1 차원 과도 전도와 정전기 방전 현상에 관한 포논 전달의 몬테 카를로 모사

오 장 현[†] · 이 준 식^{*}

Monte Carlo Simulation of Phonon Transport in One-Dimensional Transient Conduction and ESD Event

Jang Hyun Oh and Joon Sik Lee

Key Words: Monte Carlo method(몬테 카를로 방법), Phonon transport(포논 전달), GaAs 열전도도, Electrostatic discharge(정전기 방전)

Abstract

At nanoscales, the Boltzmann transport equation (BTE) can best describe the behavior of phonons which are energy carriers in crystalline materials. Through this study, the phonon transport in some micro/nanoscale problems was simulated with the Monte Carlo method which is a kind of the stochastic approach to the BTE. In the Monte Carlo method, the superparticles of which the number is the weighted value to the actual number of phonons are allowed to drift and be scattered by other ones based on the scattering probability. Accounting for the phonon dispersion relation and polarizations, we have confirmed the one-dimensional transient phonon transport in ballistic and diffusion limits, respectively. The thermal conductivity for GaAs was also calculated from the kinetic theory by using the proposed model. Besides, we simulated the electrostatic discharge event in the NMOS transistor as a two-dimensional problem by applying the Monte Carlo method.

		N	: 입자의 개수	
	기호설명	N_{h}	: 주파수 구간의 개수	
C_p	: 정압 비열 (J/kg·K)	n	: 점유수	
<i>D</i> (ω): 상태 밀도		Р	: 확률	
Ε	: 단위 체적당 에너지 (J/m³)	p	: 극성 모드	
F	: 누적 분포 함수	R	: 임의의 수 (0 <i><r< i=""><1)</r<></i>	
G	: 역격자 벡터	r	: 위치 벡터 (m)	
8	: 겹침수	Т	: 온도 (K)	
ħ	: 플랑크 상수 (J·s)	t	: 시간 (s)	
i	: <i>i</i> 번째 주파수 구간	$ ilde{T}$: 유사 온도 (K)	
K	: 파장 벡터	V_{a}	: 군속도 (m/s)	
k	: 열전도도 (W/m·K)	Ŵ	· 비례 이자	
l	: 평균 자유 행정 (m)		• 1-1 (2)	
		그리:	그리스 문자	
Ť	회원, 르노삼성자동차㈜	α	: 열확산 계수 (m ² /s)	
	E-mail : janghyun.oh@renaultsamsungM.com TEL : $(031)289-8081$ EAX : $(031)289-8089$	ρ	: 밀도 (kg/m³)	
	ILL. (031)207-0001 IAA. (031)207-0007	$ au_T$: 총 이완시간 (s)	
*	서울대학교 기계항공공학부	ω	: 주파수 (rad/s)	

ω_{0,i} : *i* 번째 주파수 구간의 중간값 (rad/s)

1. 서 론

결정성 물질에서 열전달은 격자의 진동에 의해 일어나고 그 양자화된 에너지는 포논(phonon)이라 고 한다. 포논이 산란없이 표류하는 거리를 평균 자유 행정(mean free path)이라고 한다. 포논의 표류 는 열역학적 비평형을 야기하고 산란은 열역학적 평형을 회복시킨다. 시스템의 특성 길이가 평균 자유 행정에 비해 클 때에는 산란이 많이 일어나 열역학적 평형을 이루게 되는데, 이러한 과정을 확산(diffusion)이라고 하며 푸리에 전도 법칙 (Fourier's law of heat conduction)에 의해 기술될 수 있다. 반대로 시스템의 특성 길이가 평균 자유 행 정보다 짧은 경우 산란이 거의 발생하지 않으며 열역학적 평형을 이루기 어렵다. 이것을 벌리스틱 (ballistic) 영역이라고 하며 앞의 푸리에 법칙은 적 용될 수 없다. 300 K 에서 규소의 경우 포논의 평 균 자유 행정은 약 300 nm 인데 이는 현재 반도체 소자 게이트의 길이보다 길다. 이 영역에서는 확 산으로 열전달 현상을 설명할 수 없다.

