에서 파이프 내의 음향 전파 특성에 대해 밝힌 바 있다.<sup>(1~5)</sup> 특히 파이프의 반지름 방향의 기하학적 특성에 의해 발생하는 차단 주파수(cut-off frequency)는 음파의 전파에 있어서 상당히 큰 영향을 미친다. 차단 주파수에 의한 주요 특성은 차단 주파수 이상의 주파수들은 에너지를 전파할 수 있고 그 이하의 주파수들은 감쇠를 하게 되는 것이다.

본 연구에서는 이러한 차단 주파수를 이론적으로

로 그리고 실험적으로 구하고 이를 시간-주파수 분석법(Time-Frequency Analysis)<sup>(14)</sup>을 이용하여 확인을 하였다. 그리고 TMM (Two Microphone Method)을 이용하여 얻어진 시간에 따른 음압(Sound Pressure Level)을 상관성 기법(Correlation Method)을 이용하여 충격 위치를 추적하였다.

## 2. 음향 전파 특성 이론

### 2.1 배관 내 음향 파동 방정식

파이프 내에서 음향 파동 방정식은 원통 좌표계를 이용하여 표현할 수 있다.<sup>(6~9)</sup>

$$\nabla^2 \varphi(t, \mathbf{r}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(t, \mathbf{r}) = 0 \quad (1)$$

여기서  $\varphi(t, \mathbf{r})$  은 속도 퍼텐셜,  $\mathbf{r} = (r, \theta, z)$  은 원통 좌표계에서 공간 벡터,  $c$  는 음속을 나타낸다. 식(1)로부터  $z$  축으로 길이가 무한한 강체벽 조건을 가진 속도 퍼텐셜 근은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\varphi(t, \mathbf{r}) = \sum_{m,n=0} A_{mn} J_m(k_{mn} r) \cos(m\theta) e^{jk_z z} e^{-j\omega t} \quad (2)$$

식(2)에서 반지름 방향 파수( $k_{mn}$ )는 파이프 벽( $r = a$ )에서 수직 방향으로 입사속도가 0 이 되는 경계조건을 통해 구할 수 있다.

† 책임저자; 인하대학교 기계공학과

E-mail: ince80@gmail.com

Tel: (032) 860-8776, Fax: (032) 874-7305

\* 정희원, 인하대학교 기계공학과 교수

$$\frac{\partial}{\partial r} \{J_m(k_{rnn}r)\}_{r=a} = 0 \quad (3)$$

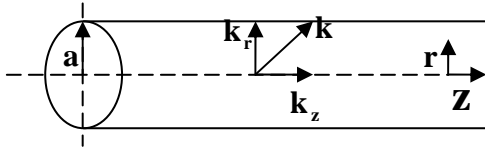


Fig. 1: Boundary Condition of a Cylindrical Duct

식(2)에서 축 방향 파수( $k_z$ )는 일반적으로 다 음과 같이 표현할 수 있다.

$$k_z = \pm(k^2 - k_{rnn}^2)^{1/2} \quad (4)$$

그리고  $A_{mn}$ 은 음향 모드 각각의 진폭 크기 이 다.  $m$ 과  $n$ 에 의해 나타나는 모드 형상은 식(5)와 같이 표현할 수 있다.

$$\varphi_{mn}(r, \theta) = J_m(k_{rnn}r) \cos(m\theta) \quad (0 < r < a) \quad (5)$$

Fig. 2는 파이프에서 음향 모드 형상을 나타내 는 데,  $m$ 은 지름 방향의 node 개수를 말하고,  $n$ 은 원주 방향의 node 개수를 말한다.

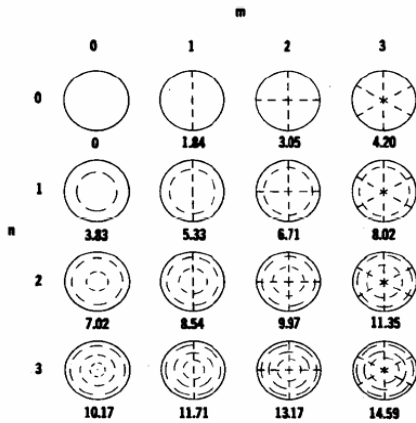


Fig. 2: Acoustic Cavity Mode Shape of a Duct<sup>(2)</sup>.

