

# 현가특성 변화에 따른 도시형 전동차의 임계속도 선형해석

## Linear Analysis of the Critical Speed for an Urban Railway Vehicle according to the Change of Suspension Characteristics

박준혁\*  
Park, Joon-Hyuk

허현무\*\*  
Hur, Hyun-Moo

유원희\*\*  
You, Won-Hee

### ABSTRACT

This paper describes the variation of the critical speed of an urban railway vehicle according to the change of suspension characteristics. Suspensions of a railway vehicle are composed of primary and secondary suspensions. Generally, main focus of the stability analysis has been the primary suspension. However, secondary suspension has large effects on the stability as well as the ride quality of a vehicle. In this paper, stability of an urban railway vehicle is discussed in relation to the variation of characteristics of both primary and secondary suspension. For this, modal analysis is carried out using a linear dynamic model of a half vehicle and a polynomial fit for Kalker's creep coefficients. Stability along with change of the effective conicity of a wheel is also investigated.

### 1. 서 론

철도차량의 현가장치는 탑승자 혹은 화물의 안전한 수송을 위한 승차감을 유지시켜주는 역할을 할뿐만 아니라 특히 철도차량의 주행안정성을 확보하는데 매우 중요한 역할을 한다. 약 100여년전부터 지금까지 사용되고 있는 철도차량 대차의 하부구조는 답면구배를 가지고 있는 차륜이 하나의 윤축에 좌우로 고정되어 있는 형태이다. 이와 같은 전통적인 고정휠셋(solid wheelset)은 차륜과 레일의 크리프력(creep force)과 휠셋의 이동속도로 이루어진 댐핑 시스템을 가지고 있어 저속구간에서는 스스로 안정화되는 능력을 가지고 있다. 그러나 시스템 특성상 속도가 증가할수록 이에 반비례하여 댐핑력이 감소하기 때문에 실제철도차량에서는 강한 강성을 가진 일차현가장치로 하여금 윤축을 구속하도록 하여 고속에서의 주행안정성을 유지하고 있다. 그러나 일차현가장치를 이용하여 휠셋을 강하게 구속하면 곡선주행성능이 떨어지는 단점이 있어 주행안정성과 곡선주행성능을 적당히 만족시키도록 현가특성을 조절하고 있으며 현가특성과 철도차량의 주행안정성, 그리고 곡선주행성능에 대한 여러 연구가 과거부터 꾸준히 수행되고 있다 [1-3].

본 논문은 국내전동차를 대상으로 현가장치의 특성을 분석하고 현가특성의 변화에 따른 주행안정성을 예측함으로써 현가장치의 최적화를 위한 기초자료를 제공하는데 목적이 있다. 특히 철도차량의 현가장치 연구에 대한 최근의 추세는 기존의 수동형(passive) 현가장치에 머물러 있지 않고 능동현가장치(active-suspension)의 도입을 적극적으로 추진하고 있으며 상당한 시간동안 하나의 철도차량내에 수동형 현가장치와 능동현가장치가 공존할 것이라고 예측되므로 기존 현가장치의 특성을 분석하고 이를

\* 한국철도기술연구원, 철도시스템연구본부, 회원

E-mail : jhpark74@krri.re.kr

TEL : (031)460-5276 FAX : (031)460-5279

\*\* 한국철도기술연구원, 철도시스템연구본부

최적화할 수 있는 토대를 마련해 두는 것이 필요하다. 본 연구에서는 이를 위하여 철도차량의 반차체 모델에 대한 선형운동방정식을 통하여 주행안정성을 해석하고 각 현가장치의 특성에 따른 임계속도의 변화를 분석하고자 한다.

## 2. 전동차 시스템의 상태공간 방정식

전동차의 반차체 모델은 철도차량의 롤(roll), 피치(pitch), 수직운동은 매우 작다고 가정하면 7자유도 운동방정식으로 나타낼 수 있으며 또한 차체의 요(yaw)방향 운동은 없다고 가정함으로써 대차가 센터 피봇을 중심으로 회전하는 것은 허용을 하되, 차체가 차체중심이 아닌 센터피봇을 중심으로 회전하는 것을 배제하여 한차량 모델과 유사한 거동을 하도록 이루어진다. 그림 1은 반차체 모델의 개략도를 나타내고 있다.

