

임의로 움직이는 물체 주위의 유동 해석을 위한 피드백 강제 외력을 이용한 가상경계방법

신 수 재,¹ 황 위 희,¹ 성 형 진^{*2}

AN IMMERSED BOUNDARY METHOD WITH FEEDBACK FORCING FOR SIMULATION OF FLOW AROUND AN ARBITRARILY MOVING BODY

S.J. Shin,¹ W.-X. Huang¹ and H.J. Sung^{*2}

We present an improved immersed boundary method for computing incompressible viscous flow around an arbitrarily moving body on a fixed computational grid. The main idea is to incorporate feedback forcing scheme of virtual boundary method with Peskin's regularized delta function approach in order to use large CFL number and transfer quantities between Eulerian and Lagrangian domain effectively. From the analysis of stability limits and effects of feedback forcing gains, optimum regions of the feedback forcing are suggested.

Key Words : 가상경계방법(Immersed boundary method), 피드백 강제외력(Feedback forcing), 안정성 분석(Stability analysis), 유한차분법(Finite difference method)

1. 서 론

가상경계방법은 가상경계면에 작용하는 운동량 강제 외력을 어떻게 처리하느냐에 따라 불연속적 외력 접근법(discrete forcing approach)과 연속적 외력 접근법(continuous forcing approach)으로 구분할 수 있다. 연속적 외력 접근법은 형식이 간단하여 불연속적 외력접근법보다 3차원에서의 확장이 쉽고 이동경계(moving boundary)주위의 유동을 쉽게 풀 수 있다. 두 접근법에 대한 자세한 비교는 Mittal 등[1]에서 찾아볼 수 있다.

연속적 외력 접근법은 크게 Peskin의 immersed boundary(IB) 방법과 virtual boundary(VB) 방법으로 나눌 수 있다. Peskin의 IB 방법은 움직이는 심장 안의 혈류 유동을 해석하기 위해 Peskin[2]이 제안한 방법이다. 처음에는 유연한 경계(elastic boundary) 문제를 풀기 위해 개발되었지만 Lai & Peskin[3]에 의해 강제 문제도 다룰 수 있게 되었다.

VB 방법은 Goldstein 등[4]이 물체의 움직임을 나타내기 위해 피드백 강제외력 개념을 이용하여 실린더 주위의 정상 유동과 회전 유동을 계산하였다. 그러나 이 방법은 피드백 강제 외력 계산으로 인해 수치 적분에 사용하는 시간 스텝을 크게 잡으면 수치 진동 및 수치 안정성의 문제가 발생하였다. 그러므로 시간 적분에 사용하는 시간 간격을 엄격한 제약 조건이 따르게 되는 문제점이 발생하였다. 하지만 Lee[5]가 VB method의 안정성 특성을 조사하여 이러한 시간 간격의 제약 조건을 완화시켰고 복잡한 형상 주위의 난류 유동을 $CFL \approx 1$ 을 사용하여 계산하였다.

본 연구에서는 이 대표적인 두 방법을 자세히 비교해보았다. 그 결과 VB 방법의 피드백 강제외력 기법을 사용하면 Peskin의 IB 방법의 피드백 강제외력 기법보다 더 큰 시간 간격을 사용하여 똑같은 신뢰도를 갖는 결과를 얻을 수 있다는 것을 알게 되었다. 또한 Peskin의 델타 함수를 사용하면 라그랑지안(Lagrangian)과 오일러리안(Eulerian) 영역사이의 값들을 보간하는데 효과적임을 알게 되었다. 그리하여 본 연구에서는 VB 방법의 피드백 강제외력 기법과 Peskin의 델타 함수 기법을 결합시킨 개선된 방법을 사용하였다. 시간 간격의 제약 조건을 완화하기 위해 여러 종류의 델타함수에 따른 피드백 강

1 한국과학기술원 기계공학과

2 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

* Corresponding author, E-mail: hjsung@kaist.ac.kr

제외력 변수($-\alpha\Delta t^2, -\beta\Delta t$)의 안정화 특성을 분석하였다. l_2 -norm error와 non-growing 진동현상을 줄이기 위해 델타 함수와 피드백 강제외력 변수가 현 방법의 계산 결과에 주는 영향을 조사하였다. 현 방법의 안정성 분석 및 조사를 통해 피드백 강제외력 변수의 최적 범위를 제시하였다. 현재 방법을 이용하여 원통이 정지(stationary)해 있을 때, inline oscillating, transverse oscillating할 때의 유동 현상을 계산하였다.

