

형상 계수를 이용한 알루미나 입자구름의 열복사 예측 기법 연구

고주용[†], 김인선*

A Study of Thermal Radiation from The Alumina Particle Cloud in The Plume Using View Factor Method

Ju-Yong Ko, In sun Kim

Key Words: Alumina Particle(알루미나 입자), Thermal Radiation(열복사), View Factor(형상계수), Emissive Power(방사에너지), Effective Emissivity(유효 방사율)

Abstract

In order to predict the thermal radiation induced from alumina particle cloud in the plume of solid propellant motor, view factor method is applied to space shuttle SRB and the result is compared with that of monte carlo method. For this purpose, radiative characteristics, such as particle cloud temperature distribution, effective emissivity or emissive power of particle cloud are studied. In the case of effective emissivity, inverse wavelength method is applied and plume reduction characteristic length is used for emissive power distribution. As a result, thermal radiation using view factor method gives more conservative results than that using monte carlo method. So it can be used for preliminary design of thermal protection system.

기호설명

σ : 슈테판 볼츠만 상수($5.67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2 \text{K}^4$)
 ϵ : 방사율
 F : 형상 계수 및 추력(kN)
 κ : 흡수계수(m^{-1})
 λ : 파수(cm^{-1})
 ω_p : 질량유량(kg/s)
 I_{sp} : 비추력($\text{N-s}^3/\text{kg-m}$, s)
 D_e : 노즐 출구 직경(m)
 L_p : 열선감속거리(m)
 Q_e : 방사에너지(W/cm^2)

1. 서론

인공위성을 궤도에 투입하기 위해서 사용하는 모터(motor) 및 발사체의 추력을 증가시키기 위해서 사용하는 부스터(Booster)등은 추진제로 고체 연료를 사용하는 경우가 많다. 고체연료를 사용하게 되면 액체추진체를 사용하는 경우보다 장치가 매우 간단해지는 장점을 가지고 있으나 고온의 배기류인 플룸(plume)내에 연소 가스 성분과 더불어 고체 입자, 특히 알루미나 입자가 생겨나게 되고 이로부터 부스터나 모터저부의 복사가 열이 발생하게 된다. 물론 일반 액체 추진 기관의 배기 플룸에서도 연소가스에 의한 열복사 현상이 발생하지만 알루미나 입자에 의한 열복사는 연소가스인 H_2O , CO_2 등에 의한 열복사에 비해서 한자리수 이상의 값을 가지며 추진제 내 알루미나의 질량 분율이 대개 30%에 이른다고 보고되고 있어 그중요성이 매우 크다 하겠다⁽¹⁾.

또한 부스터와 모터 저부에는 TVC(Thrust

[†] 회원, 한국항공우주연구원
E-mail : sansa3@kari.re.kr
TEL : (042)860-2681 FAX : (042)860-2697
* 한국항공우주연구원

Vector Control)와 같은 특별한 기능을 수행하는 장치가 부착되어 있으며 이러한 장치들이 원활히 기능을 수행할 수 있도록 열방어 시스템을 구축해 주어야 하므로 알루미나 입자구름에 의한 열복사량을 예측할 수 있는 기법의 구축이 절실하다. 그러나 현재까지의 연구들을 살펴보면 연소가스에 의한 열복사 현상은 발전소를 포함한 다양한 분야에서 비교적 잘 연구되어 있고 가스 성분들의 복사 특성도 비교적 정확히 구축되어 있으나 알루미나 입자에 의한 열복사에 대한 연구는 대형 로켓의 설계 및 군사적인 요청에 의해서 JANNAF(Joint Army-Navy-NASA-Air Force)를 중심으로 진행되는 매우 제한적인 범위에서 이루어지고 있다.

