

# 고속철도 강교량의 부식·피로신뢰성 기반 생애주기비용 분석

## Corrosion-Fatigue Reliability-Based Life Cycle Cost Analysis of High-Speed Railway Steel Bridges

전홍민\*

Jeon, Hong-Min

선종완\*\*

Sun, Jong-Wan

조효남\*\*\*

Cho, Hyo-Nam

### ABSTRACT

As it recently appears that Life Cycle Cost Analysis may be considered as new methodology for economic valuation of infrastructure many researches have been made to assess LCC(Life Cycle Cost) of each facility based on a reasonable methods. In general, LCC is composed of construction cost and expected maintenance repair cost. And especially, maintenance repair cost must be estimated to enhance the reliability through systematic and reasonable methods. However in Korea, because high speed railway steel bridges are recently constructed no direct statistical data are available for the account of the maintenance cost and then their maintenance characteristics are not linear yet. Therefore, the approach proposed in the paper utilizes a theoretical determination and degradation of the corrosion and fatigue of the bridges based on Rahgozar et al.(2006)'s model on fatigue notch factor considering into the corrosion to incorporate the corrosion effect into the fatigue strength reduction model. And then, the corresponding probability of failure is calculated in terms of the reliability index using S-N curve to formulate the fatigue limit state. Therefore, this paper proposes the minimum Life Cycle Cost through optimum maintenance plan analysis of high-speed railway steel bridges under construction. Finally, this paper reviews the proposed model in oder to confirm the applicability and feasibility by appling it to high speed railway steel bridges under construction

### 1. 서 론

최근 생애주기비용 분석이 사회기반 시설물경제성 평가 분야의 새로운 방법론으로 대두됨에 따라 체계적이고 합리적인 방법으로 각 시설물의 생애주기비용을 산정하기 위한 노력이 진행되고 있다. 합리적인 생애주기비용 분석을 위해서는 초기비용 뿐만 아니라 유지관리 비용의 예측이 필요하나 국내에서는 고속철도 구간에 강교량을 가설한지 얼마 되지 않았기 때문에 이에 대한 유지관리 특성 등을 파악하고 있지 못한 실정이다. 유지보수 비용을 합리적인 예측을 위하여 본 연구에서는 차후 호남고속철도 건설 시 적용가능성이 높은 소수주형교에 대해 재료 및 하중의 불확실성을 고려한 신뢰성 해석을 통하여 부식과 피로를 동시에 고려한 열화모델의 개발하였다. 이를 위해서 Rahgozar et al.(2006)이 제안한 부식열화를 고려한 피로강도감소계수 및 Miner 손상누적법칙을 이용하여 고속철도 소수주형교의 피로한계상태함수를 정식화하였으며 이를 이용해 신뢰성해석을 수행하였다. 신뢰성 해석의 결과를 고려할 수 있도록 기존의 교량 생애주기비용 분석 정식화 모델을 수정한 철도교 생애주기비용 분석 모델을 제안하였으며 이를 가설중인 고속철도 교량에 적용하여 그 적용성 및 타당성을 검토하였다.

### 2. 피로응력이력 해석

\* 한양대학교 토목공학과 석사과정, 비회원

E-mail : lovehongmin@hanmail.net

TEL : (031)400-4027 FAX : (031)406-5660

\*\* 한양대학교 토목공학과 박사과정, 비회원

\*\*\* 한양대학교 토목공학과 교수, 공학박사, 정회원

## 2.1 S-N선도

피로란 하중의 반복작용에 의해 균열이 발생 전파하여 결국 부재가 파단하는 현상을 말한다. 여기서 부재가 파단하기까지의 반복회수를 구하는 시험을 피로시험이라고 한다. 피로시험에서 이용되는 응력과 시간과의 관계를 <그림1>에 나타내었으며 응력의 어느 최대값부터 다음의 최대치까지 혹은 응력의 어느 최소치부터 다음의 최소치까지가 1회의 반복횟수이다.