2. 수치적 기법

2.1 오일러리안과 라그랑지안 값의 공간 차분법

계산 영역은 크게 오일러리안 영역인 유체 부분과 라그랑지안 영역인 유체와 물체 사이 부분으로 나눌 수 있다. 오일러리안 영역은 고정된 Cartesian 격자로 정의되며, 현 보간법의 본질적인 특성을 유지하기 위해(식 (2)-(5)), h 간격의 동일 격자를 사용해야 한다.

Fig. 1은 유체 안에 있는 원형의 물체를 공간 차분한 것이다. 계산의 효율을 높이기 위해[6], 물체의 안은 라그랑지안 영역으로 고려하지 않았다. 유체와 물체 사이부분인 ∂S 는 아래와 같이 N_L 개의 라그랑지안 점들로 나누어 진다.

$$X_l \in \partial S \quad 1 \leq l \leq N_L \quad (1)$$

각각의 라그랑지안 점은 격자 간격 h 와 같은 두께의 분리된 부피 ΔV_l 를 갖는다. N_L 은 라그랑지안의 분리된 부피와 오일러리안 격자의 유한 부피가 같도록 정한다. 여기서는 원형 물체일 때만 다루었지만 현 방법은 임의 형상의 물체에 모두 적용할 수 있다.

2.2 델타 함수

델타 함수는 라그랑지안과 오일러리안 영역의 값들을 서로 보간할 때 아래와 같이 사용된다.

$$U(X_l) = \sum_{x \in \Omega} u(x) \delta_h(x - X_l) h^3, \quad 1 \leq l \leq N_L \quad (2)$$

$$f(x) = \sum_{l=1}^{N_L} F(X_l) \delta_h(x - X_l) \Delta V_l \quad (3)$$

대문자는 라그랑지안 값을 나타내며 소문자는 오일러리안 값을 나타낸다. 델타 함수는 식 (4)와 같이 표현된다.

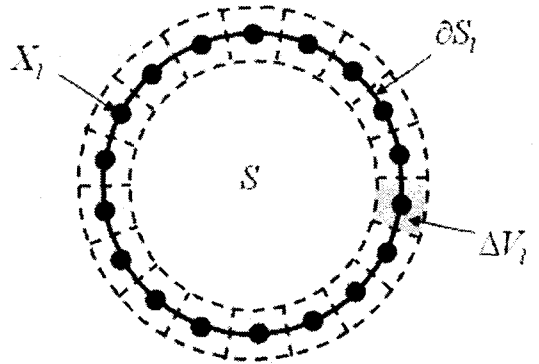


Fig. 1 Schematic diagram with circular solid object S in fluid domain

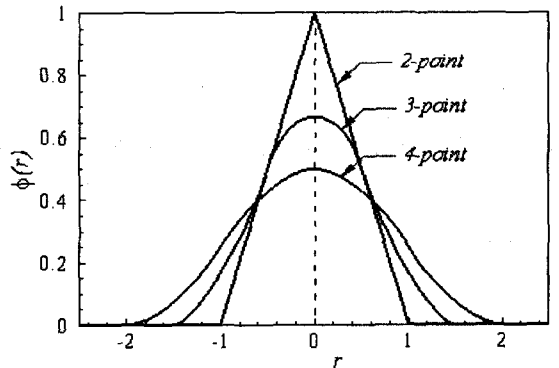


Fig. 2 Three types of regularized delta functions

$$\delta_h(x) = \frac{1}{h^3} \phi\left(\frac{x_1}{h}\right) \phi\left(\frac{x_2}{h}\right) \phi\left(\frac{x_3}{h}\right) \quad (4)$$

Fig. 2는 Saiki 와 Biringen[7]의 'area-weighted' VB 방법에서 사용한 보간법과 비슷한 2-point 델타 함수, Roma 등[8]이 사용한 3-point 델타 함수, Peskin[9]이 도입한 4-point 델타 함수를 표현한 것이다. $r=0$ 일 때 $\phi(r)$ 의 값이 최대가 되며 그 값은 델타함수의 point 수가 커질수록 작아지는 것을 알 수 있다. 또한 세 종류의 델타 함수 모두 Dirac 델타 함수의 기본 성질인 식 (5)를 만족한다.

$$\sum \delta_h(x - X) h^3 = 1 \quad (5)$$

위의 성질들은 다음에 보여줄 안정성 분석의 핵심 성질들이다.