따라서 본 연구에서는 고체추진체의 배기 플룸 내 알루미나 입자구름에 의한 열복사량을 예측하는 기법 중 비교적 간단하면서도 열복사량의 성향을 잘 파악할 수 있는 형상계수를 이용한 표면대 표면으로의 열복사 예측기법을 소개하고자 한다. 또한 이 기법을 Space Shuttle SRB(Solid Rocket Booster)에 적용하고 그 결과를 고체 입자들의 복사특성을 비교적 정확히 예측하는 Monte Carlo 기법의 적용결과와 비교하여 예측결과의 정량적인 부분을 비교 분석해보았다.

2. 형상계수를 이용한 열복사 예측

2.1 열복사의 중요인자

형상계수를 이용한 표면대 표면으로의 열복사 전달 방법은 다음과 같다. 즉, 국부적인 알루미나 입자구름의 온도를 통해서 자체열방사량($= \sigma T^4$)을 계산한 후에 얼마나 열복사를 잘하는지를 플룸의 유효 방사율(effective emissivity)을 통해서 설정해준다($= \epsilon_{eff} \sigma T^4$)⁽²⁾. 이후 최종적으로 플룸이 내놓을 수 있는 총 방사에너지(Emissive Power)중에서 관심을 가지고 있는 위치(position of interest)로 전달되는 것을 형상계수(view factor)를 통해서 식을 보완해주어 최종적인 열복사량을 산출해 낼 수 있다($= F_{1-p} \epsilon_{eff} \sigma T^4$)⁽²⁾. 이러한 방법은 인자들을 적절히 선정해줌으로써 열복사 현상의 정성적인 부분의 이해를 돕는데 많은 기여를 하기 때문에 현재까지도 꾸준히 연구되고 적용되고 있다.

이상의 내용을 수식과 더불어 그림으로 아래에 표현하였다.

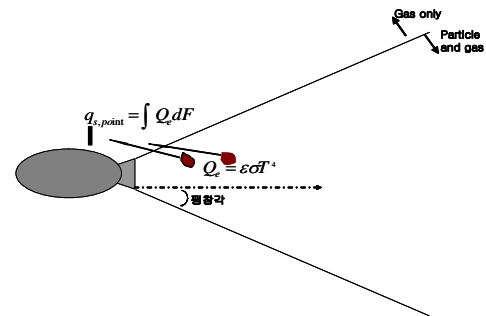


Fig. 1 Thermal Radiation scheme of Alumina Particle Cloud

따라서 알루미나 입자구름에 의한 열복사량을 예측하기 위해서는 알루미나 입자구름의 온도분포와 유효 방사율(혹은 이 둘이 모두 고려된 방사에너지) 그리고 형상계수를 구하는 것이 선행되어야 한다.

2.2 역파장법을 이용한 열복사 예측기법

역파장법을 이용한 열복사 기법은 앞서 언급한 열복사의 중요인자 중 알루미나 입자구름의 유효 방사율을 결정하는 과정에서 입자구름의 단색 방사율을 전체파장에 대해서 적분하여 플룸의 유효 방사율을 계산하는 방법을 적용한 것이다. 물론 이 과정에는 국부적인 입자구름의 온도분포도 함께 고려되어야 하며, 온도 분포 역시 방사율에 영향을 받기 때문에 이 둘은 함께 고려되어야 한다.

2.2.1 알루미나 입자구름의 온도 분포

플룸 내 알루미나 입자구름의 온도는 고체-기체 이상류 유동을 해석하여 알루미나 입자의 성장 및 가스와의 열 교환을 설명함으로써 결정할 수 있다. 이와 더불어 노즐 출구 면을 벗어나면 서부터는 주위로의 복사열전달 및 화학반응을 함께 고려해 주어야 한다. 그러나 이러한 방법은 매우 복잡한 과정을 필요로 하기 때문에 화학반응과 가스와의 열교환은 고려하지 않고 복사열전달에 의한 에너지 손실을 고려한 비교적 간단한 식을 사용하고자 한다. 이를 위해서 John⁽³⁾은 검사체적을 설정하고 검사 체적 내 에너지보존 법칙을 적용하여 플룸의 노즐 출구면에서부터 후