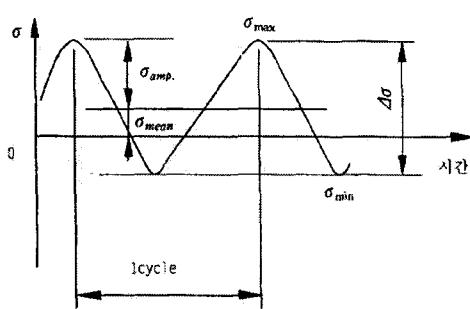


그림1. 피로에 대한 응력과 시간과의 관계

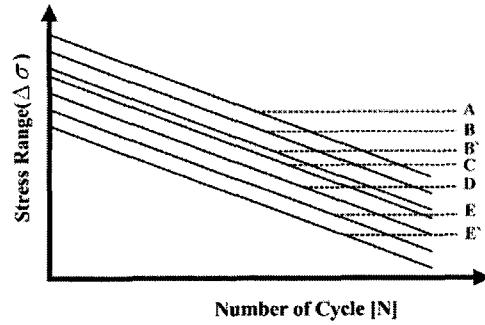


그림2. S-N곡선의 상세범주

피로시험에 있어서 시험편이 파단할 때까지의 반복횟수 \$N\$과 그때의 응력범위 \$\Delta\sigma\$의 관계를 S-N선도라고 하며 식 (1)과 같이 근사된다. 여기서 \$C\$는 설계 피로강도, \$m\$은 S-N선도의 기울기, \$\Delta\sigma\_{ri}\$는 각각의 응력빈도에 해당하는 응력범위이다.

$$\ln N_i = \ln C - m \ln \Delta\sigma_{ri} \quad (1)$$

피로강도에 영향을 주는 요인들은 모두 불확실성을 지니고 있기 때문에 실험에 의하여 구해진 피로강도 또한 불확실성을 내포하고 있기 때문에 실험을 통한 확률특성을 고려할 필요성이 있다. 이를 위하여 본 연구에서는 <그림 2>와 같은 AASHTO(2006) 시방서의 설계 S-N 곡선을 이용하였다. 설계 S-N곡선은 모두 7개(A~E')로 분류되어 있으며 S-N 곡선의 기울기는 3.0으로 일정하며, 각 설계 피로강도 \$C\$는 대수정규분포를 따르고, 변동계수(\$\delta\_c\$)는 Wirsching(1987)에 따르면 0.45로 7개의 categories에 대해 동일한 값을 지니고 있는 것으로 알려져 있다.

고속철도 하중을 고려한 시간이력 국부상세 구조해석을 통해 응력이력곡선을 얻었으며 Rainflow counting method(장동일, 1999)에 의해 피로손상평가를 위한 응력범위 빈도분포를 작성하였다.

## 2.2 수정Miner방법에 의한 누적손상도 및 등가응력범위

S-N곡선에서 응력수준 \$\sigma\_i\$에 해당하는 피로수명을 각각 \$N\_i\$라고 하고 각각의 응력수준\$\sigma\_i\$에 해당하는 반복횟수를 \$n\_i\$, 누적손상도를 \$D\_f\$라고 하면 피로파괴가 발생하는 파괴조건은 식 (2)와 같다.

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = 1.0 \quad (2)$$

Miner법칙에 의하면 응력범위가 피로한계이하가 되면 피로수명이 무한대가 되지만 실제교량에서는 하한계 이하의 응력범위에 의해서도 피로손상이 발생하여 균열이 성장할 수 있으므로 하한계이하의 응력범위에서도 S-N곡선을 직선으로 연장한 수정Miner방법을 이용하였다. S-N 곡선 식 (1)을 이용하여 누적손상도는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$D_f = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i \Delta\sigma_{ri}^m}{C} \quad (3)$$

또한 등가응력 범위  $\Delta\sigma_{r,eq}$ 를 적용하면 누적손상도는 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$D_f = \sum_{i=1}^k \frac{n_i \Delta\sigma_{ri}^m}{C} = \frac{\Delta\sigma_{r,eq}^m}{C} \sum_{i=1}^k n_i = \frac{\Delta\sigma_{r,eq}^m}{C} N \quad (4)$$

따라서 식 (3)과 식 (4)는 동일한 손상정도를 나타내기 때문에 이로부터 등가응력범위  $\Delta\sigma_{r,eq}$ 는 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다

$$\Delta\sigma_{r,eq} = \left| \frac{\sum_{i=1}^k n_i \Delta\sigma_{ri}^m}{N} \right|^{1/m} \quad (5)$$