2.3 수치 계산 방법

현 방법은 분리 단계법과 엇갈림 격자를 적용한 나비아스

특스 방정식 해법이다. 유체와 물체를 연결하는 항을 포함한 분할된 식들은 일련의 과정으로 계산된다.

$$F^n = \alpha \int (U^n(X_i) - U_d(X_i)) dt + \beta (U^n(X_i) - U_d(X_i)) \quad (6)$$

$$f^n = \int F^n \delta_h(x - X_i) ds \quad (7)$$

$$\frac{1}{\Delta t} u^* + N^* - \frac{1}{2Re} Lu^* = \frac{1}{\Delta t} u^n - Gp^{n-1/2} + \frac{1}{2Re} Lu^n + f^n \quad (8)$$

$$\Delta t DG\delta p = Du^* \quad (9)$$

$$u^{n+1} = u^* - \Delta t G\delta p \quad (10)$$

$$p^{n+1/2} = p^{n-1/2} + \delta p \quad (11)$$

$$U^{n+1} = \int u^{n+1} \delta_h(x - X_i^{n+1}) dx \quad (12)$$

$U_d(X_i)$ 은 라그랑지안 점이 움직이길 바라는 속도이고 u^* 는 중간 단계의 유체 속도이다. 현 방법에서는 라그랑지안 점들이 강제와 같이 움직이길 바란다. 따라서 식 (6)과 같이 라그랑지안 점의 속도가 바라는 속도와 같아지도록 피드백 강제외력을 계산한다. 오일러리안 강제외력을 델타함수를 이용하여 (6)에서 구한 라그랑지안 강제외력으로 보간한다. 식 (7)에서 구한 오일러리안 강제외력은 나비아스톡스 방정식에 운동량 강제외력으로 집어넣어 계산한 뒤, 식 (8)-(11)과 같이

분리 단계법을 이용하여 u^{n+1} , $p^{n+1/2}$ 를 구한다. 현 분리단계법의 자세한 내용은 Kim 등[10]에서 찾을 수 있다. 분리 단계법으로 구한 오일러리안 속도 u^{n+1} 를 델타 함수를 사용하여 라그랑지안 속도 U^{n+1} 를 얻은 뒤 이를 다시 다음 시간 간격의 피드백 강제외력을 계산하는데 사용한다. 위와 같은 일련의 과정을 반복하게 된다.

3. 안정성 분석

먼저, 3-point 델타 함수를 사용하고, 1차원 계산 영역에 라그랑지안 영역이 점 한 개인 경우를 생각해보자. Fig. 3에서 라그랑지안 점은 두 개의 오일러리안 점인 x_1 과 x_2 사이인

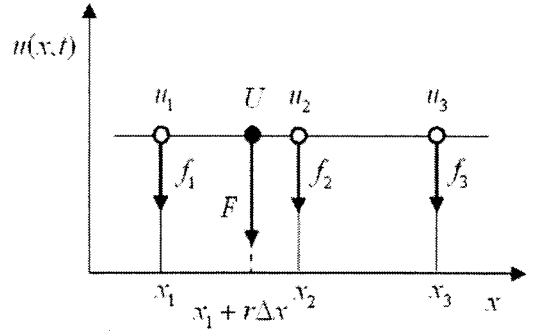


Fig. 3 Virtual boundary velocity and forcing in 1-D space

$x_1 + r(x_2 - x_1)$ 에 위치하고 있다. 라그랑지안 점의 속도인 $U(t)$ 는 3-point 델타 함수에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$U(t) = \phi(-r)u_1(t) + \phi(1-r)u_2(t) + \phi(2-r)u_3(t) \quad (13)$$

$u_1(t), u_2(t)$ 와 $u_3(t)$ 는 오일러리안 점의 속도이고 r 은 라그랑지안 점의 위치에 따라 0.5와 1사이의 값을 가지고 라그랑지안 피드백 강제외력은 식 (14)와 같이 구한다.