벌리스틱 영역에서 포논의 전달 현상은 볼츠만 수송 방정식(Boltzmann transport equation; BTE)을 이 용할 수 있으며 위치와 속도의 위상공간과 시간을 합한 차원에서 입자의 거동을 기술한다. 양자역학 적 개념인 포논의 경우 파동의 관점이 아닌 입자 의 관점에서 보았을 때 볼츠만 수송 방정식을 적 용할 수 있다. 그러나 이 방정식은 문제를 단순화 시키는 많은 가정을 도입한 후에나 해를 얻을 수 있을 정도로 복잡하다. 컴퓨터 처리 성능이 향상 됨에 따라 볼츠만 수송 방정식의 해를 통계적으로 접근할 수 있게 되었다. 몬테 카를로 방법은 통계 적 방법으로서 볼츠만 수송 방정식에 이완 시간 근사(relaxation time approximation)를 적용하여 많은 수의 에너지 전달자를 모사해 문제에 접근한다. 때문에 계산량은 많지만 복잡한 형상의 문제를 고 려할 수 있고 각각의 산란현상을 독립적으로 다룰 수 있다. 몬테 카를로 방법은 전자의 전달 현상 모사에 널리 사용되어왔다. 저온 영역의 포논 전 달 모사는 Klistner 등⁽¹⁾에 의해 수행되었다. Peterson⁽²⁾은 모든 포논의 군속도(group velocity)가 일정하다는 드바이 가정(Debye's assumption)을 이 용해 모사하였고, Mazumder 와 Majumdar⁽³⁾는 Peterson 의 연구를 확장하여 포논 분산 관계 (dispersion relation)와 소리 극성 갈래(acoustic polarization branch)를 고려하였다. Yunfei Chen 등⁽⁴⁾ 은 몬테 카를로 방법에 유전 알고리즘을 적용하여 포논의 운동량 보존을 만족시켜 나노 와이어의 열 전도도를 계산하였고, Lacroix 등⁽⁵⁾은 개량된 누적 분포 함수를 사용하였다.

본 연구에서는 기존 소자의 동작속도와 발열량 을 개선하기 위해 사용되는 반도체 물질인 갈륨비 소(GaAs)의 열전도도를 몬테 카를로 방법을 이용 해 계산하고, 소자를 2 차원 형상으로 단순화해 정 전기 방전(electrostatic discharge) 현상을 모사하였 다.

2. 고체 내 에너지 상태

2.1 포논과 진동 에너지

결정 격자의 진동 에너지를 양자화한 양을 포논 이라고 하며 체적이 $V = L^3$ 인 물질 내부의 포논 에너지는 다음과 같이 주어진다.

$$E \cdot V = \sum_{p} \sum_{K} \left(\langle n \rangle + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \tag{1}$$

여기서 ⟨n⟩ 은 보즈-아인슈타인(Bose-Einstein) 분포 에 의해 주어지는 점유수, ω는 주파수, p는 포논 의 극성모드, K는 파장벡터이며 식의 합은 첫번 째 브릴루앙 파장 벡터 공간에서 이루어진다. 파 장 벡터 공간이 밀집되어 있다면 연속으로 가정할 수 있고 위의 합을 적분으로 다음과 같이 대체할 수 있다.

$$E \cdot V = \sum_{p} \int_{K} \left(\langle n \rangle + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \frac{dK}{\left(2\pi / L \right)^{3}}$$
(2)

분산 관계를 이용하여 파장 벡터 공간상의 적분을 주파수에 대한 적분으로 변환할 수 있다.

$$E = \sum_{p} \int_{\omega} \left(\langle n \rangle + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega D(\omega) d\omega$$
(3)

여기서 $D(\omega)$ 는 상태밀도(density of state)이며 다음 과 같이 정의된다.