여기서 각각의  $m, n$  모드는 차단 주파수와도 같 이 생각해 볼 수 있다. 만일 식(4)에서 파수  $k$ 의 주파수가 충분히 크다면,  $k = \omega/c > k_{rnn}$ 이 되고  $k_z > 0$ 이 되어  $(m, n)$ 모드는 파이프를 따라 전파 하게 된다. 그리고  $k = k_{rnn}$ 이고,  $k_z = 0$ 인 차단 주파수에서는  $(m, n)$ 모드에서 축 방향으로 전파가

일어나지 않는다. 또,  $k < k_{rnn}$ 인 경우  $k_z^2 < 0$ 이 된다. 이때 음향 모드  $(m, n)$ 은 전파되지 않고 음 압은 음원으로부터 멀어질수록 지수적으로 감쇠하 게 된다.

위와 같은 차단 주파수 특성을 이용하여 길이 1m, 내경 106mm, 두께 4mm를 갖는 파이프의  $(m, n)$ 모드의 차단 주파수를 식(4)를 이용하여 구 하면 Table 1과 같다.

Table 1. Theoretical cut-off frequencies of a steel pipe

		Cut-off frequencies: $f_{m,n}$ (Hz)				
$m \backslash n$	0	1	2	3	4	
0	0	1880	3116	4290	5434	
1	3912	5445	6854	8193	9480	
2	7171	8724	10184	11594	12953	
3	10389	11962	13453	14904	16303	
4	13607	15180	16702	18173	19613	

## 2.2 실험 결과 데이터

실제 파이프 배관은 매우 길기 때문에 배관 내 부 음파의 전파에 대한 연구를 하기에 어려움이 따른다. 그러므로 Fig. 2와 같은 파이프를 무향실 에 설치하여 차단 주파수에 의한 파이프 내 음파 전파 특성을 살펴보고자 하였다.<sup>(10~12)</sup>

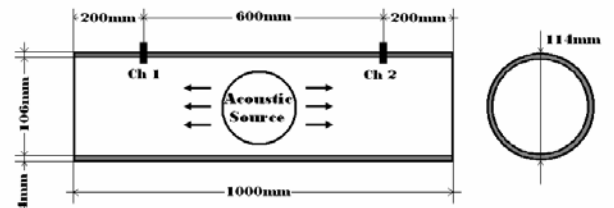


Fig. 2: Drawing of the Test Pipe

무향실에 설치된 파이프는, 음원으로부터 압력 이 파이프 자체를 진동시켜 발생하는 구조음 (Structure-borne sound)의 영향을 최소화 시키 기 위해 양단 끝을 고무로 고정시켰다. 발생 음원 은 100Hz에서 5000Hz까지의 0.1초 길이의 선 형 주파수 변조 신호(Linearly Swept Frequency Signal)를 주었다. 음원은 파이프 내에서 위치를 조작할 수 있도록 만들었다. 보다 자세한 실험 사 진은 Fig. 3에 있고 두 개의 센서에 대한 특성은 Table 2.에 나타나 있다.

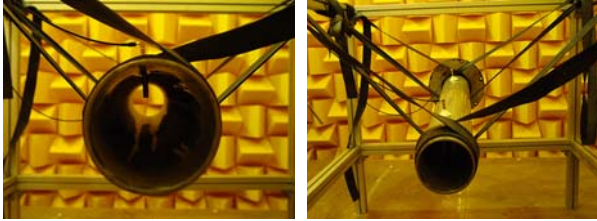


Fig. 3: Experiment Set-Up of Test Duct

Table 2. Sensor Details used for a Test

	Sensor 1	Sensor 2
Type	Pressure	Pressure
Model	B&K 4935	B&K 4935
Label	Array Mic.4935	Array Mic.4935
Sensitivity	5.281e-03V/Pa	6.756e-03V/Pa

Fig. 4는 센서 1 과 센서 2 에서 측정된 데이터를 이용하여 STFT (short time Fourier transform) 방법을 이용하여 나타낸 그림이다. 이 결과 그림을 살펴보면, 각각 모드의 차단 주파수가 (1,0)모드는 1900Hz, (2,0)모드는 3175Hz, (0,1)모드 3950Hz, 그리고 (3,0)모드는 4350Hz에 나타나는 것을 볼 수 있다.

