사다리꼴 미세유로의 형상최적화

후세인 아프잘[*] · 김광용[†]

Shape Optimization of a Trapezoidal Micro-Channel

Afzal Husain, Kwang-Yong Kim

Key Words : Trapezoidal microchannel(사다리꼴 미세유로), Optimization technique (최적화기법), Surrogate model(대리모델), Kriging(크리깅), Navier-Stokes equation(나비어-스톡스 방정식)

Abstract

This work presents microchannel heat sink shape optimization procedure using Kriging method. Design variables relating to microchannel width, depth and fin width are selected, and thermal resistance has been taken as objective function. Design points are selected through a three-level fractional factorial design of sampling method. Navier-Stokes and energy equations for laminar flow and conjugate heat transfer are solved at these design points using a finite volume solver. Solutions are carefully validated with experimental results. Using the numerically evaluated objective function, a surrogate model (Kriging) is constructed and optimum point is searched by sequential quadratic programming. The process of shape optimization greatly improves the thermal performance of microchannel heat sink under constant pumping power.

기호설명

A_c	: 미세유로의 단면적
A_s	: 기판의 표면적
C_p	: 비열
D_h	: 수력직경
f	: 마찰계수
h	: 대류열전달계수
H_c	: 미세유로 깊이
k	: 열전도도
n	: 미세유로의 수
p	: 압력
$\overline{P}$	: 가압동력
q	: 열유속
Q	: 유량
R_{th}	: 열저항
T	: 온도
u	: 유속
W_b	: 미세유로 하단 폭
W_c	: 미세유로 상단 폭
W_w	: 휜 폭
x, y, z	: 직교 좌표

Greek symbols

α	: 미세유로 형상비
ϕ	: W_w/H_c
η	: W_b/W_c
θ	: W_c/H_c

[*] 인하대학교 대학원 기계공학과
[†] 인하대학교 기계공학부
E-mail : kykim@inha.ac.kr
TEL : (032)872-3096 FAX : (032)868-1716

1. 서 론

대부분 전자기기의 작동은 자체 온도와 주변의 열적 환경에 의해 강한 영향을 받는 것으로 알려져 있다. 미세유로 열흡수장치 (micro-channel heat sink)는 이러한 문제를 해결할 수 있는 효과적인 수단이 될 수 있다. 부피에 비해 표면적이 큰 미세유로들이 최근 개발된 정교한 제조기법들에 의해 생산될 수 있게 되었다.

Tuckerman 와 Pease[(1)]는 이러한 기술의 가능성을 깨닫고 실리콘을 기반으로 하는 미세유로 열흡수장치 실험의 기초를 놓았다. Tuckerman[(2)]의 실험을 바탕으로 Samalam [(3)]은 열저항에 대한 이론적 관계식을 보고하였다. Kawano 등[(4)] 은 미세유로 열흡수장치 내의 압력강하와 열전달에 관해 실험과 수치해석을 동시에 수행하였다. Rahman 과 Gui[(5,6)]는 몇 가지 다른 깊이의 사다리꼴 미세유로에서의 물유동에 대한 실험을 수행하였다. Qu 등[(7,8)]은 실리콘 미세유로 내의 물 유동에 대한 복합열전달에 대해 실험과 수치해석을 수행하였다. 여러 연구들이 직사각형과 사다리꼴 미세유로에 대해 다양한 기법을 사용해 수행되었지만 기존의 해석기법으로 예측된 결과와 실험치 사이에는 아직 상당한 차이가 있다.

아울러, Weisberg 등[(9)]은 이차원 복합(전도-대류) 열전달 모델을 이용하여 직사각형 미세유로 열교환기를 위한 설계기법을 제시하였다. Qu 와 Mudawar[(10)]는 직사각형 미세유로에 대한 삼차원 유체유동과 열전달을 계산한 바 있다. Toh 등[(11)]은 삼차원 나비어-스톡스 방정식의 계산을 통해 미세유로에서의 국부적인 열저항과 마찰계수의 변화에 대해 수치적 연구를 수행하였다. 미세유로의 형상을 최적화하기 위한 시도로서 Li 와 Peterson[(12)]은 직사각형 미세유로의 형상에 대한 변수 연구를 수행하였다.