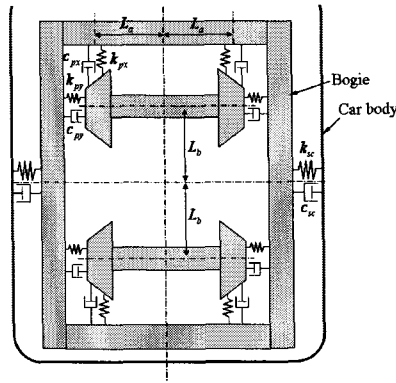


그림 1. 반차체 일대차 시스템의 개념도

그림 1과 같은 반차체 모델에 대한 상태변수는 다음과 같은 14개로 정의될 수 있다.

$$[x_1, x_2, \dots, x_{13}, x_{14}]^T = [y_{w1}, \dot{y}_{w1}, \psi_{w1}, \dot{\psi}_{w1}, y_{w2}, \dot{y}_{w2}, \psi_{w2}, \dot{\psi}_{w2}, y_b, \dot{y}_b, \psi_b, \dot{\psi}_b, y_v, \dot{y}_v]^T \quad (1)$$

따라서, 식(1)의 상태변수를 이용한 상태방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{\vec{x}} = \vec{A} \vec{x}, \quad (2)$$

여기서,

$$A(1,2) = A(3,4) = A(5,6) = A(7,8) = A(9,10) = A(11,12) = A(13,14) = 1 \quad (3)$$

$$A(2,1) = A(6,5) = -\frac{z_2}{m_w}, A(2,2) = A(6,6) = -\frac{z_1}{m_w}, A(2,3) = A(6,7) = \frac{2f_{11}}{m_w} \quad (4)$$

$$A(2,4) = A(6,8) = -\frac{2f_{12}}{m_w v}, A(2,9) = A(6,9) = \frac{2k_{py}}{m_w}, A(2,10) = A(6,10) = \frac{2c_{py}}{m_w} \quad (5)$$

$$A(2,11) = A(6,11) = \frac{2k_{py}L_b}{m_w}, A(2,12) = A(6,12) = \frac{2c_{py}L_b}{m_w}, A(4,1) = A(8,5) = -\frac{2af_{33}\lambda}{I_{wz}r_0} \quad (6)$$

$$A(4,2) = A(8,6) = -\frac{z_5}{I_{wz}}, A(4,3) = A(8,7) = -\frac{z_4}{I_{wz}}, A(4,4) = A(8,8) = -\frac{z_3}{I_{wz}} \quad (7)$$

$$A(4,11) = A(8,11) = \frac{2k_{px}L_a^2}{I_{wz}}, \quad A(4,12) = A(8,12) = \frac{2c_{px}L_a^2}{I_{wz}}, \quad A(10,1) = A(10,5) = \frac{2k_{py}}{m_b} \quad (8)$$

$$A(10,2) = A(10,6) = \frac{2c_{py}}{m_b}, \quad A(10,9) = -\frac{4k_{py} + 2k_{sy}}{m_b}, \quad A(10,10) = -\frac{4c_{py} + 2c_{sy}}{m_b} \quad (9)$$

$$A(10,13) = \frac{2k_{sy}}{m_b}, \quad A(10,14) = \frac{2c_{sy}}{m_b}, \quad A(12,1), A(12,5) = \pm \frac{2k_{py}L_b}{I_b} \quad (10)$$

$$A(12,2), A(12,6) = \pm \frac{2c_{py}L_b}{I_b}, \quad A(12,3) = A(12,7) = \frac{2k_{px}L_a^2}{I_b}, \quad A(12,4) = A(12,8) = \frac{2c_{px}L_a^2}{I_b} \quad (11)$$

$$A(12,11) = -\frac{4(k_{py}L_b^2 + k_{px}L_a^2)}{I_b}, \quad A(12,12) = -\frac{4(c_{py}L_b^2 + c_{px}L_a^2)}{I_b}, \quad A(14,9), A(14,13) = \pm \frac{2k_{sy}}{m_v} \quad (12)$$

