

# 위상최적화를 이용한 비공압 타이어의 강성 형상 설계

## Pattern Design of on-Pneumatic Tire for stiffness Using Topolog Optimization

#유의종<sup>1</sup>, 장인권<sup>2</sup>, \*유용균<sup>3</sup>, 곽병만<sup>3</sup>

#E. J. Yoo(euijong.yoo@samsung.com)<sup>1</sup>, I. K. Jang<sup>2</sup>, \*Y. Yu<sup>3</sup>, B. M. Kwak<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 삼성중공업 조선해양연구소, <sup>2</sup> Queen's University, <sup>3</sup> 한국과학기술원 기계공학과

Key words : Topology Optimization, Non-Pneumatic Tire, Pattern Design, Vertical Stiffness, Tractive Stiffness

### 1. 서론

비공압 타이어는 미쉐린(Michelin)이 2005년 트웰(Tweel)이라는 이름의 비공압 타이어를 선보이면서 비공압 타이어의 연구를 선도하고 있다.[1] 이러한 비공압 타이어는 개발의 초기단계로서 궁극적으로 기존의 공기압 타이어를 대체하는 비공압 타이어를 개발하기 위해서는 타이어 모양과 구조뿐 만 아니라 재료의 물성 등 다른 여러 분야에 대한 연구와 개발이 동시에 필요하다. 이를 위해 위상 최적화 방법을 이용하여 기존의 공기압 타이어의 성능을 기본적으로 충족시키고 더 나아가 더 발전적인 성능을 낼 수 있는 비공압 타이어의 위상을 얻는 설계 방법과 결과를 제안한다.

### 2. 위상최적화를 이용한 설계과정

비공압 타이어의 구조를 위상 최적화 방법을 이용하여 개발하는데 있어서 설계에 사용되는 많은 설계매개변수 (design parameter)들이 불확실성을 가지고 있기 때문에 처음부터 실제와 유사한 값을 얻기 위해 타이어의 동적 거동과 내구성 등 다양한 기능을 모두 고려하기 보다는 가장 기본적인 정적 강성을 목표로 한다. 그리고 타이어의 비선형 거동을 고려하여 최적화를 하기에는 계산시간의 효율성에서 많은 무리가 따른다. 따라서 2 차원 선형모델로 가정하여 기존의 공기압 타이어와 유사한 정적 강성을 갖는 것을 목표로 기존의 타이어의 수직 강성(vertical stiffness), 전후 방향 강성(tractive stiffness)을 목적 값으로 하여 부피제한조건을 갖는 컴플라이언스(compliance) 최적화 문제로 고려한다. 다양한 설계매개변수에 대해 위상최적화를 통해 얻어지는 결과 값을 살펴본다 정해진 목표 값을 만족하는 설계매개변수를 찾고 이때의 최적의 구조를 찾는 것을 목표로 한다. 이 과정에서 가중치에 따라 원하는 목표 값을 얻을 수 있도록 기존에 널리 쓰이는 수식을 수정하여 사용하고 계산시간을 줄이면서 타이어의 전체 위상을 얻을 수 있도록 패턴 설계(pattern design)를 사용한다.

#### 2.1 목표 값 설정

2 차원 모델에서 타이어는 기본적으로 차량의 하중을 지탱하고 제동력 및 구동력을 지면에 전달 하며 노면으로부터의 충격과 진동을 흡수하여야 한다. 이러한 타이어의 기능을 비공압 타이어에서도 기본적으로 만족 시켜야 한다. 따라서 이러한 기능을 만족시키기 위해서는 타이어에 지면과 수직방향으로 가해지는 수직 하중(vertical load)에 대한 수직 강성(vertical stiffness), 타이어의 진행 방향으로 가해지는 전후 방향 하중(tractive load)에 대한 전후 방향 강성(tractive stiffness)이 기존의 공기압 타이어(pneumatic tire)와 유사해야 할 것이다. 김과 김[2]은 실험을 통하여 승용차용 레이디얼 타이어에 대해 실내 실험을 수행하여 Figure 2.1, 2.2 와 같이 타이어의 강성이 선형성을 가짐을 보였고 Table 2.1 와 같이 수직 강성(vertical stiffness)  $K_v$ , 전후 방향 강성(tractive stiffness)  $K_t$ 을 구하였다. 비공압 타이어를 처음 설계 함에 있어서 타이어의 치수, 재료의 물성치를 포함한 많은 부분이 설계매개변수로 설계영역에 속하기 때문에

Table 2.1 의 강성을 절대적으로 만족 시키도록 목표 값을 잡는 것은 무리가 있다. 대신 타이어의 정적 강성의 선형성을 이용하여 전후 강성에 대한 수직 강성 비 ( $K_v/K_t$ ) 비율 0.75 ~ 1.05 를 목표 값으로 설정한다.