$$F(t) = \alpha \int^t (U(t') - U_d(t')) dt' + \beta (U(t) - U_d(t)) \quad (14)$$

이 강제외력은 근처의 3개의 오일러리안 점들의 속도 보간에서 사용했던 비율로 보간된다. 현 방법은 라그랑지안의 분리된 부피와 오일러리안 격자의 유한 부피가 같으므로 식 (3)을 이용하여 오일러리안 강제외력을 식 (15)와 같이 얻을 수 있다

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \phi(-r)F(t), f_2(t) = \phi(1-r)F(t), \\ f_3(t) &= \phi(2-r)F(t) \end{aligned} \quad (15)$$

라그랑지안 점이 한 개이므로 더 이상의 합이 필요없다. 현 방법의 안정성 분석은 가장 불안정한 경우인 오일러리안 강제외력이 가장 클 때를 고려한다. 위의 경우 오일러리안 강제외력은 오일러리안 점의 위치가 라그랑지안 점과 일치할 때 $f_2(t) \leq \Phi(0)F(t) = \frac{2}{3}F(t)$ 로 최대가 된다. 위와 같은 방식으로 가장 불안정한 조건을 갖는 오일러리안 강제외력을 각 조건에 따라 구해보면 Table 1과 같이 나타낼 수 있다.

계산 조건에 따라 최대 오일러리안 강제외력 값이 달라지므로 C_{max} 라는 계수를 써서 가장 불안정하게 만드는 강제외

력 값을 아래와 같이 정의하였다.

$$f_{\max}(t) = C_{\max}(\alpha \int^t (U(t') - U_d(t')) dt' + \beta(U(t) - U_d(t))) \quad (16)$$

또한 $\alpha (\approx 1/\Delta t^2)$, $\beta (\approx 1/\Delta t)$ 이 다른 항에 비해 훨씬 크고 정지한 경우 $U_d(t) = 0$ 로 가정하면 나비아스톡스 방정식은 식 (17)처럼 쓸 수 있다

$$u^{n+1} - u^n \approx C_{\max} \Delta t (\alpha \int_0^t u(t') dt' + \beta u^n(t)) \quad (17)$$

현 시간에서의 식 (17)에서 이전 시간 간격의 식을 빼면 $\alpha' = C_{\max} \alpha \Delta t^2$, $\beta' = C_{\max} \beta \Delta t$ 인 식 (18)를 구할 수 있다.

$$u^{n+1} - 2u^n + u^{n-1} = \alpha' u^n + \beta' (u^n - u^{n-1}) \quad (18)$$

다시 $r (\equiv u^{n+1}/u^n)$ 에 대한 식을 얻기 위해, $u^{n+1} = u^n r^n$ 을 식 (18)에 대입하면 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$r^2 - (2 + \alpha' + \beta')r + 1 + \beta' = 0 \quad (19)$$

$abs(r) \leq 1$ 을 만족하는 안정성 범위는 식 (20)과 같고 이는 계산영역의 차원과 라그랑지안 영역의 타입에 따라 달라진다.

$$-\alpha' - 2\beta' \leq 4 \Rightarrow -C_{\max} \alpha \Delta t^2 - 2C_{\max} \beta \Delta t \leq 4 \quad (20)$$

Fig. 4는 2차원 유체에서 라그랑지안 영역이 선일 때의 안정성 범위를 나타낸 것이다. Fig. 4의 선들은 여러 종류의 델타 함수의 안정성 한계를 표시한 것이다. 선 아래 부분은 안정한 범위를, 선 위 부분은 불안정한 범위를 나타낸다. 이 경우 4-point 델타함수의 안정성 범위가 2-point 델타함수의 안정성 범위보다 각 방향으로 두 배만큼 큰 것을 알 수 있다. 수치적인 안정성 분석을 검증하기 위해 4-point 델타함수를 사용하여 움직이는 원통 주위의 2차원 유체를 계산해보았다. 원/크로스는 각각 실제 계산에서 안정/불안정 현상을 보인 결과