류방향으로의 온도분포를 구하는 식을 제안했다.

$$\frac{1}{T_{px}^3} = \frac{1}{T_{pe}^3} + \frac{6\pi\sigma}{w_p c} \int_0^x (r_e + y) [1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{1/2} \epsilon_{px} dx$$

단, T_{px} 는 거리 x 에서의 알루미늄 대표온도, T_{pe} 는 노즐 출구면에서의 알루미늄 대표온도, r_e 는 노즐출구 반지름, ϵ_{px} 는 거리 x 에서의 유효방사율이며 $\frac{dy}{dx}$ 는 팽창각의 정보를 나타낸다.

위 식에서 알 수 있듯이 검사체적 내 에너지는 모두 열복사를 통해서 방출된다고 가정하였고 플룸의 팽창, 고체 알루미늄 입자와 연소가스와의 열교환 그리고 플룸의 화학반응은 고려되지 않았다. 따라서 위 식은 플룸의 온도분포를 보수적으로 예측하게 된다⁽²⁾. 그리고 노즐 출구 근처에서는 알루미늄 입자의 열에너지는 운동에너지와 적절히 균형을 이루고 있지만, 플룸의 후류방향으로 갈수록 열에너지는 복사에너지로 방사되어 에너지의 대부분이 운동에너지가 된다. 실제로 John⁽³⁾의 결과에서도 이미 1~2m 이내에서 열복사가 급격히 저감되는 것을 확인할 수 있다. 또한 예측값과 측정값이 차이를 보이고 있는데 1~2m 이후의 열방사는 예측값보다 측정값이 매우 작게 나타나는 것을 확인할 수 있다.

위 식을 적용하기 위해서는 노즐 출구면의 온도와 질량유량 및 비추력 등의 자료가 필요하다. 특히 노즐 출구면의 온도분포는 SRB의 내부 조건이 정확하지 않기 때문에 노즐 팽창비에 대한 알루미늄 입자들의 온도분포에 대한 자료⁽¹⁾를 이용하였고, 기타의 다른 자료는 문헌 (4), (5)를 참고하였다.

2.2.2 알루미늄 입자구름의 유효방사율

순수한 알루미늄 입자의 방사율은 0.18(1883K) ~ 0.3(1283K)의 값을 가지며, Soot 등의 그을음에 의해서 0.4까지 증가한다⁽¹⁾. 물론 단파장에서의 방사율은 온도에 따라서 그리고 알루미늄 입자의 크기 및 상변화(α-γ-Phase 등)에 따라서 그 값이 달라지므로 상황에 따라서 이를 적절히 적용해야 한다.

그런데 하나의 입자에 대한 방사율과는 달리 알루미늄 입자들이 운집해 있는 경우는 알루미늄 입자구름의 유효방사율을 알아야 한다. 플룸의

유효방사율은 노즐의 출구직경이 크고 추력이 클수록 0.4에 가까워진다는 보고자료가 있다⁽¹⁾. 알루미늄 입자구름의 유효방사율을 계산하기 위해서 Schack⁽⁶⁾은 입자구름의 단색 방사율을 전체파장에 대해서 적분하여 플룸의 유효방사율을 계산하는 역파장법(inverse wavelength method)을 제안하였는데, 이는 아래와 같은 식을 이용한다.

$$\epsilon_{p\lambda} = 1 - e^{-\kappa_\lambda V}$$

단, κ 는 흡수계수를 지칭하며 이는 $0.57/\lambda$ 로 구할 수 있다. λ 는 파수이다. 그리고 V 는 플룸 내 알루미늄 입자들의 부피비를 표현하는 것이며 l 은 플룸의 대표길이가 되겠다. 이는 하나의 파장에 대한 입자의 방사율을 지칭하는 것이므로 최종적으로 이를 총 파장에 대해서 적분하여 다음과 같은 수식을 얻을 수 있다.