### 3. 부식-피로신뢰성 해석

#### 3.1 부식의 열화에 따른 피로강도감소

강교의 부식이 문제가 되는 주된 이유는 부식으로 인한 부재의 단면감소가 불러오는 휨이나 전단에 대한 저항능력의 감소보다는 부식에 의한 부재의 부분적인 손상으로 인해 발생하는 국부적인 손상과 그로 인한 응력집중이다. 시간의 흐름에 따른 부식 효과를 고려하기 위하여 본 논문에서는 Rahgozar et al.(2006)의 결과를 이용하였다. Rahgozar et al.(2006)에서는 피로실험결과를 가지고 평균부식깊이 ( $d_c$ )의 함수로 피로강도감소계수( $K_{fc}$ )를 제안하였으며, 이를 기준의 피로강도( $C$ )에 나누어줌으로서 부식을 고려한 피로강도를 계산할 수 있다. 또한 시간에 따른 평균부식깊이는 Jiang and Staehle(1997)가 제안한 식을 사용하였다.

$$K_{fc} = 1 + 0.2d_c \quad (6)$$

$$d_c(t) = at^b \quad (7)$$

여기서  $t$ 는 강재의 노출시간(년)이고  $a$ 와  $b$ 는 환경적인 요인에 따른 변수를 의미하며 ASTM Specification G50에 따른 표준시험을 통해서 얻어진 평균값을 사용하였다.(kayser, 1988)

도표1. 부식 깊이에 대한 변수의 평균값

Condition	Carbon Steel		Weathering Steel	
	$a(10^{-6} m)$	$b$	$a(10^{-6} m)$	$b$
Rural Envirment	34.0	0.650	33.3	0.498
Urban Envirment	80.2	0.593	50.7	0.567
Marin Envirment	70.6	0.789	40.2	0.577

#### 3.2 부식-피로신뢰성 지수 산정

Miner Rule에 의하면 저항과 하중의 한계상태식은 식 (8)으로 표현이 가능하며, 식(8)에 시간에 따른 부식열화를 고려한 피로강도감소계수를 적용하면 한계상태식은 식(9)와 같다.

$$\Delta - \sum_{i=1}^k \frac{n_i \Delta\sigma_{ri}^m}{C} \leq 0 \quad (8)$$

$$\Delta - \sum_{i=1}^k \frac{n_i \Delta\sigma_{ri}^m}{C/K_{fc}} \leq 0 \quad (9)$$

식(9)의 한계상태식으로부터  $\Delta$ 와  $C$ 가 대수정규분포를 따르고 있다는 것을 적용하면 식 (10)의 신뢰성

지수  $\beta$ 를 정의할 수 있다.

$$\beta = \frac{\ln \Delta - \ln \frac{N \Delta \sigma_{r,eq}^m}{C/K_{fc}}}{\sqrt{\ln(1 + \delta_\Delta^2) + \ln(1 + \delta_c^2)}} = \frac{\ln [\Delta C / K_{fc} N \Delta \sigma_{r,eq}^m]}{\sqrt{\ln(1 + \delta_\Delta^2)(1 + \delta_c^2)}} \quad (10)$$

#### 4. 적용 예

##### 4.1 고속철도 강교량의 상세 모델링

이번 연구에서는 대구 부산간 고속철도 구간의 소수주형교를 선정하였다. 2주형의 거더와 가로보, 브레이싱으로 구성된 해석 예제 교량의 유한요소 모델링은 <그림6>에 나타내었으며 제원은 <도표2>에 나타내었다. 단순 소수주형교의 지간은 55m, 교량폭 14m, 주형높이 4.3m이며 상세해석을 위해서 중앙부를 판요소로 모델링하였으며 이외의 주형과 가로보 브레이싱은 해석을 효율적으로 하기 위해서 범요소로 모델링하였다.