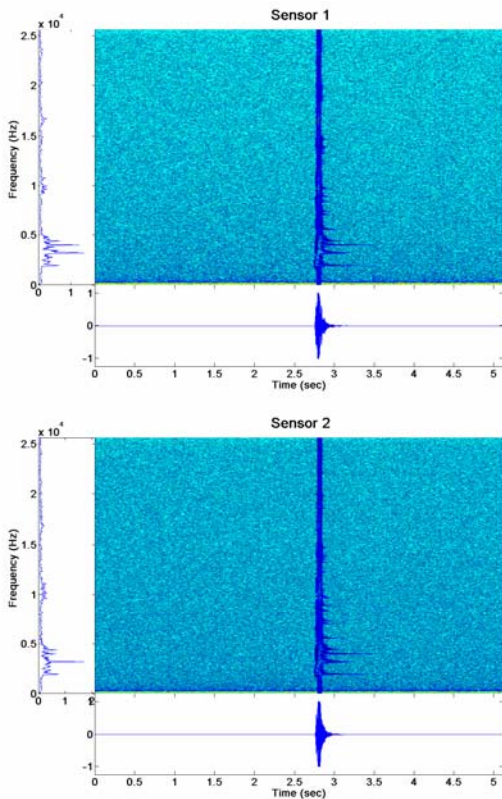


Fig. 4: STFT (Short time Fourier Transform) Method

각 모드에서 차단 주파수들은 Table. 1에서 차단 주파수와 어느 정도의 차이를 보이고 있는데 이것은 Table. 1에서 차단 주파수는 단순히 파이프의 기하학적 형상에 의존하여 나타났고, 실험에 의한 차단 주파수는 파이프 재질의 특성, 온도와 같은 물리적 물성치가 연관되어 있기 때문이라 본다. Fig. 5는 기존의 차단 주파수를 파악할 때 사용하던 PSD (Power Spectrum Density) 그래프이다.<sup>(1,3-5)</sup> Fig. 4는 Fig. 5보다 각 모드에서 나타나는 차단 주파수에 대한 인식을 더 잘 할 수 있고 시간에 따른 주파수 별 전파 특성을 보다 쉽게 인식할 수 있다.

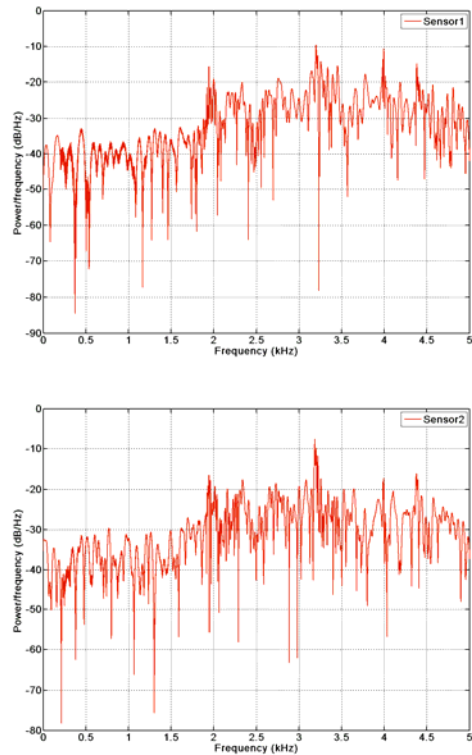


Fig. 5: PSD of the Experimental Data

### 3. 신호 처리

#### 3.1 누출 신호의 특성

실제 지하에 매설되어 있는 파이프에서 신호를 측정할 때, 상당히 많은 배경 소음이 함께 측정된다. 특히 도로 아래를 지나가는 배관은 자동차 소음 또는 다른 지상의 충격음이 함께 측정되기도 한다. 이와 같은 소음과 실제 누출에 의해 발생하는 신호는 반드시 구분되어야만 한다. 그러기 위해서는 앞 절에서 설명한 파이프 내 음향 특성을 고려할