$$E_{p\lambda} = 1 - \frac{15\bar{\Psi}}{\pi^4} [Z+1]$$

단, $E_{p\lambda}$ 는 플룸의 길이방향으로 x 의 위치에서의 플룸의 총파장에 대한 방사율을 의미하며 $\frac{15\bar{\Psi}}{\pi^4} [Z+1]$ 는 tetragamma function, Z 는 $[\frac{13.4 T_p}{\rho_p} (\frac{w_p F}{g A_c I_{sp}^2}) \frac{r_e^2}{(r_e + y)}]$ 을 나타낸다. 또한 ρ_p 는 알루미늄 입자의 밀도이고, F 는 모터의 추력을 말한다. r_e 는 노즐의 출구반경이며 y 는 플룸의 경계면이 노즐의 출구 반경에서 얼마나 벗어났는지를 알려주는 수치이다. g 는 중력상수를 말하며, I_{sp} 는 specific impulse를, w_p 는 질량유량을 나타낸다. John⁽³⁾은 이 방법을 이용하여 HPC BE-3 motor, 37-in rocket motor의 열방사율을 계산하였고, 그 값으로 두 경우 모두 0.35를 얻었다. 이 값은 Morizumi 와 Carpenter⁽⁸⁾가 간접적인 방법으로 유효방사율을 계산한 값인 0.25~0.3 보다 더 큰 값이다. 참고로 이러한 방법과 더불어 Mamoru 등⁽¹⁾은 플룸 내 열선감속거리($L_p=1/\kappa$)를 정의하여 유효방사율을 구하는 식을 제안하는데 이는 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_o (1 - \exp(-D_e/L_p))$$

단, D_e/L_p : optical thickness of plume, ϵ_o : 알루미늄 입자에 탄소그을음이 섞인 경우로 0.4이다. 그런데 위식을 보면, 플룸의 유효 방사율은 광학 두께가 커질 수록 0.4에 가까워지며 동시에 0.4보다 커질 수 없음을 보이고 있다. 따라서 역과장법에 의해서 계산된 유효 방사율 값이 0.4보다 클 경우, 최대값을 0.4로 선정하고자 한다.

2.2.3 모터 저부와 플룸간의 형상계수

알루미늄 화염형상은 노즐 출구면에서 노즐 출구 직경 D_e 와 팽창각 α 로 팽창되는 원추형상에 상당히 가깝다. 정의에 의해 형상계수는 아래의 식으로 표현된다^(1, 2).

$$\Delta F = \frac{\cos\beta_1 \cos\beta_2}{\pi r^2} \Delta A$$

단, 센서에서 방열측 미소면적인 ΔA 까지 거리는 r , β_1 은 수열기기면 법선과 플룸 미소면적과의 방향벡터가 이루는 각이며 β_2 는 플룸 미소면적의 법선과 수열기기면의 방향벡터가 이루는 각이다. 형상계수는 플룸의 형상(방열측)과 각종 기기간의(수열측)위치 및 기하학적인 관계에 의해서 결정된다. 그리고 이에 대한 계산은 기본적인 정의를 이용하고 더불어 자주 사용되는 형상에 대한 일람표를 참조하여 계산한다⁽²⁾. 본 연구에서는 형상계수를 구하는 상용프로그램인 C&R Technology사의 Thermal desktop을 이용하였고 팽창각 및 노즐의 치수는 제시된 값을 사용하였다⁽⁵⁾. 단, 플룸의 길이가 매우 긴 관계로 Plume의 간격을 400mm로 나누어 각각의 구간에 대한 형상계수를 구하였다. 아래의 그림은 모델링된 플룸과 계산된 형상계수를 나타내고 있다. 플룸과의 형상계수를 구하기 위한 Disk로 직경 60mm인 원판을 노즐 출구면에서 중심축과 거리 2000mm, 2500mm, 3000mm, 4000mm, 5000mm 및 6000mm에 위치시켰다. 아래의 그림은 Thermal Desktop에 모델링된 SRB와 Disk들 그리고 노즐에서 6000mm에 위치한 Disk와 플룸의 형상계수를 보여주고 있다.