Table 1 Maximum Eulerian forcing in several cases

	1D	2D	3D
Point	$\phi(0)F(t)$	$(\phi(0))^2 F(t)$	$(\phi(0))^3 F(t)$
Line	$F(t)$	$\phi(0)F(t)$	$(\phi(0))^2 F(t)$
Area	-	$F(t)$	$\phi(0)F(t)$

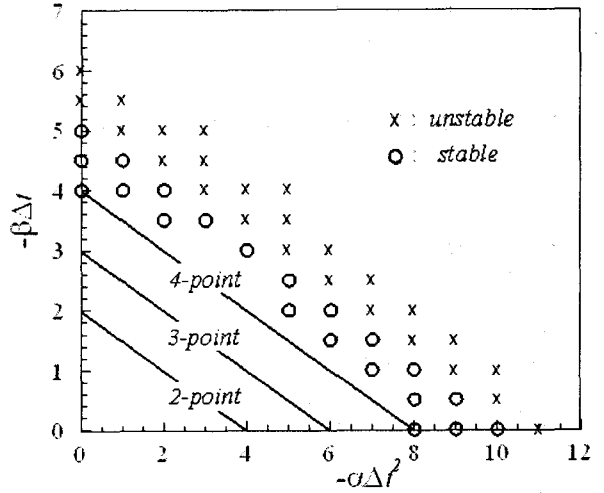


Fig. 4 Stability regimes in 2-D flow

를 나타낸다. 실제 계산 결과와 이론적인 분석 결과가 잘 일치한다는 것을 볼 수 있다.

4. Peskin 방법과 VB 방법의 비교

현 연구에서는 두 방법의 비교를 통하여, 현 연구에서는 VB 방법의 피드백 강제외력기법과 Peskin 방법의 델타 함수 기법을 결합시킨 개선된 방법을 사용하였다.

4.1 피드백 강제외력 기법

Peskin 방법은 Fig. 5(a)처럼 가상경계위치 $X_{ib}(s,t)$ 가 물체 표면위치인 $X_{bs}(s,t)$ 와 같아지도록 피드백 강제 외력을 아래와 같이 주는 방법이다.

$$F(s,t) = \kappa(X_{bs}(s,t) - X_{ib}(s,t)) \quad (21)$$

κ 는 매우 큰 양의 값이며, $X_{ib}(s,t)$ 는 매 시간마다 주변 유체 속도에 의해 움직이게 된다. 반면에 VB 방법은 Fig. 5(b)처럼 가상경계를 처음부터 물체표면위치와 같다고 설정하고 그 경계에서의 속도가 no-slip 조건을 만족하도록 피드백 강제외력을 다음과 같이 주는 방법이다.

$$F(s,t) = \alpha \int_0^t (U_{vb} - U_{bs}) dt' + \beta (U_{vb} - U_{bs}) \quad (22)$$

α, β 는 매우 큰 음의 값이며 보통 Peskin 방법은 VB 방법의 $\beta = 0$ 인 특별한 경우로 여겨졌다. 하지만 두 방법은 미묘

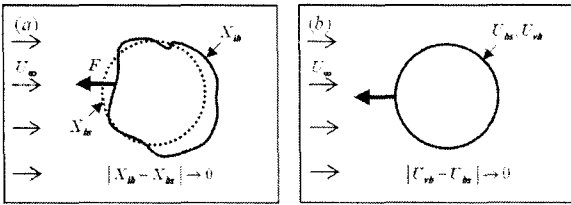


Fig. 5 Schematic diagram for comparison of two method (a) Peskin's IB method (b) virtual boundary method

한 차이로 인해 계산 시간의 큰 차이를 주게 된다. Peskin 방법은 위치수정 강제외력으로 가상 경계 점들의 속도와 위치 모두 보정해야 하는 반면, VB 방법은 속도수정 강제외력으로 가상경계 점들의 속도만 보정하면 된다. 이런 차이점은 똑같은 신뢰도를 갖는 가상경계 조건을 얻기 위해 Peskin 방법의 κ 값이 α 값보다 더 커지게 된다. 따라서 이는 안정화 문제로 인해, Peskin 방법의 계산 시간 간격이 VB 방법의 계산 시간 간격보다 더 작아져야함을 의미한다.

