

다공질 포움의 위상최적설계를 위한 물질보간기법에 관하여 On Material Interpolation Technique for Topology Optimization of a Poroelastic Foam

*, #이중석¹, 김은일², 김윤영¹, 김정수³, 강연준³

*, #J. S. Lee(jslee@idealab.snu.ac.kr)¹, E. I. Kim², Y. Y. Kim¹, J. S. Kim³, Y. J. Kang³

¹서울대학교 기계항공공학부 멀티스케일설계창의연구단, ²현대자동차 연구개발총괄본부,

³서울대학교 기계항공공학부 차세대자동차연구센터

Key words : Poroelastic foam, Topology optimization, Material interpolation

1. 서론

다공질 포움(poroelastic foam)은 음파의 전달이나 반사를 감소시키기 위한 목적으로 자동차나 항공기 등의 기계분야 및 건축물 등에 널리 이용되고 있다. 다공질 포움의 흡차음 성능은 기본적으로 그것의 물성치에 따라 다르지만, 같은 종류의 포움을 사용한다면 공기층과 다공질 포움층의 배열이나 다공질 포움의 형상에 따라서 크게 차이가 난다. 따라서, 목적에 맞는 다공질 포움의 배열 혹은 형상을 설계하는 것은 경량성 및 경제성뿐만 아니라, 성능의 향상을 위해서 매우 중요한 일이다.

대부분의 다공질 포움에 대한 기존의 연구는 주로 물질의 특성 파악 및 주어진 배열이나 형상에 대한 반복적인 해석과 실험을 바탕으로 이루어져왔다. 이러한 설계 방법은 기존의 배열 혹은 형상을 바탕으로 수행되어야만 하기 때문에 새로운 설계가 어렵고, 그만큼 종전에 비해 월등한 성능 향상을 기대하기가 쉽지 않았다. 따라서, 본 연구에서는 어떠한 초기 배열이나 형상의 제한 없이 목적에 알맞은 다공질 포움의 배열 및 형상을 설계하기 위한 위상최적설계 기법에 대해서 살펴보고자 한다.

다공질 포움의 최적설계는 설계과정이 단계적인 최적화 기법에 기반해야 하고, 각 단계마다 변화하는 공기층 영역과 다공질 포움 영역을 제대로 반영할 수 있는 새로운 해석 기법이 요구된다. 아래의 Fig. 1은 최적화 기반의 설계가 진행됨에 따른 두 영역간의 상대적인 분포와 경계의 변화를 보여주고 있다. 기존의 해석 방법에서는 각 영역을 독립적인 지배방정식으로 구현하고, 경계에서의 연성(coupling)효과를 부가적으로 고려한다. 따라서, Fig. 1과 같이 변화하는 설계영역 및 경계를 고려하기 위해서는 각 단계마다 공기층 영역과 다공질 포움 영역을 새롭게 구성해야만 하고, 그에 따른 경계조건을 새롭게 고려해야만 한다. 이러한 기존의 해석기법을 다공질 포움의 최적설계에 적용하는 것은 많은 시간과 노력을 필요로 하므로 적합하지 않다. 반면에, 위상최적설계 [1]에서의 물질보간기법(material interpolation technique)을 이용하는 새로운 해석 기법은 하나의 지배방정식으로 서로 다른 두 물리 영역(공기층 영역과 다공질 포움 영역)을 모두 구현할 수 있으며, 두 영역간의 경계는 자동으로 만족된다.

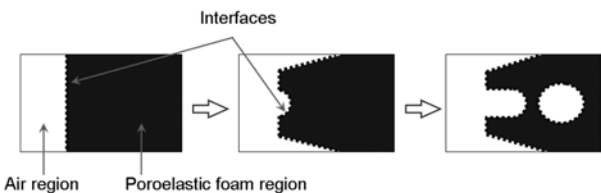


Fig.1 Change of air region and poroelastic foam region along an iterative optimization process.

이러한 물질보간기법은 새로운 해석기법으로의 이용뿐만 아니라 다공질 포움을 포함하는 음향시스템에 있어서 목적에 맞는 다공질 포움의 배열 및 형상에 대한 설계를 수행하는데도 매우 중요한 역할을 한다. 물질보간기법을

이용한 다공질 포움의 위상최적설계는 최근 대표적인 흡차음 문제에 대해서 보고된 바 있다 [2, 3]. 우선, 공기층과 다공질 포움층이 여러 겹의 층을 이루는 1 차원 다층 흡음재(multi-layered poroelastic acoustical foam)에 대해서, 고려하는 주파수에 따른 최대의 전달손실(transmission loss)을 갖는 두 층간의 상대적인 배열 및 두께의 설계가 수행되었다 [2]. 또한, 2 차원 음향시스템의 저/중주파수 대역에서의 흡음 성능을 최대로 하기 위한 다공질 포움의 최적 형상 설계가 수행되었다 [3]. 본 논문에서는 다공질 포움의 위상최적설계를 위한 물질보간기법을 체계적으로 살펴보고자 한다.