지난 십년간 최적설계기법은 매우 빠른 속도로 발전하였다. 수치최적화기법[(13)]은 일반적인 설계수단으로 간주되기 시작했고, 여러 가지 잇점, 즉 자동설계기능, 다양한 제한조건, 다학제간 적용 등의 장점을 제공하였다. 그러나, 과다한 계산시간을 요하는 삼차원 나비어-스톡스 해석과 결합된 최적설계는 컴퓨터의 발달에 힘입어 최근에 들어서야 실용화되기 시작했다. 대리 모델(surrogate model)들은 이미 최적화기법으로서의 효용성을 인정받아 다목적/다학제 최적설계에 폭 넓게 사용되어 왔다.

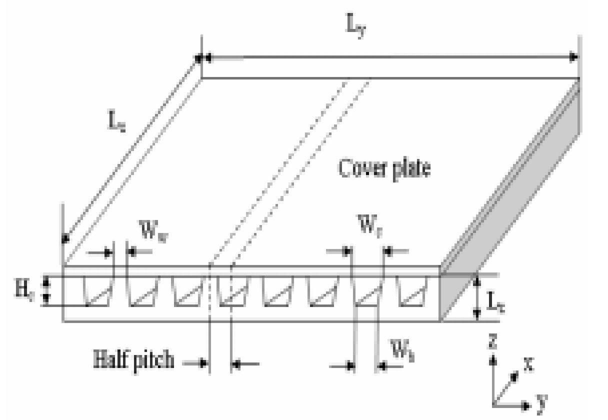

Fig. 1 Schematic diagram of microchannel heat sink.

Queipo 등[(14)]은 항공우주 분야에 적용된 여러 가지 대리 모델 들의 특징과 성능을 비교검토하였다.

다양한 가정들을 사용하여 직사각형 미세유로에서의 유체유동과 열전달을 해석하고 그 형상을 해석적으로 최적화 하기 위해 많은 연구들[(11,13-15,19)]이 수행된 바 있다. 그러나, 삼차원 유체유동과 복합열전달의 해석을 바탕으로 한 미세유로의 최적화에 관한 연구는 찾아보기가 힘들다. 본 연구에서는 삼차원 나비어-스톡스 해석과 대리 모델을 바탕으로 한 최적화기법을 이용하여 열저항을 최소화하기 위해 미세유로 열흡수장치의 단면형상을 최적화하였다. 본 연구에서는 크리깅(Kriging) 기법을 대리 모델을 구축하는데 사용하였다.

2. 형상과 유동에 대한 제한조건

실리콘 미세유로 열흡수장치에 있어 제조 가능 여부는 중요한 고려사항이다. 본 연구에서 최적화하고자 하는 미세유로의 형상은 Fig. 1 에 나타난 바와 같다. 열흡수장치의 크기는 10mm×10mm×0.42mm 이다. 실리콘 미세유로는 KOH 습식 에칭(wet etching)[(1,5)] 을 이용할 경우 형상비($\alpha = H_c / W_c$) 6:1 로 제조할 수 있고, 다른 정교한 기술을 사용할 경우 20:1 까지 제조할 수 있다. 강도의 면에서 미세유로 바닥 두께는 Li 와 Peterson[(12)]이 제시한 최소 요구두께인 50 μm 로 유지된다. 즉, H_c = 370 μm 이 최적화 과정에서 일정하게 유지된다.

유로단면의 상단과 하단, 그리고 휜의 폭을 바꾸면서 열유동해석을 수행하였다. 일정 가압동력(pumping power) 하에서 미세유로의 형상이 열저항

에 미치는 효과를 평가하기 위해 균일 열유속이 열흡수장치의 바닥면에 적용되었다. 유동은 정상상태 층류 완전발달된 유동으로 가정되었고 낮은 유량, 즉 낮은 레이놀즈수가 유지되었다. 열역학과 유체역학적 물질의 특성은 기준온도 27 °C 에서 일정하게 유지된다고 가정하였다. 미세유로에 적용된 일정 가압동력은 다음과 같이 정의된다.

$$\overline{P} = n \cdot u_{avg} \cdot A_c \cdot \Delta p = Q \cdot \Delta p \tag{1}$$

여기서 Q 는 열흡수장치 전체의 체적유량이며 Δp 는 압력강하이다. n 은 유로의 수이고 u_{avg} 는 평균속도이며, A_c 는 미세유로 단면의 면적이다.