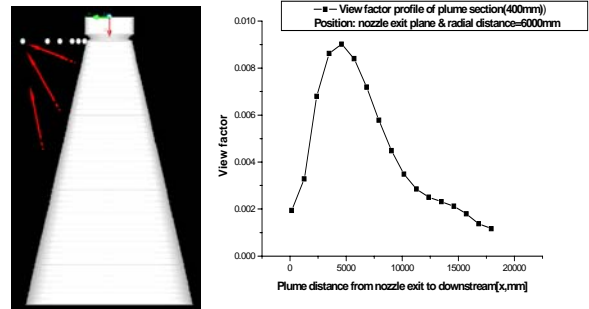


Fig. 2 Plume Modeling and Calculated View Factor

2.3 플룸 방사에너지에 의한 열복사 예측기법

이 방법은 온도와 유효 방사율이 모두 고려된 방사에너지를 이용, 특정위치와의 형상계수를 통해서 전달되는 열복사량을 예측하는 방법이다. 실제로 Space Shuttle의 SRB의 경우, 플룸을 1.4m 간격의 10개의 Section으로 나누어 각 Section의 방사에너지를 실측하여 방사에너지를 결정한 후 센서를 장착한 위치와의 형상계수를 통해서 계산된 값을 실제 측정자료와 비교하였다⁽⁵⁾. 물론 좀더 엄밀한 해석을 위해서 고도에 따른 플룸팽창에 의한 효과를 고려해야 하므로 고도 교정 인자 (Altitude Correction Factor)를 적용하였다⁽⁵⁾. NAL TR⁽¹⁾ 자료에서도 플룸의 후류방향으로의 방사에너지를 측정된 자료를 확인할 수 있는데, 측정된 자료를 통해서 노즐 출구면에서의 방사에너지가 플룸의 후류로 가면서 지수적으로 감소한다는 가정을 방사에너지에 관한 하류방향의 감속 특성거리를 이용하여 설명하고 있다. 이 가정에 의하면, 노즐 출구면에서의 방사에너지와 적절한 감속 특성거리를 이용하면 플룸의 후류방향으로의 방사에너지를 구할 수 있게 되고 이 결과를 계산된 형상계수에 적용하여 원하는 위치로의 열복사량을 계산할 수 있게 된다.

2.3.1 알루미늄 입자 구름의 방사에너지

Mamoru 등⁽¹⁾은 출구면에서의 플룸자체의 열복사량을 실험을 통해서 구축하였고, 노즐출구면에서 후류방향으로의 열방사 구배를 지수함수적인 형태로 놓고 다음과 같은 식을 제안했다.

$$Q_c(z) = Q_{co} \exp(-z/z^*)$$

단, Q_{eo} 는 노즐출구면에서의 플룸 자체 방사에너지, z 는 노즐출구면에서 후류방향으로의 거리, z^* 는 방사에너지의 후류방향에 관한 감속 특성길이 되겠다. 위 식은 다시 아래의 식과 함께 최종적으로 원하는 위치로의 열복사량을 계산할 수 있게 해준다.

$$q_s = \int_A Q_e dF$$

다시 이 식을 앞서 전개한 식을 이용하여 풀어 쓰면 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$Q_{eo} = q_{si} / \int_{A_i} \exp(-z/z^*) dF_i$$

식 중에 첨가되는 i 는 후류방향의 방사에너지를 측정된 센서를 나타낸다. 따라서 오른쪽 식에서 유일한 변수인 z^* 를 변화시키면서 계산된 출구면에서의 방사에너지와 측정된 값과 일치하는 감속 특성거리를 찾을 수 있게 된다.