4.2 오일러리안 라그랑지안 보간법

VB 방법은 매우 많은 라그랑지안 점을 사용하여 계산에 무리를 주고 그 개수를 정하는 기준이 명확하지 않다. 반면에 Peskin 방법은 VB 방법보다 적은 수의 라그랑지안 점을 사용하며 라그랑지안의 분리된 부피와 오일러리안 격자의 유한 부피가 같도록 점의 개수를 정한다. 또한 Peskin 방법의 경우 보간과정에서 델타함수를 사용하여 라그랑지안과 오일러리안 값의 보존이 명확한 반면, VB 방법은 평균힘접근법(average forcing approach)을 사용하여 보간 과정에서 라그랑지안과 오일러리안 값의 보존관계가 명확하지 못하다.

5. 계산 결과 및 고찰

5.1 정지되어 있는 원통

계산 영역은 $\Omega = [0, 8] \times [0, 8]$ 이며 직경이 $d = 0.3$ 인 원

Table 2 Comparison with previous study

	h	$-\alpha$ or κ	Δt	C_D	C_L'	St
Case1	1/64	48000	0.012	1.44	0.35	0.168
Case2	1/64	48000	0.006	1.44	0.35	0.168
Lai & Peskin [3]	1/64	48000	0.0018	1.52	0.29	0.155
Lai & Peskin [3]	1/128	96000	0.0009	1.45	0.33	0.165

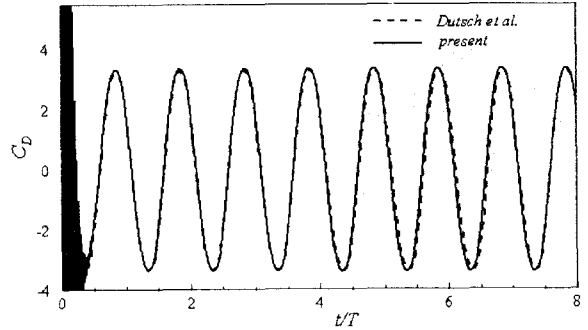


Fig. 6 Time history of the drag coefficient

통의 중심이 (1.85, 4.0)에 위치해 있다. 경계조건은 입구 및 원거리에서는 Dirichlet 경계조건을, 출구에서는 대류 경계 조건을 사용하였다. 정확한 비교를 위해, Lai & Peskin[3]처럼 4-point 델타함수를 사용하였고, 피드백 변수($\beta = 0$)를 사용하였다. 또한 나머지 계산 조건도 Lai & Peskin[3]과 같게 설정하였다. Table 2에서 볼 수 있듯이 Peskin 방법에서는 $\kappa = 48000$ 을 사용한 결과와 $\kappa = 96000$ 을 사용한 결과가 다르게 나왔다. 하지만 현 방법에서는 $-\alpha = 48000$ 을 사용하고도 신뢰할만한 결과를 얻었다. 또한 안정성 분석을 통해 얻은 4-point 델타함수의 안정성 범위($-\alpha \Delta t^2 < 8$)를 사용하여 최대의 계산 시간 간격을 $\Delta t = 0.012$ ($-\alpha \Delta t^2 = 6.912$)로 정하였다. 이 시간 간격은 Lai & Peskin[3]이 사용한 계산 시간 간격($\Delta t = 0.0009$)보다 10배 이상 큰 값이다. VB 방법의 피드백 강제외력 기법을 사용과 안정성 분석을 통해서 $CFL \approx 1.3$ 로 계산을 수행할 수 있었다.

5.2 Inline 진동하는 원통

계산 조건은 $Re = u_m d / \nu = 100$, $KC = u_m / fd = 5$ 을 사용하였다. u_m 은 원통의 최대 속도이며 f 는 진동수이다. 원통의 중심 x_c 는 아래와 같이 주기성을 가지며 움직인다.

$$x_c(t) = -A_m \sin(2\pi ft) \tag{23}$$

계산 영역은 $\Omega = [-50d, 50d] \times [-50d, 50d]$ 이며 격자의 개수는 전체적으로 416×282 개이며, 실린더 주변은 60×60 개를 사용하였다. 경계조건은 모두 Neumann 경계조건을 사용하였다. 계산 시간 간격은 $\Delta t = 720/f$ 를 사용, $CFL \approx 0.6$ 로 계산하였다. 4-point 델타함수를 사용하고 안전한 범위에서 선택할 수 있는 가장 큰 조합 중 하나인 $-\alpha \Delta t^2 = 3.9$, $-\beta \Delta t = 1.9$ 를 사용하였다. Fig. 6은 현 방법의 계산 결과가 Dütsch 등[11]과 잘 일치함을 보여준다.