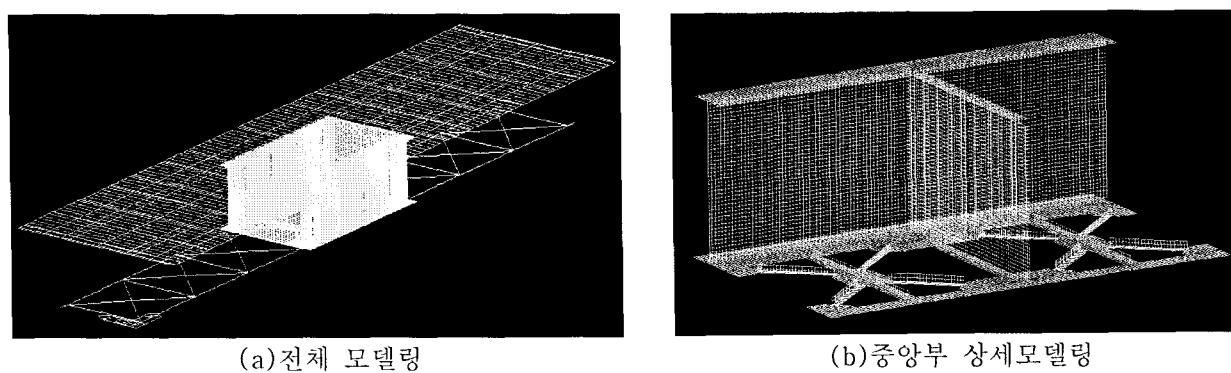
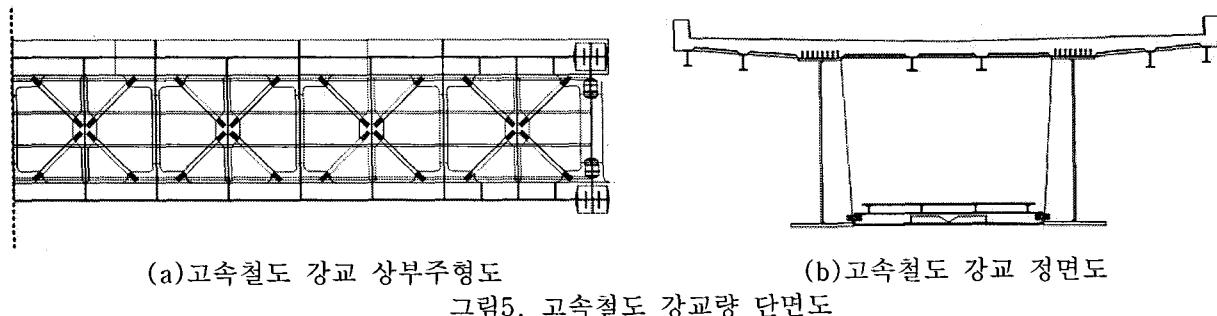


도표2. 고속철도 소수주형교의 제원

항목	내용
교량형식	소수주형교(복선형)
교량연장	55.0m
교량폭	14.0m
주형높이	4.3m
가로보간격	6.8m
주부재 재료	SM520(주거더), SM490(가로보)
콘크리트 바닥판 재료	C400
재하하중	HL-25(HL 표준열차하중)

본 연구에서 철도하중은 표준열차하중 HL-25의 모델이 되는 경부고속철도 차량에 대해서 객차18량과 앞뒤의 기관실2량의 실제 윤하중을 상·하행선에 각각 재하였으며 이동집중하중을 이용하여 동적해석을 실시하였다. 대상교량을 통과하는 열차통과대수는 2007년 06월 경부선의 고속열차(KTX)의 주말 최대 운행횟수인 68대를 1일 통과대수로 정하고 공용수명동안 일정한 것으로 가정하였다.

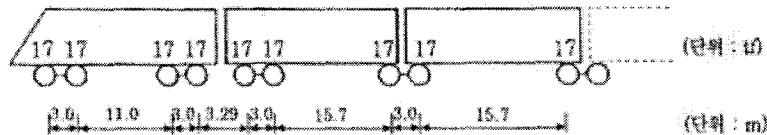


그림7. 경부고속철도 차량의 축중과 차축 배치

#### 4.2 부식피로신뢰성 해석조건

부식조건은 일반적인 carbon 강재료의 비 도심환경의 조건으로 가정하였으며, 사용된 재료와 손상정도의 통계적 확률 특성은 <도표3>에 나타내었다. 여기서 피로강도계수의 평균값은 AASHTO 시방서에서 제안한 값을 사용하였고 나머지 변동계수는 Wirsching(1984,1987)이 제안한 확률변수특성을 사용하였다. 여기에서 재료는 AASHTO Specification 의 Category E를 선정하였는데 그 이유는 피로에 대한 평가를 할 경우 재료에 대하여 보통 보수적으로 설계를 하기 때문에 이번 연구에서도 보수적인 피로수명평가를 위해서 E등급의 재료부재를 선정하였다.