필요가 있다. 2-2 절에서 본 센서 1 과 센서 2 의 전 주파수에 대한 PSD 를 나타낸 Fig. 6 의 그래프를 살펴보면 약 1900Hz 에서 5000Hz 사이에 에너지의 밀집이 이루어져 있는 것을 볼 수 있다. Fig. 7 은 두 센서간의 코히어런스를 나타내는데, 거의 1 에 가까운 것을 볼 수 있다. Fig. 6 과 Fig. 7 을 종합하여, 위의 1900Hz 와 5000Hz 대역에서 대역 통과 필터를 사용하였다.

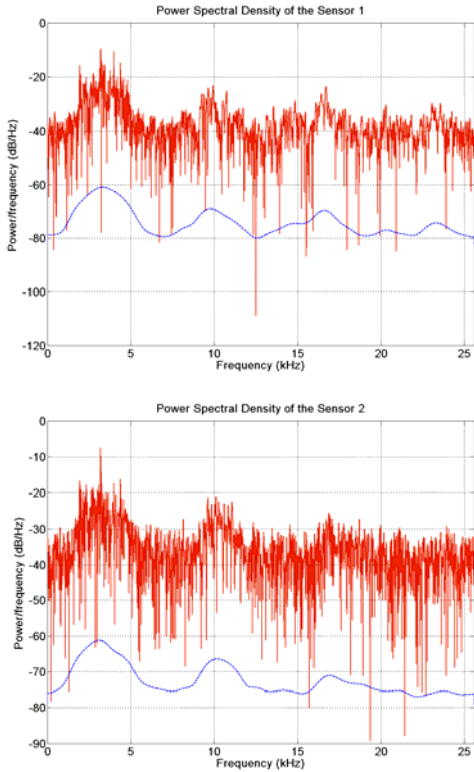


Fig. 6: PSD of the Sensors (---: Trend of the PSD)

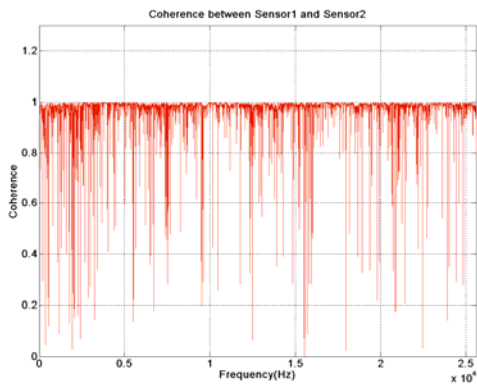


Fig. 7: Coherence

### 3.2 누출 신호의 위치 추적

Fig. 6 의 데이터를 이용하여, 상관 기법을 사용

한 음원의 위치추적을 위한 개략적인 그림을 Fig. 8 에 표현하였다. 여기서 센서 1 에서  $d_1$  만큼, 센서 2 에서  $d_2$  만큼 떨어진 위치에 있는 음원의 위치는 다음과 같은 식을 이용하여 구할 수 있다<sup>(13)</sup>.

$$R_{s_1s_2}(\tau) = E[s_1(t)s_2(t+\tau)] \quad (6)$$

식(6)은 센서 1 과 센서 2 의 상호 상관 관계 함수 (Cross-correlation function)이고 여기서  $s_1(t)$  와  $s_2(t)$  는 센서 1 과 센서 2 에서 측정된 랜덤신호이다. 그리고  $\tau$  는 식(6)에서 얻어진 최대값으로 구해지는 시간 지연 값이다. 위의 식(6)에서 얻어진 데이터를 정규화된 형태로 표현하기 위해 각각 센서에서 얻어진 자기 상관 함수 (Auto-correlation function)의 최대값을 이용한다.

$$\rho_{s_1s_2}(\tau) = \frac{R_{s_1s_2}(\tau)}{\sqrt{R_{s_1s_1}(0)R_{s_2s_2}(0)}} \quad (7)$$

식(7)은 정규화된 상호 상관 관계 함수이고  $R_{s_1s_1}(0)$  과  $R_{s_2s_2}(0)$  는 자기 상관 함수의 최대값이다.