$$D(\omega) = \frac{K^2}{2\pi^2} \frac{dK}{d\omega} \tag{4}$$

 $D(\omega)d\omega = \omega$ 와 $\omega + d\omega$ 사이의 진동상태의 개수 를 나타낸다. 군속도는 아래와 같이 정의된다. $V_g = \nabla_K \omega$ (5)

2.2 분산 관계 곡선

분산 관계는 포논이 가질 수 있는 에너지와 운 동량 즉, 고유상태의 집합이다. 모사에 있어 주파 수를 고려하는 것은 계산 시간을 더 길게 만든다. 그러나 격자 내에서 포논 전달을 사실적으로 모사 하기 위해서는 분산 관계와 극성 갈래를 고려해야 한다. 본 연구에서는 규소⁽⁶⁾, 게르마늄⁽⁷⁾, 갈륨비소 ⁽⁸⁾에 대해서 가로 소리 갈래와 세로 소리 갈래를 이용하였다. 다항식을 이용하여 근사하였으며 군 속도와 상태밀도를 이로부터 계산할 수 있다.

3. 몬테 카를로 방법

몬테 카를로 방법에서 표본들은 확률과정을 통 해 추출된다. 본 연구에서는 세 개의 위치좌표와 세 개의 속도성분, 주파수, 극성모드를 가진 표본 을 확률과정을 통해 분포시킨다. 표본을 표류하게 하고 산란과정을 겪게 한다. 모사는 가장 느린 포 논이 계산 영역을 두번 왕복할 정도의 시간까지 또는 포논의 개수가 통계적 섭동 내에서 일정하게 유지될 때까지 진행한다.

3.1 초기화 과정

우선 모사에 사용될 표본의 개수를 결정하는 것 이 필요하다. 단위 체적당 포논의 개수는 다음과 같이 주어진다.

$$N = \sum_{p} \sum_{i=1}^{N_{b}} \left\langle n\left(\omega_{0,i}\right) \right\rangle D\left(\omega_{0,i}, p\right) g_{p} \Delta \omega_{i}$$
(6)

여기서 g_p는 포논 갈래의 겹침(degeneracy) 개수 이다. 위 식으로 계산한 포논 개수는 보통 매우 큰 수이다. 그래서 다음과 같이 정의된 비례 인자 (scaling factor)를 사용한다.

$$W = \frac{N_{actual}}{N_{prescribed}}$$
(7)

여기서 N_{actual} 은 실제 포논의 개수이고 $N_{prescribed}$ 는 모사에 사용되는 포논의 개수이다. 이 비례인자는 계산량을 크게 감소시켜주며 초기에 계산되어 이 후의 모사 과정에 계속 사용된다. 본 연구에서는 분산 관계에 근거한 상태밀도와 군속도의 주파수 의존성을 반영하기 위해 주파수 구간을 1000 개로 나누었다. 따라서 포논의 주파수를 결정하기 위해 서는 그 구간을 미리 결정해야 한다. *i* 번째 주파 수 구간의 포논 개수는

$$N_{i} = \left\langle n\left(\omega_{0,i}\right)\right\rangle \left[D\left(\omega_{0,i}, LA\right) + D\left(\omega_{0,i}, LA\right) \right] \Delta\omega_{i}$$
(8)

이다. 그리고 누적 분포 함수(cumulative distribution function)를 아래와 같이 생성한다.

$$F_{i} = \frac{\sum_{k=1}^{i} N_{k}}{\sum_{k=1}^{N_{b}} N_{k}}$$
(9)

0 과 1 사이의 임의의 수 *R*을 추출한 후 이분법 으로 *F_{i-1}* < *R* < *F_i*를 만족하는 구간 *i*를 선택할 수 있다. 주파수 구간 *i*로부터 포논의 실제 주파수는 아래의 식을 이용해 결정할 수 있다.