도표3. 재료와 파괴시 손상정도  $\Delta$ 의 통계적 확률특성

변수	분포유형	평균값	변동계수	
S-N 곡선기울기( $m$ )	상수	3.0	-	Barsom(1977)
피로강도계수( $C$ )	대수정규분포	$3.61 \times 10^{11}$	0.45	Wirsching(1984)
누적손상지수( $\Delta$ )	대수정규분포	1.0	0.30	Wirsching(1987)

#### 4.3 분석 결과

<그림8>은 고속철도 소수주형교의 모델링으로 인한 중앙부 하부 플랜지를 대상으로 속도분포가 다른 3가지 지역에 대하여 응력이력곡선을 나타낸 것이며 목표신뢰성지수 2.5에 대하여 사용연한에 따른 속도별 부식피로수명을 살펴보면 270km/hr, 300km/hr, 330km/hr일 때 약 95년, 85년, 72년임을 확인할 수 있다.

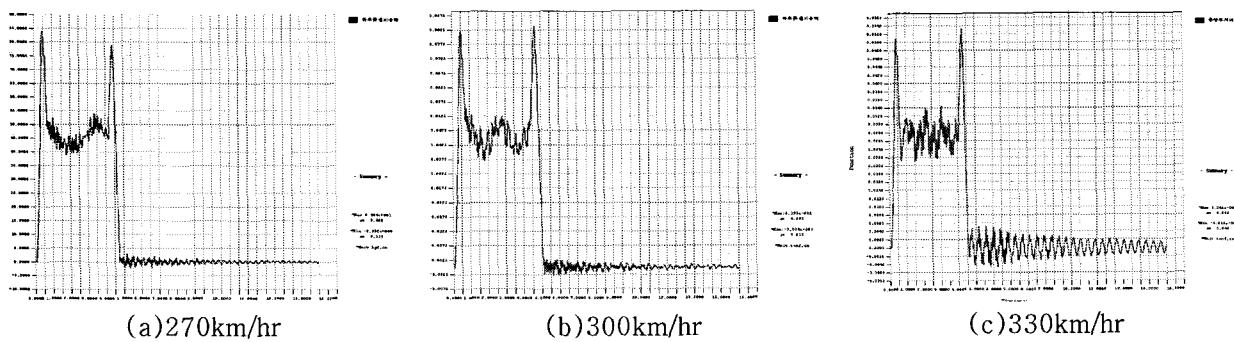


그림8. 응력이력곡선

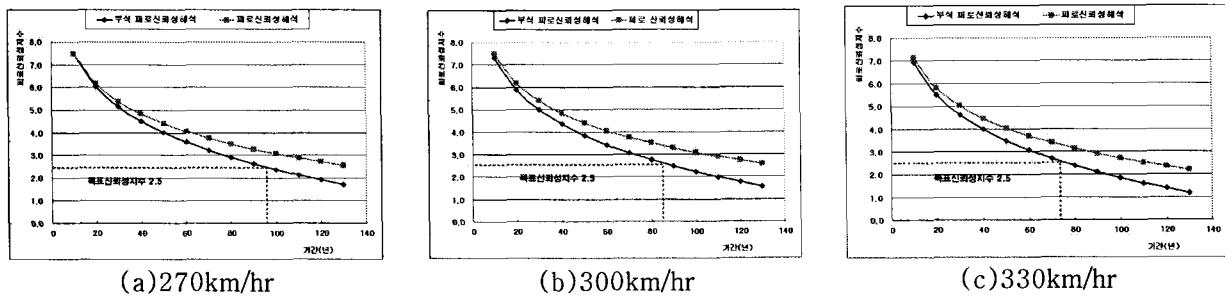


그림9. 부식피로신뢰성지수

도표4. 중앙부 플랜지 하부의 부식피로수명분석 결과

열차속도	270km/hr	300km/hr	330km/hr
부식 피로수명	95년	85년	72년
부식 미고려 피로수명	150년	130년	110년

시간에 따른 부식열화를 고려했을 경우 부식으로 인한 부재의 부분적인 손상으로 인해 발생하는 국부적인 손상과 그로 인한 응력집중으로 기존의 피로에 대한 신뢰성지수와 비교하였을 때 부식피로신뢰성 지수가 더 작게 도출됨을 확인할 수 있다. 이를 통해 강교의 피로손상은 부식의 열화에 대한 영향을 받게되며 시간에 따른 부식열화를 고려한 피로신뢰성을 기반으로 강교의 성능을 평가해야 함을 확인할 수 있다. 또한 열차의 속도가 증가함에 따라서 응력진폭이 증가하여 부식피로수명이 감소함을 알 수 있으며 추후에 열차의 운행수에 대한 수요가 증가하고 더 빠른 속도가 요구되어지면 부식피로수명의 주기는 더 줄어 들 수 있음을 예측할 수 있다.

## 5. 고속철도교량의 생애주기비용 분석

### 5.1 고속 철도 강교량의 부식피로신뢰성 기반 LCC분석 모델을 위한 비용분류체계

현재까지는 철도교량과 관련된 LCC분석은 비용분류체계에 대한 기준이 없기 때문에 도로교량의 비용분류체계를 기준으로 철도교량의 비용분류체계를 재구성 하였다. 특히 간접비 분야는 철도교의 유지보수는 열차통행에 지장을 주지 않는 심야에 수행되기 때문에 간접비용이 발생하지 않는다는 유지관리 주체의 인터뷰 결과를 이용하여 비용항목에서 제외하였다. 또한 고속철도교의 부식 피로파괴로 인하여 열차통행에 지장을 일으켜서 시급한 복구가 필요한 경우 기대 복구/간접비용을 고려할 수 있으며, 철도교량의 신뢰성 기반 LCC분석 수행 시 이를 고려할 수 있도록 식 (11a)와 같은 정식화 모델을 제안하였다.