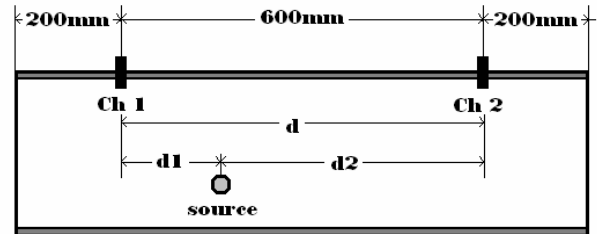


Fig. 8: Drawing of the Detection Test

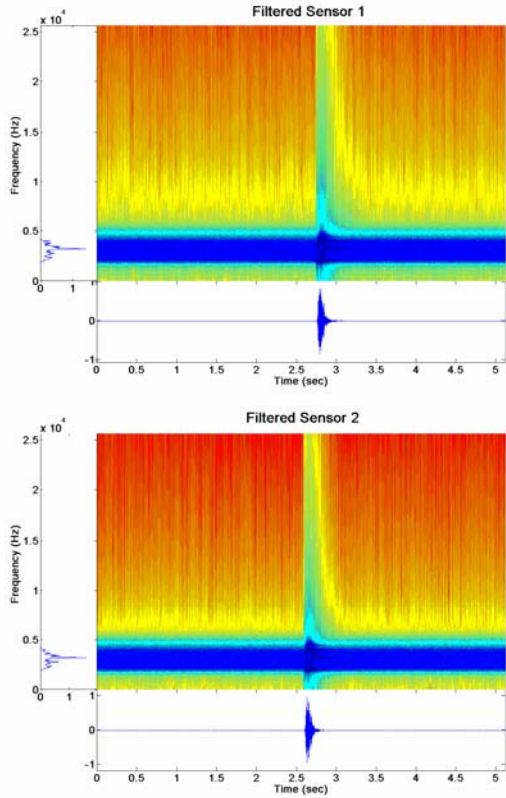
식(6)과 식(7)로부터 얻어진  $\tau$  값을 이용하여 두 센서 사이에 존재하는 음원의 위치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$d_1 = \frac{d - c\tau}{2} \quad (8)$$

식(8)에서  $c$  는 음파의 전파 속도이다. 여기서  $c$  값은 상온 20℃ 기준으로 343.4m/s 이다.

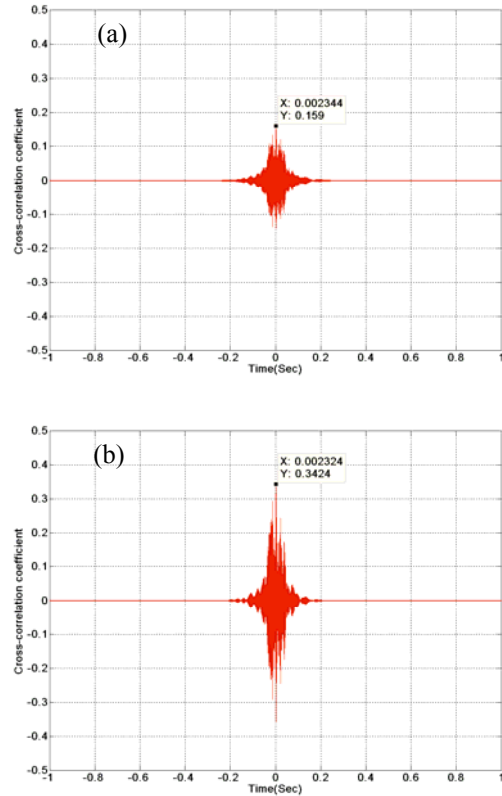
본 연구에서는 식(8)의 검증을 위해  $d_1$  이 10cm 인 경우와 30cm 인 경우를 이용하여 검증하였다. 그리고 3.1 절에서 보여진 1900Hz 에서 5000Hz 대역을 대역 통과 필터(Band pass