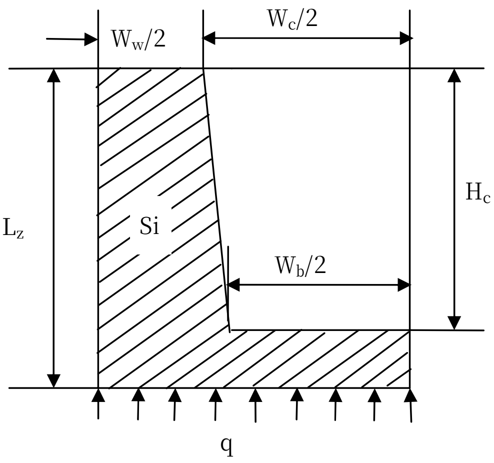

Fig. 2 Computational domain.

3. 수치해석방법

미세유로 내의 대류열전달에 대한 질량, 운동량, 그리고 에너지(유체와 고체 각각)에 대한 지배방정식이 수치적으로 계산되었다. 유체, 즉 물의 특성은 일정하다고 가정되었다: 기준온도 27°C 에서 밀도 ρ_f = 997 kg/m^3, 비열 $C_{p,f}$ = 4.179 J/kg K, 절대점성계수 μ_f = 8.55×10^{-4} kg/ms, 그리고 열전도도 k_f = 0.613 W/mK.

미세유로에서의 삼차원 복합열전달은 상용 코드인 CFX 5.7 [15]을 사용해 계산하였다. 이 코드는 지배미분방정식을 유한체적법으로 이산화하고 SIMPLE 알고리듬[16]을 바탕으로 해를 구한다. 수치해석에서 모든 대류항에 대한 수치도식은 1 차 풍상도식(upwind scheme)이다. 미세유로의 대칭성을 이용해 Fig. 2 에 나타난 바와 같이 단일 미세유로의 절반만이 계산영역으로 선택되었다. 육면체 격자가 주어진 영역 내에 생성되었고, 격자의 존성 시험을 통해 121×16×54 를 최적 격자수로 선택하였다. 격자의존성 시험에서 401×21×64 개의 격자를 사용할 경우 기판의 최고온도가 최적격자에 비해 1% 변화만을 보였고, 100×11×34 개의 격자는 2%의 변화를 보였다.

경계조건으로 미세유로의 입구와 출구에서 열흡수장치의 실리콘 부분은 단열조건을 유지한다. 점착조건이 미세유로의 내부벽면에 적용된다. 입구와 출구의 유동면에는 압력경계조건이 적용된다; $x = 0$ 에서 $p_f = p_i$, 그리고 $x = L_x$ 에서 $p_f = p_o$. Fig. 2 의 좌측과 우측 면에는 대칭경계조건이 적용된다.

완전발달된 유동에서 Shah 와 London [17]은 직사각형 유로에 대해 마찰계수에 관한 실험식을 제시하였다. 사다리꼴 단면에 대해서는 *fRe* 값을 Kakac 등[18]이 제시한 결과로부터 내삽하여 구하였다.

Fanning 의 마찰계수는 다음과 같이 정의된다.

$$f = \frac{D_h}{2\rho_f u_{avg}^2} \cdot \frac{\Delta p}{L_x} \tag{2}$$

여기서 $D_h = \frac{4A_c}{P}$ 는 수력직경이다. 레이놀즈수는 평균속도를 사용하여 다음과 같이 정의한다.

$$\mathrm{Re} = \frac{u_{avg} . D_h}{\upsilon_f} \tag{3}$$

평균속도는 다음과 같이 얻어진다.

$$u_{avg} = \frac{D_h^2}{2 f \,\mathrm{Re}\, \mu_f} \cdot \frac{\Delta p}{L_x} \tag{4}$$