$$\omega = \omega_{0,i} + (2R - 1)\frac{\Delta\omega}{2} \tag{10}$$

주파수가 정해진 포논은 가로 소리 갈래 또는 세 로 소리 갈래 중 하나의 극성을 가져야 한다. 어 떤 갈래에 속할지는 주어진 주파수 구간 *i* 에서 보즈-아인슈타인 분포와 상태밀도를 이용하여 아 래의 확률로 결정된다.

$$P_{LA}(\omega_i) = \frac{N_{LA}(\omega_i)}{N_{LA}(\omega_i) + N_{TA}(\omega_i)}$$

$$P_{TA}(\omega_i) = 1 - P_{LA}(\omega_i)$$
(11)

3.2 표류(drift)

결정성 물질 안에서 포논은 군속도 V_g 로 움직 이며 표류하는 동안 산란을 수반한다. 본 연구에 서는 시간 간격 Δt 동안 발생하는 사건을 두 개의 단계로 나누는데, 각각을 표류와 산란이라고 하겠 다. 표류단계에서 포논은 한 지점으로부터 다른 지점으로 선형적으로 움직인다. 시간 간격 Δt 와 군속도에 의해 포논의 위치는 계속 갱신된다. 위 치는 명시적 1 차 시간 적분에 의해 구할 수 있다. $r(t+\Delta t) = r(t) + V_g \cdot \Delta t$ (12) 표류단계에서 포논은 셀의 시작점이나 끝점을 지 나 옆의 셀로 이동할 수 있다. 이후 포논은 위치 에 따라 각 셀에 기록된다. 따라서 각 셀의 에너 지 E_r 를 계산할 수 있고 아래 식에 의해 유사 온 도 \tilde{T} 가 정해진다.

$$\frac{E_T W}{V} = \sum_p \sum_{i=1}^{N_b} \frac{\hbar \omega_{0,i} D(\omega_{0,i}, p) \Delta \omega}{\exp[\hbar \omega_{0,i} / k_B \tilde{T}] - 1}$$
(13)

유사 온도는 셀이 열적 평형 상태에 있다는 가정 하에 계산되는 인위적인 온도이다.

3.3 산란(scattering)

포논-포논 산란에는 두가지 종류가 있다. 하나는 포논들의 주파수 분포를 변화시켜 전달 현상에 영 향을 미치는 일반 산란(normal scattering)이고 다른 하나는 에너지 전달에 있어 저항 역할을 하는 움 클랍 산란(Umklapp sacttering)이다. 포논-포논 산란 에 있어 보존법칙은 다음과 같다.

$$\omega_1 + \omega_2 \leftrightarrow \omega_3$$

$$K_1 + K_2 \leftrightarrow K_3 \qquad (Normal) \qquad (14)$$
$$K_1 + K_2 \leftrightarrow K_3 + G \qquad (Umklapp)$$

여기서 G 는 역격자 벡터이다. 원칙적으로 위의 보존 법칙을 만족시키는 에너지와 운동량의 조합 을 찾기 위해서는 특정 포논과 작용할 수 있는 주 위의 모든 포논을 고려해야 하지만 이 경우 계산 이 무척 많아지고 전혀 실용적이지 않다. 그래서 몬테 카를로 방법에서는 이완 시간 근사를 도입하 여 이완 시간과 시간 간격으로부터 산란 확률을 계산한다.

$$P_{scat} = 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_T}\right) \tag{15}$$

여기서 이완 시간 r_r 는 산란율의 역수이다. 산란 율은 Holland^{(9),(10)} 논문에 정리 제시된 것을 사용 하고, 전체 산란율은 Matthissen 의 규칙에 의해 개 별 산란율을 합한 값을 사용하였다. 산란 확률로 특정 포논의 산란이 결정되면 표류단계 후 계산한 유사 온도 \tilde{T} 에 근거한 누적 분포 함수로 포논의 주파수와 극성을 재할당한다. 에너지 보존 법칙을 만족시키기 위해 표류단계 직후의 에너지와 현 단 계 에너지의 차이가 특정 수준보다 작아질 때까지 포논의 재할당을 반복한다.