2. 다공질 포움과 공기 간의 물질보간기법

공극이 점성 유체로 채워진 다공질 물질에서의 탄성과 전달에 대해서 Biot은 고체상의 변위벡터(\mathbf{u})와 유체상의 변위벡터(\mathbf{U})를 이용하여 다음과 같은 이론을 제시하였다 [4]. 공기로 채워진 다공질 포움에서의 음파의 전달은 다음의 Biot 이론을 통해서 기술될 수 있다.

$$N\nabla^2\mathbf{u} + \nabla[(\lambda + N)\nabla \cdot \mathbf{u} + \varepsilon] = \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\mathbf{u} + \rho_{12}\mathbf{U}) + b\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u} - \mathbf{U}) \quad (1a)$$

$$\nabla[\lambda \nabla \cdot \mathbf{U} + \varepsilon] = \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{21}\mathbf{u} + \rho_{22}\mathbf{U}) - b\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u} - \mathbf{U}) \quad (1b)$$

다공질 포움의 음향학적 특성을 나타내는 계수들은 주로 거시적인 관점에서 정의되며, 벌크 밀도(bulk density)나 벌크 영률(bulk Young's modulus), 공극률(porosity), 유동저항계수(flow resistivity), 구조인자(structure factor), 손실인자(loss factor)등의 기본적인 물리적 성질에 의해서 결정된다. 보다 자세한 설명은 참고문헌 [4, 5]에서 찾아볼 수 있다.

반면에, 공기층 영역에서의 음파의 전달은 음압(p)을 이용하여 다음과 같이 나타낸다. 이 때, 공기층에서의 감쇠는 일반적으로 고려하지 않는다.

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (2)$$

Figure 1과 같은 다공질 포움을 포함한 음향시스템을 해석하기 위해서 기존의 방법은 식(1)과 식(2)를 모두 사용할 뿐만 아니라, 두 영역간의 경계부분을 해석과정에서 반영하여야만 하였다. 그러나 위상최적설계에서는 적절한 물질보간기법(material interpolation technique)을 이용하여 하나의 지배방정식만으로 서로 다른 두 영역을 표현할 수 있어야 한다. 즉, 식(1)을 가지고 다공질 포움뿐만 아니라, 공기층의 음향학적 거동을 나타낼 수 있어야 한다.

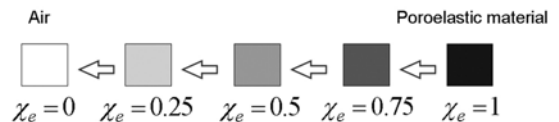


Fig. 2 Concept of the material interpolation technique to express the state of an element between air and poroelastic material with respect to the real-valued material state variable.

Figure 2 는 본 논문에서 논의하는 공기와 다공질 물질 간의 물질보간기법을 개념적으로 나타내고 있다. 이산화된 다공질 포움 영역의 요소에 대해서 0 과 1 사이의 실수값을 갖는 물질상태변수(real-valued material state variable, χ)를 부과한다. 그리고 다공질 포움의 물성치를 물질상태변수의 함수로 표현한다. 물질상태변수의 값이 1 일 때 요소는 원래의 다공질 포움의 물성치를 가진다. 그러나, 그 값이 0 이 되면 요소 내에는 다공질 포움이 존재하지 않음을 나타내고, 이는 공기만으로 차있는 상태를 나타낸다. 예를 들어, 물질상태변수 χ 를 갖는 요소의 벌크 밀도(bulk density, ρ), 벌크 영률(bulk Young's modulus, E_2), 공극률(porosity,)은 다공질 포움과 공기의 해당 값을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다. 이때, , 그리고 은 물질보간함수의 차수이다.

$$\rho = (\rho_{foam} - \rho_{air}) \cdot (\chi) + \rho_{air} \tag{3a}$$

$$(E_2) = \{ (E_2)_{foam} - (E_2)_{air} \} \cdot (\chi) + (E_2)_{air} \tag{3b}$$

$$= (\text{foam} - \text{air}) \cdot (\chi) + \text{air} \tag{3c}$$

따라서, Fig. 1 과 같은 해석영역에 있어서, 기존의 해석 방법과는 달리 물질보간기법을 이용하면 다음의 Fig. 3 과 같이 서로 다른 두 영역을 각 요소에 부과된 물질상태변수 (χ)의 값을 조절함으로써 하나의 지배방정식으로 표현할 수 있다.