$$E [ C_{TOT} (X, T) ] = C_{INI} (X, t) + \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+q)^t} \{ E [ C_{MAI} (X, t) ] + E [ C_{DIS} (X, t) ] \} + \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+q)^t} E [ C_{FS_k} (X, t) ] \quad (11a)$$

$$C_{INI} (X, t) = C_{INI}^{agency} (X) + C_{INI}^{indirect} (t) \quad (11b)$$

$$C_{MAI} (X, t) = C_{MAI}^{agency} (X, t) \quad (11c)$$

$$C_{FS} (X, t) = P_{FS} (X, t) \times C_{FS}^{damage} (X, t) \quad (11d)$$

여기서

$$C_{TOT} = \text{총 생애주기비용}$$

$$C_{INI}, C_{MAI}, C_{DIS}, C_{EC} = \text{기대수명동안의 임의 시간 } t \text{ 와 사용재료, 제원, 사용환경 등의 설계변수}$$

$X$ 의 함수로 구성된 초기건설비용, 유지관리비용, 해체·폐기비용 및 기대비용

$C_{INI}^{agency}, C_{MAI}^{agency}$  = 관리주체가 부담하는 초기건설비용, 유지관리비용

$C_{INI}^{indirect}$  = 간접 초기건설비용

$P_{FS}^{damage}, C_{FS}^{damage}$  = 손상수준에 따른 파손확률 및 파손비용

$q, k$  = 할인율 및 교량구성요소

$T$  = LCC분석에 고려된 기대수명

## 5.2 고속 철도 강교량의 부식피로신뢰성 기반 LCC분석

초기비용은 시공비와 초기비용에 대한 비율로 산정되는 계획비용, 설계비용, 감리비용으로 분류된다. 과거 예산서를 통하여 상부공은 고속철도 소수주형교의 m당 건설단가를 통해 산정하였으며 하부공은 교대와 교각의 기당 단가를 사용하였다. 또한 하부기초의 말뚝공사는 강관말뚝으로 가정하여 분석하였다. 유지관리비용은 관리비용, 점검 및 진단비용과 보수 및 교체에 소요되는 유지보수비용으로 구성된다. 그러나 현재 고속철도교량의 공용수명이 길지 않으므로 이에 대한 자료가 부족하며 강철도교의 유지보수항목을 모두 고려하는 것은 비합리적이라 할 수 있다. 그래서 국내 일반 강철도교량의 교량이력 카드와 정밀안전진단보고서를 바탕으로 실제로 발생한 비용을 이용하여 이를 고속철도 소수주형교에 적용하였다. 해체·폐기비용은 교량의 수명이 지난 경우 발생하며 교량의 기대수명이 발생하는 시점을 기준으로 현재비용으로 환산하여 비용을 추정하였다.