4. 결과 및 고찰

1 차원 과도 열전달을 벌리스틱 영역과 확산 영역에서 각각 모사하였고 같은 모델을 이용하여 갈륨비소의 열전도도를 다양한 온도 범위에 대해 서 계산하였다. 2 차원 문제에 대한 적용으로 소자 에서의 정전기 방전 현상을 모사하여 열점에서 온 도 추이를 확인하였다.

4.1 1 차원 과도 열전도 모사

1 차원 문제의 계산 영역을 만들기 위해 Fig. 1 처럼 직육면체 셀을 일직선으로 정렬한다. 일직선 방향이 아닌 셀의 옆면을 정반사면으로 생각하면 *x* 방향 운동량이 보존되므로 계산 영역을 1 차원 으로 간주할 수 있다. 첫번째와 마지막 셀은 일정 한 온도로 유지하고 이들 셀로 들어오는 포논은 무시한다. 총 셀의 개수는 40 개이다. 낮은 온도에 서는 산란이 거의 일어나지 않는다. 따라서 포논 은 온도가 높은 셀에서 낮은 셀로 다른 포논과의 충돌없이 표류할 수 있다. 벌리스틱 영역에서 주 어진 모델의 온도 분포는 다음과 같은 값으로 일 정한 분포를 보인다.



Fig. 1 One-dimensional computation model



Fig. 2 In the 1-D low temperature simulation, temperature profile and ratio of LA phonon energy to total phonon energy

$$T = \left[\frac{T_{h}^{4} + T_{c}^{4}}{2}\right]^{\frac{1}{4}}$$
(16)

양 끝 칸의 온도는 각각 11.88 K, 3 K 로 유지하 고 전체 길이는 10 µm, 비례인자는 약 30, 물질 은 게르마늄에 대해 모사를 수행하였다. 식 (16)으 로 구한 온도는 10 K 이고, Fig. 2 의 모사 결과는 완전히 일정한 분포는 아니지만 기대했던 결과에 가까운 온도 분포를 보여주고 있다. 그리고 벌리 스틱 영역에서 산란에 의한 포논 간의 에너지 전 달이 없기 때문에 나타나는 온도 도약(temperature jump)도 확인할 수 있다. 2.5 ns 까지 온도는 마치 두 개의 크게 다른 속도로 전파되는 것처럼 보인 다. 분산 관계에서 보면 낮은 에너지를 가진 세로 소리 갈래의 포논이 속도가 가장 빠르다. 따라서 빠른 속도로 온도가 전진하는 것처럼 보이는 부분 은 세로 소리 갈래 포논의 에너지 비율이 높음을 확인할 수 있다.

확산영역에서는 산란이 지배적이다. 에너지는 전달 입자들 간의 산란에 의해 대부분 전달된다. 정상상태 온도는 푸리에 법칙에 의해 선형적인 분 포를 보이고 시간에 따른 온도변화는 열확산 방정 식으로부터 아래와 같이 구할 수 있다.



Fig. 3 Temperature profile in the high temperature transient simulation

$$\frac{T(x,t) - T(L,t)}{T(0,t) - T(L,t)} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{2L - x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{2L + x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$
(17)

여기서 게르마늄의 열확산 계수 는 α 3.6×10⁻⁵ m²/s 이다. 양 끝 칸의 온도는 310 K, 290 K 로 유지하고, 전체 길이는 2 μm, 비례인자 는 7.7×10⁴, 물질은 게르마늄에 대해 모사를 수행 하였다. Fig. 3 의 각 점은 여러 번의 모사를 평균 한 것이다. 괄호 안의 값은 모사 결과가 해석해와 대략적으로 일치하는 시간이다. 몬테 카를로 모사 의 결과는 해석해와 비슷하며 변해가는 모습도 유 사하다. 정상상태의 분포는 푸리에 법칙의 결과처 럼 선형적인 온도분포를 보여준다. 하지만 과도상 태의 분포를 해석해와 비교했을 때 항상 뒤처지는 것을 확인할 수 있다. 이것은 열전도도 결과에서 도 언급되겠지만 운동량 보존을 만족시키지 못했 기 때문이라고 생각된다.