filter)를 이용하여 식(7)의 시간 지연을 구하였고 식(8)을 이용하여  $d_1$ 을 구하였다. 다음 Fig. 9는 센서 1로부터 10cm 떨어진 지점에서 음원을 주었을 때 얻어진 STFT 그래프 Fig. 4를 대역 통과 필터를 적용했을 때 그림이다.

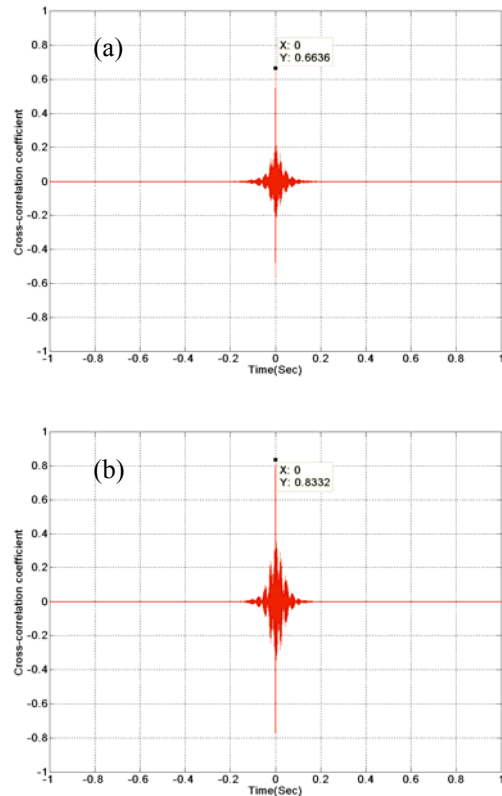


**Fig. 9: Band-Pass Filter Applied to Received Data (1900Hz ~ 5000Hz)**

여기서 대역 통과 필터 사용 전 후의 데이터에 대한 상호 상관 관계 함수를 통한 시간 지연 값은 Fig. 10에 나타내었다. 그리고, Fig. 11은 센서 1로부터 30cm 떨어진 위치에서 음원을 주었을 때 센서 1과 2의 상호 상관 관계 그래프를 나타낸다. Fig. 10의 시간 축을 비교해 보면 (a)에서는 0.002344초이고 (b)에서는 0.002324초가 되는 것을 볼 수 있다. 두 값을 식(8)에 넣으면 (a)의 경우는 10.24cm, (b)의 경우는 9.91cm를 얻게 된다. 각각에 대한 오차는 (a)는 2.4%, (b)는 0.9%가 된다. Fig. 11의 시간 축은 (a)와 (b) 둘 다 0초에 있는 것을 볼 수 있다. 그리고 식(8)에 의해 계산된 값도 (a)와 (b) 둘 다 같음을 알 수 있다. 여기서 다른 점은 (b)에서 필터링 한 경우의 상호 상관 관계의 최대 값이 더 큰 것을 알 수 있다.



**Fig. 10: Cross-Correlation Coefficient (10cm) (a) No Filtered (b) Filterd**



**Fig. 11: Cross-Correlation Coefficient (30cm) (a) No Filtered (b) Filterd**

이 두 실험 조건의 결과 값을 고려하면 배관 내 충격음이 전파 될 때 배관 내부의 주요 에너지 전달과를 포함하는 부분을 이용하여 구한 상호 상관 관계함수의 시간지연 값은 충격파 위치를 찾는 데 있어 보다 정확한 값을 준다는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

1) 파이프 내 음향 전파 특성을 기초로 하여 얻은 신호를 단구간 푸리에 변환을 이용하여 시간과 주파수 상에서 그 변화를 살펴 보았다. 그리고 음압 센서를 이용하여 파이프 내부에서 발생하는 음의 상호 상관 관계를 계산하였고, 이를 이용하여 파이프 내 음원의 위치를 찾았다.