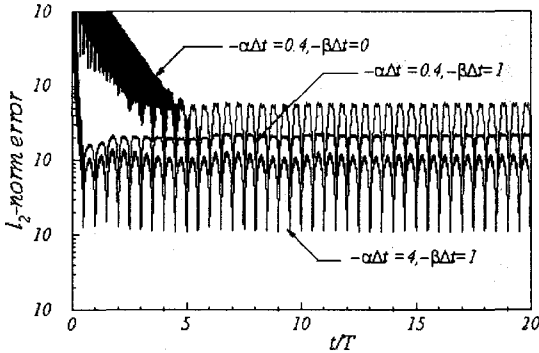


Fig. 7 l_2 - norm error of the virtual surface velocity in the stream-wise direction normalized by the free-stream velocity u_∞ for three different forcing gains

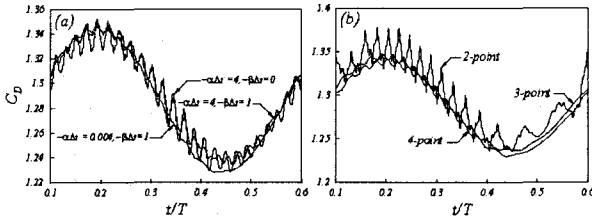


Fig. 8 Time history of the drag coefficient (a) for different forcing gain using 3-point delta function (b) for different types of delta functions with $-\alpha\Delta t^2 = 0.4, -\beta\Delta t = 1$

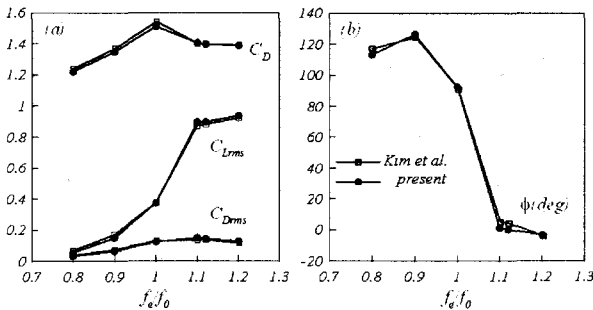


Fig. 9 Variations of the force coefficients and phase angle with respect to f_c/f_0 (a) mean drag coefficient and rms drag and lift fluctuation coefficients (b) phase angle between C_L and the vertical position of the cylinder.

5.3 Transverse 진동하는 원통

계산 조건은 $Re = 185, A_m/d = 0.2, f_c/f_0 = 0.8$ 을 사용하였다. Re 는 자유흐름 속도로 무차원화 한 것이며, f_c 는 원통 운동의 진동수, f_0 는 정지한 원통에서의 natural shedding 진동수이다. 원통의 중심 y_c 는 자유 흐름 안에서 다음과 같이 진동한다.

$$y_c(t) = A_m \cos(2\pi f_c t) \tag{24}$$

다른 계산 조건은 정지되어 있는 원통에서의 조건과 동일하다. Fig. 7은 3-point 델타 함수를 사용할 때, 외력 계수에 따른 물체 표면 속도의 l_2 -norm error를 나타낸다. $-\alpha\Delta t^2, -\beta\Delta t$ 의 값이 클수록 error가 더 작은 값에서 수렴되었다. 또한 $-\beta\Delta t$ 는 수렴 속도에도 영향을 주어 그 값이 커질수록 error가 더 빨리 감소되었다. 그러므로 error를 감소시키기 위해서 본 연구에서는 가능한 큰 $-\alpha\Delta t^2$ 와 $-\beta\Delta t$ 를 사용하였다.

Fig. 8(a)는 강제 외력 계수에 따른 항력 계수의 시간 그래프를 보여준다. $-\alpha\Delta t^2$ 가 커지면 non-growing 진동이 커지고, $-\beta\Delta t$ 가 커지면 진동이 작아졌다. Fig. 8(b)는 델타함수에 따른 항력계수 시간 그래프를 보여준다. 4-point 델타함수를 쓸 경우 2-point 델타함수를 쓸 경우보다 non-growing 진동이 급격히 작아졌다. Fig. 7와 8의 결과를 바탕으로 본 연구에서는 향상된 계산 결과를 위해 4-point 델타함수와 큰 강제외력 계수를 사용하게 되었다.