4.2 갈륨비소 열전도도

 1 차원 문제에서 사용됐던 계산 영역을 그대로 사용하여 열전도도를 구할 수 있다. 양 끝 칸의 온도차를 20 K 로 일정하게 유지하면서 다양한 온도 범위에서 계산할 수 있다. 입자운동론에서 열전도도는 다음과 같이 정의된다.

$$k = \frac{1}{2}\rho C_p \cdot \overline{\nu} \cdot \overline{l} \tag{18}$$

여기서 C_p 는 비열(specific heat)⁽¹¹⁾로서 온도의 함 수이고 \overline{l} 은 평균 자유 행정이다. 몬테 카를로 모 사를 통해 평균속도 \overline{v} 와 평균 산란율을 구할 수 있으므로 위 식으로 열전도도를 계산할 수 있다. 문헌에 따르면 몬테 카를로 방법을 이용하여 규소 나 게르마늄의 열전도도는 계산되었으므로 갈륨비



experimental and calculated values

소를 선택하였다. 갈륨비소는 소자의 동작속도와 발열문제를 향상시키기 위해 개발된 반도체 물질 이다. 몬테 카를로 모사의 결과는 Fig. 4 에 제시하 였다. 200 K를 기준으로 낮은 온도에서는 실험값 보다 크게 예측하였고 높은 온도에서는 열전도도 를 작게 계산하였다. 낮은 온도에서는 열전도도 는 작게 계산하였다. 낮은 온도에서의 차이는 포 논의 경계면과의 산란(boundary scattering)이 고려 되지 않았기 때문이고⁽³⁾, 높은 온도에서는 포논-포 논 산란에서 운동량 보존을 만족시키지 못 하였기 때문이다.⁽⁴⁾ 이것은 확산영역에서의 1 차원 과도 열 전도 결과가 해석해보다 시간적으로 뒤처지는 결 과를 보였던 것과 같은 이유이다.

4.3 정전기 방전 현상의 모사

마지막으로 몬테 카를로 방법을 2 차원 문제에 적용해 보았다. 정전기 방전 현상은 나노 시간 범 위에서 높은 전류가 발생하는 현상으로 소자 손상 의 많은 비중을 차지하고 있다. 계산 영역은 Fig. 5 와 같고 윗면은 확산조건, 나머지 경계면은 300 K 로 유지한다. 직육면체 셀을 평면으로 정렬하고 지면 방향의 면들을 정반사면으로 처리하여 2 차 원 문제를 모사하였다. 확산 조건의 경계면에 닿 는 포논은 새로운 진행방향을 갖게 된다. 그 외 경계면은 흑체로 간주하였다. 전력의 시간변화는 Narumanchi⁽¹²⁾를 참고하였다.







Fig. 6 Temperature predictions in comparison with different models at a point in the hotspot

Fig. 6 은 다양한 모델⁽¹²⁾로 계산된 열점에서의 온 도 추이를 보여준다. 몬테 카를로 모사에서는 포 논의 소리 갈래만 고려하였는데 그 결과는 풀 포 논 디스퍼젼(full phonon dispersion) 모델⁽¹²⁾에서 모 든 열발생을 소리 갈래 포논으로 가정한 결과와 매우 유사하다. 이는 몬테 카를로 모사에서 소리 갈래 포논만 고려하였지만 Holland⁽⁹⁾가 정리한 산 란율에는 광학 포논의 기여도 포함되어 있기 때문 이다.