종류	강성 mm
수직 강성 ( $K_v$ )	170 ~ 216
전후 강성 ( $K_t$ )	205 ~ 226

Table 2.1 Stiffness of pneumatic tire [1]

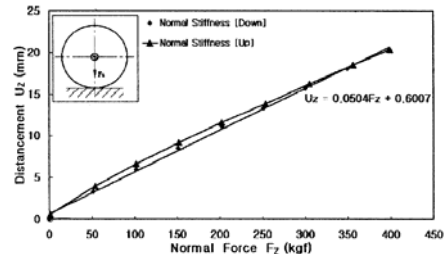


Figure 2.1 Vertical stiffness of pneumatic tire [1]

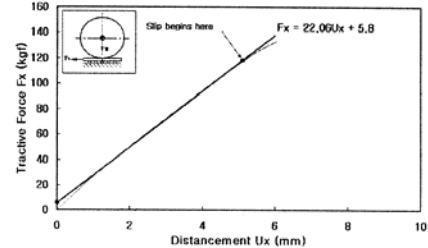


Figure 2.2 Tractive stiffness of pneumatic tire [1]

#### 2.2 수식화

일반적인 많이 쓰이는 부피제한조건을 갖는 컴플라이언스 최소화 문제를 가중치를 고려한 다중하중 문제로 고려하고, 정적 강성을 목표 함수로 치환하여 식(2.1)의 식을 얻을 수 있다. 식에서  $w_i$ 는 가중치,  $k_v$ 는 수직강성,  $k_t$ 는 전후 방향 강성,  $f_v$ 는 가해지는 수직 하중,  $f_t$ 는 가해지는 전후 방향 하중,  $\text{volfrac}$ 은 부피제한조건이다.

$$\begin{aligned}
 \text{Minimize} \quad & \sum_i w_i \frac{f_i^2}{k_i} \\
 \text{Subject to} \quad & \frac{\text{vol}}{\text{vol}_{\text{max}}} = \text{volfrac} \\
 & 0 < \rho_{\text{min}} \leq \rho \leq 1
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

#### 2.3 패턴 설계

실제 타이어에서 정적 상태의 거동을 보는 정적 해석은 매우 느린 속도로 타이어를 회전 시켜 가면서 정적 상태의 거동을 해석한다. 이를 반영하여 모델을 회전시키면서 해석을 하게 되면 많은 계산 시간이 소요되게 된다. 따라서 본 연구에서는 계산시간의 효율상 모델을 회전 시키지 않고 정적으로 고정된 모델에 대해 해석을 수행하여 문제를 풀고자 한다. 따라서 이를 위해서 설계 변수 연계법(design

variable linking)의 개념[3]을 이용하여 타이어가 일정한 패턴을 갖는 패턴 설계를 도입한다.

**2. 최적조건법**

본 연구에서는 최적화 기법으로 식(2.2)의 Bendsoe가 제안한 최적성기준법(Optimality Criteria Method)을 사용하였다.[4]

$$x = \begin{cases} \text{if } x^n \leq \max(x_{\min}, x - m) \\ \quad \max(x_{\min}, x - m) \\ \text{if } \min(1, x + m) \leq x^n \\ \quad \min(1, x + m) \\ \text{if } \max(x_{\min}, x - m) \leq x^n \leq \min(1, x + m) \\ \quad x^n \end{cases} \quad \text{식(2.3)}$$

$\eta$ 은 식(2.3)와 같이 표현된다.

$$\eta = -\frac{\frac{\partial c}{\partial x}}{\lambda \frac{\partial}{\partial x}} \quad \text{식(2.3)}$$

**2.4 설계과정**

전체 설계하는 과정은 설계매개변수를 정하는 외부루프(outer loop)와 정해진 설계매개 변수에 대하여 위상 최적화 방법을 이용하여 최적의 강성을 갖는 구조를 찾는 내부루프(inner loop)로 이루어진다.

**3. 비공압 타이어의 위상최적설계**

**3.1 경계조건**

본 연구에서는 목적 값으로 김과 김[2]의 정적 실험 값으로 하기에 김과 김의 정적 실험과 유사한 조건을 갖도록 Figure 3.1, 3.2와 같이 경계조건을 설정 한다.