$$A(14,10), A(14,14) = \pm \frac{2c_{sy}}{m_v} \quad (13)$$

$$z_1 = \frac{2f_{11}}{v} \left( 1 + r_0 \frac{\lambda}{a} + 2c_{py} \right), \quad z_2 = \left( 2k_{py} + W \frac{\lambda}{a} \right), \quad z_3 = \left( \frac{2a^2 f_{33}}{v} + \frac{2f_{22}}{v} + 2c_{px}L_a^2 \right) \quad (14)$$

$$z_4 = \left( 2k_{px}L_a^2 - a\lambda W + 2f_{12} \right), \quad z_5 = \left( I_{wy} \frac{v}{r_0} \frac{\lambda}{a} - \frac{2f_{12}}{v} - r_0 \frac{2\lambda f_{12}}{av} \right) \quad (15)$$

상태방정식에서 사용되는 크립계수(creep coefficient)는 칼커이론(Kalker's theory)을 바탕으로 구한 추세식이 사용되었으며 이는 다음과 같다 [4].

$$f_{11} = (ab)Gc_{22} \quad (16)$$

$$f_{12} = (ab)^{(3/2)}Gc_{23} \quad (17)$$

$$f_{33} = (ab)Gc_{11} \quad (18)$$

여기서,

$$c_{11} = 3.2893 + \frac{0.975}{b/a} - \frac{0.012}{(b/a)^2} \quad (19)$$

$$c_{22} = 2.4014 + \frac{1.3179}{b/a} - \frac{0.02}{(b/a)^2} \quad (20)$$

$$c_{23} = 0.4147 + \frac{1.0184}{b/a} + \frac{0.0565}{(b/a)^2} - \frac{0.0013}{(b/a)^3} \quad (21)$$

식 (16)~(21)에서  $a$ 는 타원형 접촉점의 장축,  $b$ 는 단축 그리고  $G$ 는 전단계수(Shear Modulus)를 의미한다.

### 3. 전동차 시스템의 주행안정성 해석

본 연구에서 사용된 파라미터 값은 표 1과 같다. 표 1의 값은 국내 전동차 사양을 추정된 값으로서 전동차의 주행안정성을 해석하는데 무리 없이 사용될 수 있다.

표 1. 전동차의 주행안정성 해석을 위한 파라미터 값

명칭	사양 (단위)
휠셋의 질량 ( $m_w$ )	1.6 (ton)
축하중 ( $W$ )	8 (ton)
휠셋의 roll, pitch, yaw 관성모멘트 ( $I_{wx}, I_{wy}, I_{wz}$ )	0.55, 0.068, 0.55 ( $\text{ton}\cdot\text{m}^2$ )
대차 질량 ( $m_b$ )	2.4 (ton)
대차의 yaw 모멘트 ( $I_b$ )	2.6 ( $\text{ton}\cdot\text{m}^2$ )
차체 질량 ( $2m_v$ )	21 (ton)
휠셋의 공칭 반경 ( $r_0$ )	0.43 (m)
궤간 ( $a$ )	1.435 (m)
답면구배 ( $\lambda$ )	0.01 ~ 0.3
윤축의 길이 ( $2L_a$ )	2 (m)
축거(in same bogie) ( $2L_b$ )	2.1 (m)
1차 현가장치의 종방향 강성 계수 ( $k_{px}$ )	6.6 (MN/m)
1차 현가장치의 횡방향 강성 계수 ( $k_{py}$ )	4.4 (MN/m)
1차 현가장치의 종방향 감쇠 계수 ( $c_{px}$ )	0
1차 현가장치의 횡방향 감쇠 계수 ( $c_{py}$ )	0
2차 현가장치의 횡방향 강성 계수 ( $k_{sy}$ )	0.267 (MN/m)
2차 현가장치의 횡방향 감쇠 계수 ( $c_{sy}$ )	0.096 (MN·s/m)

전동차의 주행안정성 해석은 시스템 행렬,  $\vec{A}$ 의 고유치를 구하여 모든 고유치가 음의 실수부를 가질 때 그 전동차는 주행안정성을 가지고 있다고 평가된다. 따라서 본 연구에서는 차량의 주행속도,  $v$ 를 증가시켜 가며 시스템 행렬의 고유치를 구하고 모든 고유치가 음의 실수부를 가질 때의 최대속도를 전동차의 임계속도로 정의하였다.