본 연구에서 다루고 있는 Space Shuttle SRB의 경우, Q_{eo} 는 실측값을 사용할 것이며, 감속 특성거리는 $4D_e$ 이다^(5, 1). 노즐 출구면에서의 방사에너지는 노즐의 출구온도를 통해서도 어느 정도 예측 가능한 값이다. SRB의 플룸 길이에 대한 방사에너지를 감속 특성거리에 따라 계산하였고 아래의 그림에 나타내었다.

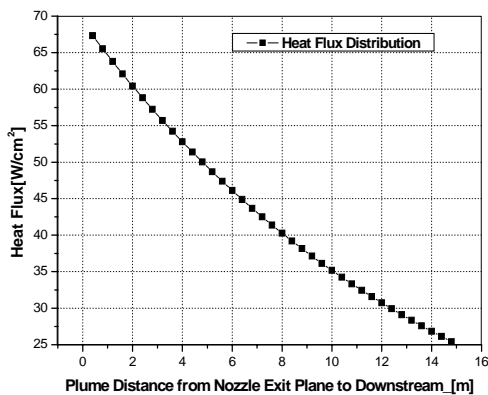


Fig. 3 SRB Plume Emissive Power Distribution along The Downstream of Plume

3. 결과

3.1 Space Shuttle SRB 저부로의 열복사

Solid Rocket Booster는 대개 지상 50km 이하에서 사용되며, 노즐의 직경이 3m 정도로 매우 크다. 또한 추력이 매우 커 평균적으로 865kN 정도이며 연소시간은 60초에서 120초 정도이다. 또한 대기조건을 고려하여 팽창비가 대개 6에서 16 정도이다⁽⁴⁾. 이러한 조건을 적용하여 앞서 제시된 기법들을 적용하였고, 이를 Monte Carlo Method를 이용한 해석 결과와 비교하였다

3.1.1. SRB 노즐 출구면으로의 열복사량

Waston⁽⁹⁾등은 Monte Carlo Method를 이용하여 Space Shuttle에 사용되는 Solid Rocket Booster의 열복사량을 노즐 출구면에서 반경방향에 대해서 고도 별로 산출해 놓았다. SRB Plume은 LTE(Local Thermodynamic Equilibrium) 및 회체(Gray Media)조건을 적용하였으며, 연소가스의 흡수계수 계산을 위해서는 대기압 조건에서의 온도에 의한 함수를 적용하였다. 또한 Al_2O_3 의 이산을 위한 흡수 단면적을 계산하기 위해서 Mie Theory를 적용하였다. 계산에 적용된 굴절지수(Index of Refraction)는 $1.8+0.005i$ 이다. 이 경우는 대략 열복사 파장 중 $5\mu m$ 에 해당한다⁽⁵⁾.

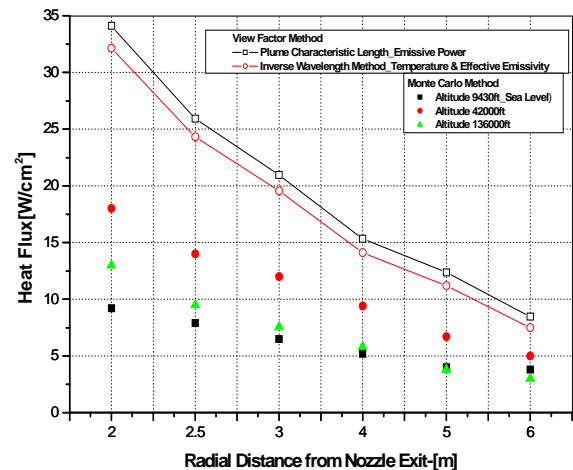


Fig. 4 Thermal Radiation Result: View Factor Methods and Monte Carlo Method

위 그래프는 형상계수를 이용하여 열복사량을 예측한 결과가 서로 매우 비슷하다는 것을 보여주고 있다. 비록 형상계수를 동일하게 적용하였으나, 알루미늄 입자구름의 방사에너지를 도출하