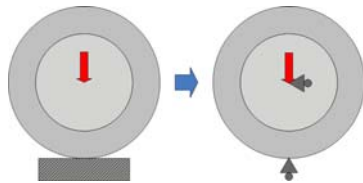


Figure 3.1 Vertical load applied model

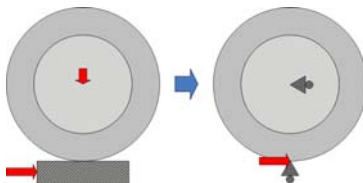


Figure 3.2 Tractive load applied model

**3.2 부피제한조건 설정**

Volfrac 이 클수록 가중치에 상관없이 해의 위상이 비슷해진다. 그리고 volfrac 이 작아지면 다양한 위상을 얻을 수 있지만 설계변수의 밀도 값의 중간 값이 많이 나와 해가 흐려지게 된다. 따라서 가중치에 따라 다양한 위상을 보이도록 작은 부피제한조건 값을 찾되 밀도의 중간 값을 적게 가져 해가 선명하게 나오는 volfrac 을 찾는다

**3.3 가중치 설정**

Volfrac 을 0.351 로 설정하고 이에 대해 가중치를 세분화 하여 최종적으로 목표 값을 만족하는 가중치를 찾는다.

이 결과를 관찰하면 가중치에 차이가 크지 않다면 결과 값에는 큰 차이가 생기지 않음을 관찰할 수 있었다. 따라서 목적으로 하는 결과 값과 유사한 결과 값을 보이는 값 중 대표 적인 위상을 보이는 값으로 가중치를 결정한다.

**3.4 설계 결과**

위의 일련의 과정을 통해 설계매개변수를 정하고 위의 설계매개변수에 따른 Design 1, Design 2 의 정적 강성을 Table 3.4 에 표시하였고 각각의 위상을 Figure 3.3, 3.4 에 나타내었다.

Figure 3.3 의 Design 1 의 경우 수직 강성에 비해 전후 방향 강성이 강조되는 경우로 상대적으로 수직 하중을 적게 받고 고속주행의 기능을 하는 경우 적용 될 수 있다.

Figure 3.4 의 Design 2 의 경우 전후 방향 강성에 비해 수직 강성이 강조되는 경우로 상대적으로 수직 하중을 많이 받고 저속주행의 기능을 하는 경우 적용 될 수 있다.

Model	Objective Value		
	v mm	t mm	v t
Design 1	88.06	148.55	0.59
Design 2	225.08	99.87	2.25

Table 3.4 Objective Value

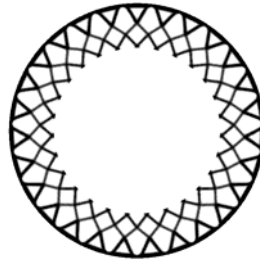


Figure 3.3 Topology of Design 1

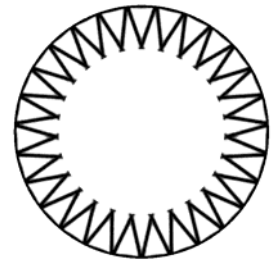


Figure 3.4 Topology of Design 2

**4. 결론**

본 연구는 비공압 타이어(non-pneumatic tire)의 형상 패턴 설계를 위하여 위상 최적화 방법을 이용한 설계 방법과 결과를 제시하였다. 비공압 타이어를 설계하는데 있어서 많은 부분을 간소화하였으나, 이 연구에서 얻어진 결과는 비공압 타이어의 구조 형상의 개념을 제시하였고 다양한 강성의 요구조건을 맞출 수 있는 가능성을 보임으로, 앞으로 비공압 타이어를 개발하는데 필요한 방향과 좋은 시작점을 보였다.

**참고문헌**

1. T.B. Rhyne and S.M. Cron, "Development of a non-pneumatic wheel," Tire Science and Technology, Vol. 34, No. 3, pp. 150-169, 2006
2. 김용우, 김용성, "승용차용 레이디얼 타이어의 정적강성 측정," 한국자동차공학회, 한국자동차공학회 Symposium 2002년 심포지움, pp. 805-811, 2002
3. M. P. Bendsoe and O. Sigmund, "Material interpolation schemes in topology optimization," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 69, pp. 635-654, 1999
4. Raphael T. Haftka, G. M. L. Gladwell, *Engineering Optimization: Theory and Practice*, Springer, 2002.