5. 결론

거시적 열전달에 사용되는 해석방법과 달리 미 세영역의 열전달에서는 볼츠만 수송 방정식으로 에너지 전달자의 거동을 기술한다. 본 연구에서 볼츠만 수송 방정식을 만족시키는 통계적인 방법 으로 몬테 카를로 방법을 적용하였다. 포논의 주 파수에 따른 군속도와 상태밀도의 변화를 고려하 기 위해 분산 관계와 소리 극성 갈래를 이용하였 다. 게르마늄에 대한 1 차원 과도 열전도를 벌리스 틱 영역과 확산 영역에서 모사하였고 동일한 계산 영역을 사용하여 다양한 온도에서 갈륨비소의 열 전도도를 계산하였다. 정전기 방전 현상을 모사하 기 위해 2 차원 형상의 소자에도 적용하였는데 이 는 몬테 카를로 방법이 셀을 배치하는 것만으로 복잡한 형태도 손쉽게 다룰 수 있음을 보여주었다. 그러나 1 차원 과도 열전도 문제에서 확인된 온도 의 뒤처짐이나 저온, 고온 영역에서의 열전도도 오차를 통해 보완해야 할 점들도 확인했다. 정확 한 모사를 위해서는 저온에서 포논과 경계면의 산 란을 고려해야 하고, 고온 영역에서는 포논의 운 동량 보존을 만족시켜야 한다. 또한 군속도가 느 려 에너지를 저장하는 효과를 보여주는 광학 포논

의 분산 관계나 산란율도 고려되어야 할 것이다.

후 기

본 연구는 마이크로열시스템연구센터(ERC)의 지 원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) T. Klistner, J. E. VanCleve, E. F. Henry, R. O. Pohl, 1998, "Phonon Radiative Heat Transfer and Surface Scattering", Physical Review B, Vol. 38, No. 11, pp. 7576-7594
- (2) R. Peterson, 1994, "Direct Simulation of Phonon-Mediated Heat Transfer in a Debye Crystal", Journal of Heat Transfer, Vol. 116, pp. 815-822
- (3) S. Mazumder, A. Majumdar, 2001, "Monte Carlo Study of Phonon Transport in Solid Thin Films Including Dispersion and Polarization", Journal of Heat Transfer, Vol. 123, pp. 749-759
- (4) YF Chen, DY Li, J. R. Lukes, A. Majumdar, 2005, "Monte Carlo Simulation of Silicon Nanowire Thermal Conductivity", Journal of Heat Transfer, Vol. 127, pp. 1129-1137
- (5) D. Lacroix, K. Joulain, D. Lemonnier, 2005, "Monte Carlo transient phonon transport in silicon and germanium at nanoscales", Physical Review B, Vol. 72, 064305
- (6) B. N. Brockhouse, 1959, "Lattice vibrations in silicon and germanium", Physical Review Letters, Vol. 2, No. 6, pp. 256-258
- (7) G. Nilsson, G. Nelin, 1971, "Phonon Dispersion Relations in Ge at 80 K", Physical Review B, Vol. 3, No. 2, pp. 364-369
- (8) J. L. T. Waugh, G. Dolling, 1963, "Crystal Dynamics of Gallium Arsenide", Physical Review, Vol. 132, No. 6, pp. 2410-2412
- (9) M. G. Holland, 1963, "Analysis of Lattice Thermal Conductivity", Physical Review, Vol. 132, No. 6, pp. 2461-2471
- (10) M. G. Holland, 1964, "Phonon Scattering in Semiconductors From Thermal Conductivity Studies", Physical Review, Vol. 134, No. 2A, pp. A471-A480
- (11) J. S. Blackmore, 1982, "Semiconducting and other major properties of gallium arsenide", Journal of Applied Physics, Vol. 53, No. 10, R123-R181
- (12) S. V. J. Narumanchi, J. Y. Murthy, C. H. Amon, 2006, "Boltzmann transport equation-based thermal modeling approaches for hotspots in microelectronics", Heat and Mass Transfer, Vol. 42, pp. 478-491