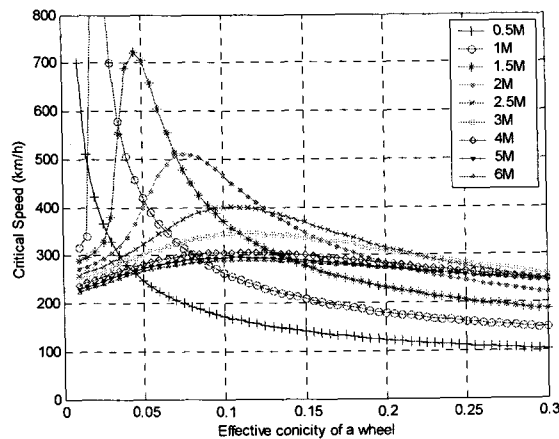


그림 2. 횡강성 변화에 따른 전동차의 임계속도 변화

그림 2는 횡강성 변화에 따른 전동차의 임계속도를 도시한 것이다. 국내전동차의 일반적인 사양은 공차시에 횡강성이 4MN/m에서 5MN/m 사이에 있으므로 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 국내전동차의 횡강성 사양일 경우, 임계속도는 300km/h 근처에서, 차륜의 답면구배가 0.3까지 변화더라도 250km/h 이상에 존재하며 증가답면구배의 변화에도 임계속도는 크게 변하지 않는다. 본 연구에서 사용한 동적모델이 선형인 것을 감안하여 계산상의 임계속도의 80% 정도에 실제 임계속도가 존재한다고

가정하여도 200km/h 정도에 임계속도가 존재하는 것으로 추정할 수 있으므로 전동차의 설계최고속도가 약 120km/h인 것을 감안하여 볼 때 주행안정성을 충분히 확보하고 있는 것으로 판단된다. 그러나 이와 같이 설계된 경우 윤축의 회전이 종강성(longitudinal stiffness)에 의하여 강하게 구속되기 때문에 곡선주행성능은 떨어질 수밖에 없다. 따라서 현가장치 강성을 적절히 조절할 필요가 있다. 그림 3은 전동차 사양에서 종강성을 기존의 6.6MN/m에서 2MN/m와 4MN/m로 낮추었을 때의 임계속도를 도시한 것이다.