도표6. 고속철도 소수주형교의 초기건설단가

구성항목	소수주형 상부	교대	교각	강관파일 말뚝(Ø508mm)
규격	m당	기	기	기
단가(천원)	20,536~42,594	237,072~410,865	118,906	306~371

## 5.3 기대비용 정식화 및 비용항목

기대비용( $C_{EC}$ )은 신설교량이 공용기간동안 봉괴 또는 손상되어 열차 통행에 지장을 일으켜 시급한 복구가 필요한 경우 관리주체 측면에서 소요되는 복구비용 및 간접비용을 의미한다. 설계단계 생애주기비용 분석 측면에서 기대비용은 아래와 같이 신뢰성 해석을 통해 얻어진 손상 및 파괴확률에 복구비용과 간접비용의 합을 곱함으로서 계산될 수 있다. 본 연구에서는 앞서 도출한 부식 피로신뢰성지수에 대한 파괴확률을 이용하여 각 해마다 발생하는 부식 피로파괴에 대한 기대비용을 현재비용으로 환산하여 비용을 합하여 기대비용을 산정하였다.

$$C_{FS} = \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T P_f(X, t) \frac{1}{(1+q)^t} E[C_{FS_k}(X, t)] \quad (12)$$

여기서,  $P_f(X, t)$  = 고속철도 소수주형교의 파괴 확률,  $q$ =할인율,  $E[C_{FS_k}(X, t)]$  = 고속철도 소수주형교 기대복구비용과 기대간접비용의 합

기대비용 항목중 교량의 파괴시에 발생하는 기대복구비용은 발생구간의 시공비를 근거로 산정된다. 또한 기대간접비용은 사용자비용과 사회간접손실비용으로 구성되지만 고속철도교는 교량의 파괴 및 손상시에 빠르게 복구하기 때문에 사회간접손실비용은 고려하지 않고 여객시간지연비용만을 사용하였다. 업무/비업무 시간가치는 <도표 7>과 같이 한국교통연구원(2005)와 대한교통학회(2006)의 자료를 이용하였다.

$$\text{여객열차지연비용} = \text{업무/비업무 시간가치} \times \text{업무/비업무 통행비율} \times \text{열차이용인원} \times \text{열차지연시간} \quad (13)$$

도표 7. 업무/비업무에 따른 시간가치 및 비율

구분	한국교통연구원(2005)		평균
	철도투자평가 체계개선방안 (대한교통학회, 2006)		
시간가치 (원/시)	업무통행	11,578 (12,523)	12,273 (12,764)
	비업무통행	2,682 (2,901)	2,843 (2,957)
비율 (%)	업무통행	36.3	38
	비업무통행	63.7	62

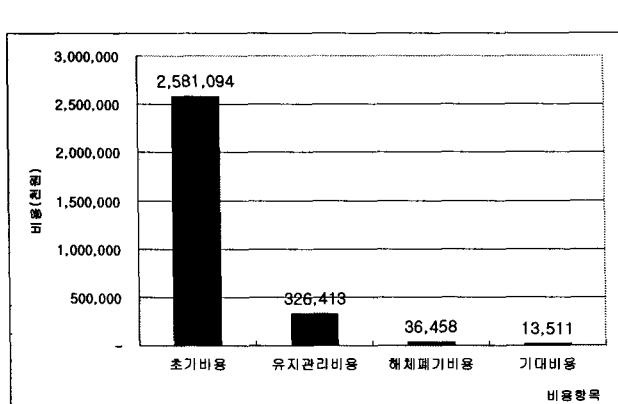
#### 5.4 분석결과

분석 대상은 전체 고속철도구간중에 소수주형교 부분만 고려하였으며 앞에서 분석한 300km/hr의 속도에 대한 부식피로신뢰성지수를 이용하여 기대비용을 산정하고 부식피로수명인 85년을 공용수명으로 보고 전체 생애주기비용을 분석하였다. 유지보수비용은 논문의 주제와 관련된 상부 강주형의 보수비용만을 고려하였다.