2) 배관 내 전파 특성을 이해 하는데 있어 차단 주파수의 영향이 우선 되어야 한다.

3) 배관 내 음압 특성 중 차단 주파수를 가시화 하기에 PSD 보다 더 유용하다.

4) 배관 내 음압 특성에서 주요 에너지를 전달하는 모드의 차단 주파수가 있는 영역을 대역 통과 필터를 사용하여 상호 상관 관계에 사용한 경우 전 신호를 다 사용한 경우 보다 더 정확한 결과값을 얻을 수 있었다.

5) 파이프 내에서 발생한 음압의 전파 특성과 그 위치 추적에 관한 연구의 첫 번째 연구이다. 앞으로 파이프 배관과 내부 유체와 연관성 에 관해 연구하고 보다 발전된 신호처리 기법을 이용할 것이다.

#### 후 기

본 연구는 인하대학교 기계공학과 제 2 단계 BK21 사업의 일환으로 수행되었다.

#### 참고문헌

(1) Mason, V., 1969, Some Experiments on the Propagation of Sound along a Cylindrical Duct Containing Flowing Air, *Journal of Sound and Vibration*, 10(2), 208-226  
 (2) Eriksson, L. J., 1980, Higher order mode effects in circular ducts and expansion chambers, *Journal of Acoustical Society of America*, 68(2), 545-550  
 (3) Koch, W., 1977, Radiation of Sound from a Two-Dimensional Acoustically Lined Duct, *Journal of Sound and Vibration*, 55(2), 255-274  
 (4) Agarwal, N. K., 1994, The Sound Field in Fully Developed Turbulent Pipe Flow due to Internal Flow

Separation, Part I: Wall-Pressure Fluctuations, *Journal of Sound and Vibration*, 169(1), 89-109

(5) Tijedman, H. 1975, On the Propagation of Sound Waves in Cylindrical Tubes, *Journal of Sound and Vibration*, 39(1), 1-33

(6) Lawrence, E. K. et al., 1999, *Fundamentals of Acoustics* 4<sup>th</sup> ed., John Willy & Sons.

(7) Lawrence, J. Z., 1995, *Fundamentals of Acoustic Field Theory and Space-Time Signal Processing*, CRC press

(8) Munjal, M. L., 1987, *Acoustics of Ducts and Mufflers*, John Willy & Sons.

(9) Junger, M. C., 1952, The Physical Interpretation of the Expression for an Outgoing Wave in Cylindrical Coordinates, 25, 40-47

(10) Fuller, C. R. and Fahy, F. J., 1982, Characteristics of Wave Propagation and Energy Distributions in Cylindrical Elastic Shells Filled with Fluid, *Journal of Sound and Vibration*, 81(4), 501-518

(11) Muggleton, J. M. , Brennan, M. J., Pinnington, R. J., 2002, Wavenumber Prediction of Waves in Buried Pipes for Water Leak Detection, *Journal of Sound and Vibration*, 249(5), 939-954

(12) Muggleton, J. M. , Brennan, M. J. , Linford, P. W., 2004, Axisymmetric Wave Propagation in Fluid-Filled Pipes : Wavenumber Measurements in Vacuo and Buried Pipes, *Journal of Sound and Vibration*, 270, 171-190

(13) Gao, Y., Muggleton, J. M. , Brennan, M. J., Joseph, P. F., Hunaidi, O., 2005, On the Selection of Acoustic/Vibration Sensors for Leak Detection in Plastic Water Pipes, *Journal of Sound and Vibration*, 283, 927-941

(14) Lee, S. K., 2002, An Acoustic Decay Measurement Based on Time-Frequency Analysis Using Wavelet Transform, *Journal of Sound and Vibration*, 252(1), 141-152