는 식이 매우 다름에도 이러한 결과가 나온 것은 플룸 내 알루미늄 입자구름에 의한 열복사에서 노즐 출구면에 가까운 부분이 열복사에 중요하게 참여한다는 것으로 어느 정도 설명이 가능하다. 실제로 노즐 출구면에서의 방사에너지는 온도와 유효 방사율을 이용한 방사에너지와 비교하여 크게 차이가 나지 않지만, 플룸의 후류방향으로 갈수록 점점 적용 기법에 따라서 차이가 벌어지게 된다.

다음으로 형상계수를 적용한 결과는 고도에 따라 차이가 있지만 Monte Carlo Method를 적용한 결과에 비해서 SRB 중심축으로부터 2m 위치(노즐 출구면)에서는 2 ~ 3.2배 큰 값을 예측하였다. 이 결과를 통해서 형상계수에 의한 계산법이 Monte Carlo Method보다 보수적인 결과를 예측한다는 것을 확인할 수 있었다.

4. 결 론

고체 추진제의 플룸내 알루미늄 입자 구름의 열복사를 예측하기 위한 기법 중 형상계수를 이용하는 방법을 Space Shuttle SRB에 적용하였고 이 결과를 Monte Carlo Method의 결과와 비교하였다.

형상 계수를 이용한 방법을 적용하기 위해서 필요한 방사에너지를 구하기 위해서 각각 다른 두 가지 방법, 유효 방사율을 결정하기 위한 역과장법 및 노즐 출구 방사에너지의 후류방향에 관한 감속 거리 적용기법, 을 적용하여 두 기법의 결과가 매우 비슷함을 확인할 수 있었다. 또한 두 결과는 Monte Carlo Method에 의한 결과에 비해서 SRB 중심축으로부터 2m 위치(노즐 출구면)에서는 2 ~ 3.2배 큰 값을 예측하였다. 따라서 형상계수를 이용한 열복사량 예측 기법은 추후 보수적인 설계를 위한 초기 자료로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

(1) Mamoru T., Mumeo I., Tohru M., Takashi N., Hirofumi, T., and Yukio H., "Thermal Radiation from Plumes of Solid Propellant Rockets", *NAL, TR-990*.
 (2) M.F. Modest, "Radiative Heat Transfer", *Mcgraw-Hill, New York*.

(3) Jone E. Fontenot Jr, "Thermal Radiation from Solid Rocket Plumes at High Altitude", *AIAA J, August, 1964*.
 (4) George P. Sutton, "Rocket Propulsion Elements, An Introduction to the Engineering for Rockets-6th". *A Wiley-Interscience Publication, 1992*.
 (5) Terry F. Greenwood and Young C. Lee, "Development of space shuttle base heating methodology and comparison with flight data", *JANNAF 13th PLUME TECHNOLOGY MEETING, Volume I*.
 (6) A. Schack, "Radiation from luminous flames", *Z. Tech Physick 6, 530, 1925*.
 (7) William C. Rochelle, "Review of Thermal Radiation from liquid and solid propellant rocket exhausts.", *NASA-George C. Marshall Space Flight Center TM X-53579*.
 (8) Morisumi. S. J. and Carpenter, H. J., "Thermal Radiation from the Exhaust Plume of an Aluminized Composite Propellant Rocket," *AIAA Preprint 64-61(January 1964)*.
 [9] G.H. Watson and A.L. Lee, "Thermal Radiation Model for Solid Rocket Booster Plumes." *J. Spacecraft, 1977*.
 (10) "Development and Validation of Standardized Infrared Radiation Model (SIRRM) - Gas/Particle Radiative Transfer Model," *Photon Research Associated Report on AFRPL/PACP Contract F04611-78-c-0081(1979)*.