다른 계산 결과와 정확하게 비교하기 위해, 큰 계산 영역인 $\Omega = [-50d, 50d] \times [-50d, 50d]$ 를 사용하였다. 진동수를 $0.8 \leq f_c/f_0 \leq 1.2$ 로 바꾸어가면서 계산하였고, 계산 시간 간격은 $\Delta t = 720/f$ 를 사용, $0.7 \leq CFL \leq 1.1$ 로 계산을 수행하였다. 나머지 조건은 inline 진동하는 원통의 계산 조건과 동일하다. 그림 9는 진동수에 따른 항력과 양력 계수의 평균값과 rms값을 비교한 것이다. 현 계산결과가 Kim 등[12]의 결과와 잘 일치하게 나왔다.

6. 결 론

본 연구에서는 VB 방법의 피드백 강제외력 기법과 Peskin의 델타 함수 기법을 결합시킨 개선된 방법을 사용하였다. 시간 간격의 제약 조건을 완화하기 위해 여러 종류의 델타함수에 따른 피드백 강제외력 변수($-\alpha\Delta t^2, -\beta\Delta t$)의 안정화 특성을 분석하였다. 4-point 델타함수의 안정성 범위가 2-point의 안정성 범위보다 훨씬 넓다는 것을 확인하였다. 델타 함수와 피드백 강제외력 계수가 현 방법의 계산 결과에 주는 영향도 조사하였다. 이 결과를 바탕으로 본 연구에서는 l_2 -norm error와 non-growing 진동현상을 줄이기 위해, 4-point 델타 함수와 가능한 큰 피드백 강제외력 계수를 사용하였다. 현 방법을 이용하여 원통이 정지(stationary)해 있을 때, inline oscillating, transverse oscillating할 때의 유동 현상을 계산하였고 그 결과가 다른 기존의 결과들과 잘 일치함을 확인하였다.

참고문헌

- [1] Mittal, R. and Iaccarino, G., 2005, "Immersed boundary methods", *Annu. Rev. Fluid Mech.* Vol.37, pp.239-261.
- [2] Peskin, C.S., 1977, "Numerical analysis of blood flow in the heart", *J. Comput. Phys.* Vol.25, pp.220-252.
- [3] Lai, M.-C. and Peskin, C. S., 2000, "An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity", *J. Comput. Phys.*, Vol.160, pp.705-719.
- [4] Goldstein, D., Handler, R. and Sirovich, L., 1993, "Modeling a no-slip flow boundary with an external force field", *J. Comput. Phys.*, Vol.105, pp.354-366.
- [5] Lee, C., 2003, "Stability characteristics of the virtual boundary method in three-dimensional applications", *J. Comput. Phys.*, Vol.184, pp.559-591.
- [6] Uhlmann, M., 2005, "An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows", *J. Comput. Phys.*, Vol.209, pp.448-476.
- [7] Saiki, E.M. and Biringen, S., 1996, "Spatial simulation of a cylinder in uniform flow : application of a virtual boundary method", *J. Comput. Phys.*, Vol.123, pp.450-465.
- [8] Roma, A., Peskin, C. and Berger, M., 1999, "An adaptive version of the immersed boundary method", *J. Comput. Phys.*, Vol.153, pp.509-534.
- [9] Peskin, C.S., 2002, "The immersed boundary method", *Acta Numerica*, Vol.11, pp.1-39.
- [10] Kim, K., Baek, S.-J. and Sung, H.J., 2002, "An implicit velocity decoupling procedure for incompressible Navier-Stokes equations", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol.38, pp.125-138.
- [11] Dütsch, H., Durst, F., Becker, S. and Lienhart, H., 1998, "Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers", *J. Fluid Mech.*, Vol.360, pp.249-271.
- [12] Kim, D. and Choi, H., 2006, "Immersed boundary method for flow around an arbitrarily moving body", *J. Comput. Phys.*, Vol.212, pp.662-680.