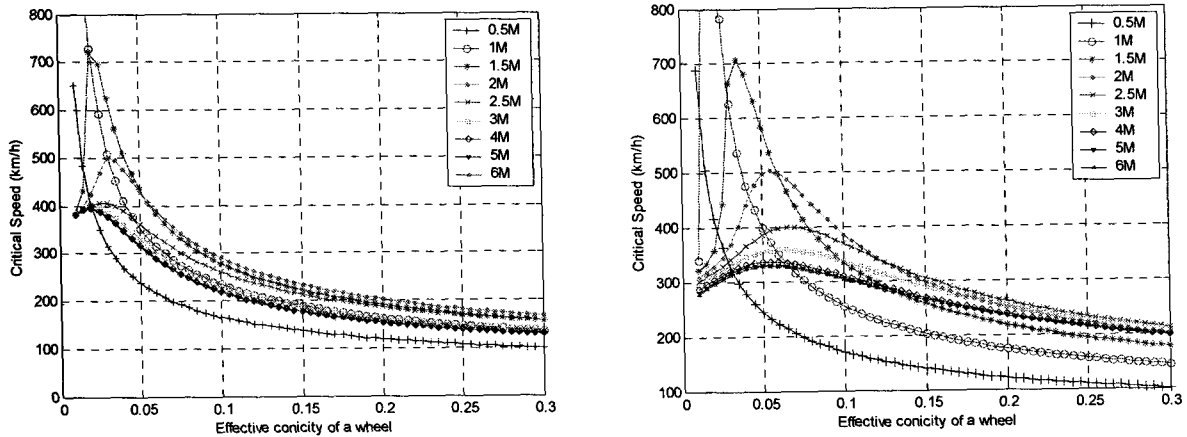


그림3. 전동차의 임계속도: (a) 종강성이 2MN/m인 경우, (b) 종강성이 4MN/m인 경우

그림 3(a)에서 볼 수 있는 바와 같이 종강성이 2MN/m인 경우에는 임계속도가 전체적으로 낮아진 것을 확인할 수 있다. 특히 횡강성을 기존보다 높여도 차륜의 등가담면구배가 0.15이상이 되면 임계속도가 200km/h 이하로 내려가고 등가담면구배가 0.3이 되면 150km/h 주위에 위치되는 것을 확인할 수 있다. 이를 실제의 임계속도로 추정하면 약 120km/h 정도 되는 것으로 차량의 최고설계속도와 비슷하므로 충분한 주행안정성을 확보했다고 할 수 없다. 그림 3(b)는 종강성이 4MN/m인 경우로서 횡강성이 2MN/m 이상이 되면 등가담면구배가 0.3이더라도 임계속도는 200km/h 이상에 위치하는 것을 알 수 있다. 선형해석을 통한 임계속도가 200km/h 정도이면 실제차량에서도 150km/h 이상이 가능할 것으로 예상되므로 종강성을 4MN/m 정도로 낮추어 설계해도 주행안정성을 확보할 수 있을 것으로 판단된다. 특히 횡강성을 현재의 약 1/2인 2.5MN/m 정도로 설계한다면 차륜담면구배가 0.05에서 0.15 사이에서는 300km/h를 초과하는 임계속도를 확보할 수 있어 충분한 주행안정성을 확보할 수 있을 것으로 예상된다. 이와 같은 설계의 경우 기존과 비슷한 주행안정성을 확보하면서 보다 나은 곡선주행성능을 얻을 수 있을 것으로 예상된다.

그림 4는 기존의 일차현가장치의 강성을 유지하면서 이차현가장치의 강성 및 감쇠계수를 변화시켰을 때의 전동차 임계속도의 변화를 도시한 것이다. 그림 4(a)에서 볼 수 있듯이 이차현가장치의 횡강성이 증가할수록 임계속도도 비례해서 증가하는 것을 알 수 있다. 그러나 차륜의 등가담면구배가 0.035보다 낮은 경우에는 이와는 반대의 경우가 발생하므로 차륜의 담면구배를 1/40으로 설계할 때에는 차륜의 마모로 인한 담면구배의 증가를 고려하여야 할 필요가 있다. 그림 4(b)는 이차현가장치의 횡감쇠계수 변화에 따른 임계속도의 변화를 도시한 것으로 기존 전동차의 횡감쇠계수인 0.1MN/m를 제외하고는 담면구배에 대하여 매우 심한 변화가 발생하는 것을 알 수 있다. 즉 임계속도는 등가담면구배에 따라 최대값을 갖게 되는데, 횡감쇠계수가 낮은 경우에는 최대값이 낮은 담면구배에 위치한다. 그러나 횡감쇠계수를 높일수록 임계속도의 최대값의 위치가 점점 높은 담면구배 방향으로 이동하게 되는데, 특히 0.2MN/m 이상의 횡감쇠계수의 경우에는 특정 담면구배에서 불연속지점이 존재하여 임계속도가 갑자기 증가하는 영역이 발생하게 된다. 따라서 횡감쇠계수의 설계변경시에는 이를 매우 유의하여 설계하여야 한다. 대체적으로 볼 때에는 이차현가장치의 횡강성계수를 높이고, 횡감쇠계수를 적절히 선정하면

차량의 임계속도를 높일 수 있을 것으로 예상되나, 이차현가장치는 승가감과도 깊은 관계가 있으므로 신중하게 설계되어야 할 것으로 판단된다.