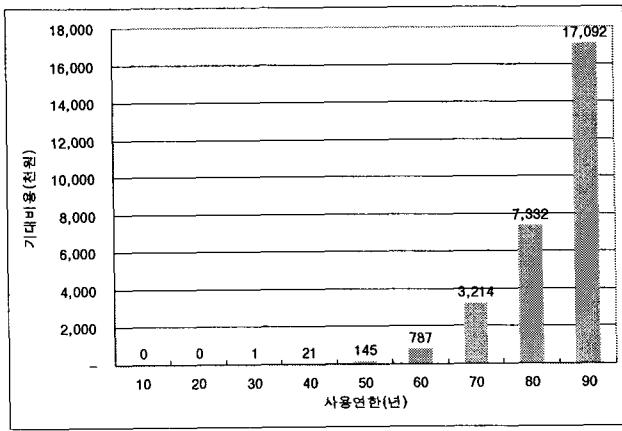
도표 8. 부식피로신뢰성기반 LCC분석 결과

(단위 : 원)

구분	초기비용	유지관리비용	해체폐기비용	기대비용	총비용
강판형교	2,581,094,000	326,413,479	36,458,455	13,510,811	2,957,476,744



(a)비용항목별 비용



(b)부식피로파괴에 의한 기대비용

그림10. 고속철도 LCC비용분석 결과

초기 비용에 비해서 해체폐기비용과 기대비용은 매우 작은 부분을 차지하며 부식피로파괴에 의한 기대비용이 60년 이후에 급격히 증가하였다.

#### 6. 결론

철도교량의 설계단계에서 최적의 대안을 찾기 위해서는 교량의 생애주기비용을 합리적으로 분석해야 한다. 또한 기존의 도로교에서는 LCC분석이 활발히 진행된 반면 철도교에서는 LCC분석이 미비하다. 특히, 최근에 고속철도의 수요가 증가함에 있어서 고속철도교량의 시공사례도 증가하므로 부식피로신뢰성에 기반한 고속철도 소수주형교의 합리적인 LCC분석으로 최적의 대안을 선택 할 수 있는 LCC모델을 제시하였다. 고속철도 소수주형교의 기대비용이 총 공사비에 비해서 아주 작은 부분을 차지하므로 설계단계의 대안 선정시 큰 영향을 주지는 않지만 교량의 파괴에 대한 중요성 측면에서 반드시 고려되어야 할 부분임에 틀림없다.

## 참고문헌

1. 한국철도공사 (2005년), "철도통계연보"
2. 한국철도공사 (2005년), "철도사고사례집"
3. 대한교통학회 (2006년), "철도투자평가 체계개선방안 연구"
4. 조효남,임종권,최현호 (1999), "신뢰성방법에 기초한 강교량의 잔존피로 수명 및 피로 위험도 평가", *한양대학교공학기술논문집*, 제 8호, 제 1권, pp.309–317.
5. AASHTO (2006), AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C., USA.
6. Kayser, J.R.(1988),*The effects of corrosion on the reliability of steel girder bridges*, PhD thesis, University of Michigan, USA.
7. Miner, M. A. (1945), "Cumulative damage in fatigue", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.12, No.3, pp.159–164.
8. Rahgozar et al., R., Khalaghi, A. R. and Javanmardi, R.(2006), "Fatigue notch factor in steel bridges due to corrosion", 7th International Congress on Civil Engineering, Tehran, Iran, on-line paper
9. Wirsching,P.H.(1984),"Fatigue reliability for offshore structures", *Journal of Structural Engineering*, Vol.110, No.10, pp.2340–2356.
10. Wirsching, P.H., Ortiz,K.andChen,Y.N.(1987),"Fracture Mechanics Fatigue Model in a Reliability Format", *Proceedings of the 6th International Symposium on OMAE*, Houston,Texas,pp.331–337.