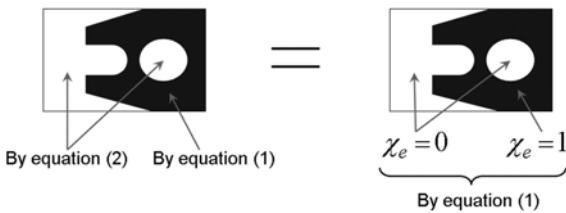


Fig. 3 Comparison of a conventional analysis model(left) with the proposed analysis model(right).

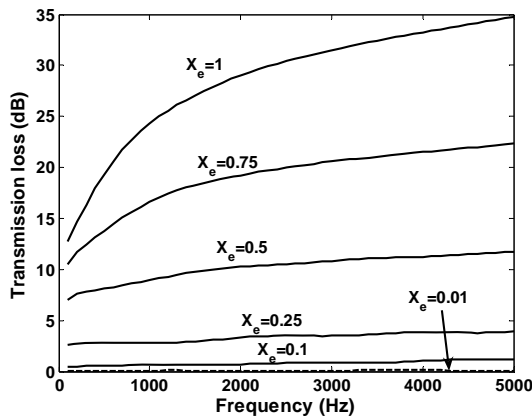


Fig. 4 Sound transmission loss of a proelastic foam layer for various values of the real-valued material state variable.

단순한 해석만을 위해서는 Fig. 3 의 오른쪽 그림과 같이 1 과 0 의 두 가지 물질상태변수만을 고려하면 된다. 그러나, 음향시스템 내의 공기층과 다공질 포움 간의 최적의 배열과 형상을 설계하기 위해서는 1 과 0 사이의 중간값도 고려해야만 한다. 왜냐하면, 위상최적설계 과정에서 중간값을 가지는 물질상태변수가 나타나기 때문이다. 이러한 중간값의 물질상태변수를 가지는 가상의 물질에 대한 해석을 바탕으로 한 최적화 과정은 설계문제의 수렴에 큰 영향을 끼친다. 따라서, 1 과 0 으로 표현되는 두 상태를 적절한 함수의 형태로 보간하는 것이 중요하며, 본 연구에서 살펴본 물질보간기법에 따르면 Fig. 4 와 같이 물질상태변수의 변화

에 따라 다공질 포움 층으로 공기층의 상태 ($\chi = 0.01$) 를 제대로 나타낼 수 있다. 보다 자세한 설명은 참고문헌 [2] 에 제시되어 있다.

3. 결론

목적에 맞는 다공질 포움의 배열 및 형상설계를 위해서 공기층 영역과 다공질 포움 영역을 하나의 지배방정식으로 표현할 수 있는 새로운 해석 방법은 물질보간기법을 바탕으로 확립된다. 다공질 포움과 공기의 물성치를 요소에 부과된 물질상태변수의 함수로 표현함으로써 하나의 요소는 다공질 포움과 공기를 모두 표현할 수 있다. 이러한 물질보간기법은 다공질 포움에 포함된 음향시스템의 해석뿐만 아니라, 위상최적설계를 바탕으로 한 다공질 포움의 최적의 배열 및 형상설계 문제에도 큰 역할을 하며, 최근 보고된 연구[2, 3]에서 효율적인 물질보간기법이 제안되었으며 그 기법의 효용성과 중요성이 입증되었다.

후기

본 연구는 서울대학교 정밀기계설계공동연구소를 통해 제공된 창의적연구진흥사업(한국과학재단, 과제번호 2007-019)의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., "Topology Optimization: Theory, Methods and Applications," Springer, Germany, 2003.
2. Lee, J. S., Kim, E. I., Kim, Y. Y., Kim, J. S. and Kang, Y. J., "Optimal proelastic layer sequencing for sound transmission loss maximization by topology optimization method," J. Acoust. Soc. Am., **122**(4), 2097-2106, 2007.
3. Lee, J. S., Kim, Y. Y., Kim, J. S. and Kang, Y. J., "Two-dimensional proelastic acoustical foam shape design for absorption coefficient maximization by topology optimization method," submitted, 2007.
4. Biot, M. A., "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid," J. Acoust. Soc. Am., **2**, 168-191, 1956.
5. Bolton, J. S., Shiau, N.-M. and Kang, Y. J. "Sound transmission through multi-panel structures lined with elastic porous materials," J. Sound Vib., **1** **1**(3), 317-347, 1996.