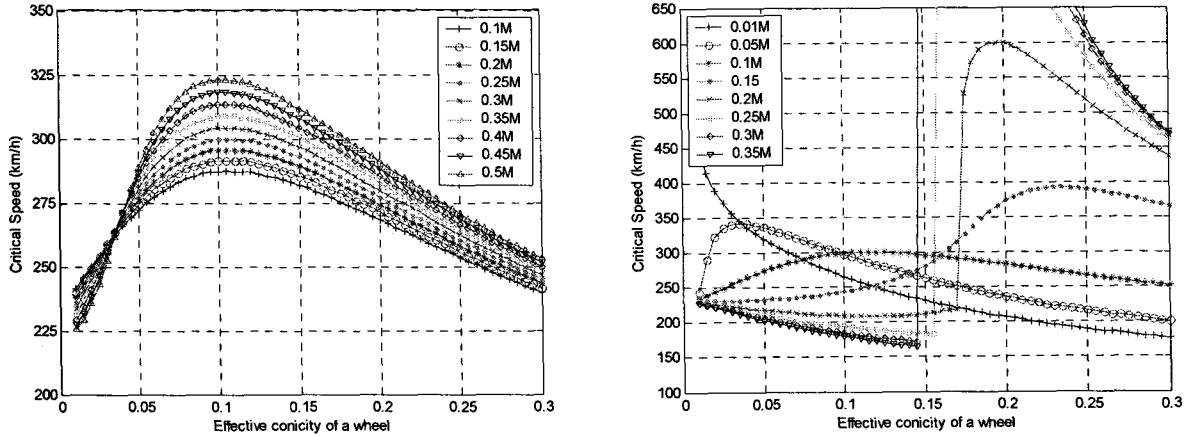


그림 4. 이차현가장치의 강성 및 감쇠계수 변화에 따른 전동차의 임계속도변화: (a) 이차현가장치의 횡강성이 변하는 경우 (b) 이차현가장치의 횡감쇠가 변하는 경우

#### 4. 결 론

본 연구에서는 철도차량의 반차체에 대한 선형동적모델을 이용하여 국내전동차 차량의 주행안정성을 분석하고 현가특성변화에 따른 임계속도의 변화를 예측하였다. 이에 대한 결론은 다음과 같다.

- (1) 국내 전동차의 현가특성은 차륜담면구배의 변화에 강건하도록 설계되어 있다.
- (2) 국내 전동차의 현가특성은 차량이 충분한 주행안정성을 확보할 수 있도록 다소 강하게 설계되어 있다.
- (3) 기존 현가특성에서 종강성을 4MN/m, 횡강성을 2.5MN/m 정도로 변경하면 기존과 비슷한 임계속도를 얻을 수 있되, 곡선주행성능을 다소 향상시킬 수 있을 것으로 예상된다.
- (4) 일차현가장치의 횡강성이 증가할수록 임계속도의 최대값은 담면구배가 높은 쪽으로 이동하되, 3.5MN/m 이상의 횡강성인 경우에는 이와는 반대로 담면구배가 낮은 쪽으로 이동한다.
- (5) 일차현가장치의 횡강성이 4MN/m 이상의 경우, 차륜담면구배의 변화에 큰 영향을 받지 않는다
- (6) 이차현가장치의 횡강성에 비례하여 임계속도가 증가하나 일차현가장치와 달리 일정한 차륜담면구배에서 최대값을 갖는다.
- (7) 이차현가장치의 횡감쇠계수는 임계속도에 매우 높은 영향을 끼치며 특히 큰 횡감쇠계수에서는 임계속도가 특정 차륜담면구배에서 불연속이 발생한다.

본 연구에서는 선형동적모델을 사용하였기 때문에 실제의 임계속도는 본 연구의 결과보다 낮은 부분에 위치하여 계산값의 약 80% 정도 수준일 것으로 예상된다. 그러나 현가특성 변화에 따른 임계속도 변화의 정성적 결과는 큰 차이가 없을 것으로 추정된다. 그러므로 본 연구의 결과는 전동차 설계에 있어 현가장치의 특성에 따른 임계속도의 변화를 예측하고 현가장치의 강성 및 감쇠계수를 최적화하거나 능동현가장치를 도입하는데 필요한 기초자료로 활용될 수 있을 것 판단된다.

#### 참고문헌

1. Suda, Y., Fujioka, T., Iguchi, M. (1986년), "Dynamic Stability and Curving Performance of

Railway Vehicles”, Bull. JSME, 29, pp. 3538-3544.

2. Suda, Y., (1994년), “High Speed Stability and Curving Performance of Longitudinally Unsymmetric Trucks With Semi-Active Control”, Veh. Syst. Dyn. 23, pp. 29-51.

3. Fujioka, T., Suda, Y., Iguchi, M. (1984년), “Representation of Railway Suspensions of Rail Vehicles and Performance of Radial Trucks”, Bull. JSME 27, pp. 2249-2257.

4. Iwnicki, S. (2006년), “Handbook of Railway Vehicle Dynamics”, CRC Press. B5(182×257mm).