식(1)을 식(4)에 대입함으로써 가압동력의 항으로 평균속도를 나타낼 수 있다.

$$u_{avg} = D_h \sqrt{\frac{1}{2nA_c f \,\mathrm{Re}\, \mu_f} \cdot \frac{\overline{P}}{L_x}} \tag{5}$$

여기서 가압동력 $\overline{P}$ 는 0.01 에서 0.8 사이에서 선택될 수 있다. 본 연구의 최적설계에서는 완전발

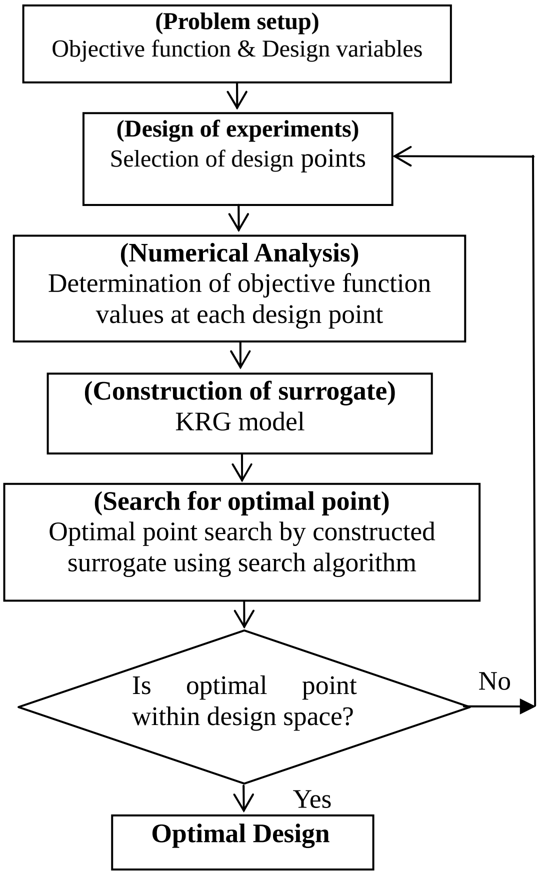

Fig. 3 Optimization procedure.

달된 유동에 대해 낮은 가압동력 $\overline{P} = 0.05$ W 을 10mm×10mm 칩(chip)에 대해 선택하였다. 열저항은 다음과 같이 계산된다.

$$R_{th} = \frac{\Delta T_{\max}}{qA_s} \quad (6)$$

여기서 A_s 는 열을 받는 기판의 면적이고, $\Delta T_{\max}$ 는 열흡수장치에서의 최대 온도상승이다.

4. 최적화기법

본 연구에서 수행한 최적화 과정의 여러 단계가 Fig. 3 에 제시되어 있다. 세 개의 설계변수 θ, ϕ 및 η, 즉 각각 W_c/H_c, W_w/H_c 및 W_b/W_c.가 최적설계를 위해 선택되었고, 열흡수장치의 열저항이 목적함수로 설정되었다. 설계점들은 3 단계 fractional factorial design 에 의해 선정되었다. 표 1 은 이들

Table 1 Design variables and design space.

Design variables	Lower limit	Upper limit
θ	0.10	0.35
ϕ	0.02	0.14
η	0.5	1.0

설계변수의 영역을 보여준다. 목적함수는 나비어-스톡스 방정식과 열전도 방정식을 사용하여 각 설계점에서 계산되고 이 값들을 이용하여 크리깅 방법에 의해 최적점이 예측된다. 크리깅 메타모델(Kriging metamodel)로 알려진 KRG 모델 [19]은 최적화를 위한 대리 모델 기법의 일종이다. Gauss 상관함수를 사용한 선형 다항식 함수가 이 모델의 구축을 위해 사용되었다. 크리깅의 가정에서 미지의 함수 $F(x)$는 전역 모델 (global model) $f(x)$와 이탈(departures) $Z(x)$의 합으로 나타난다. 여기서, $f(x)$는 x 의 알려진 함수, 그리고 $Z(x)$는 평균은 영(zero)이지만 영이 아닌 공분산(covariance)을 갖는 확률적인 과정의 실현이다. $f(x)$ 는 전역적인 설계공간을 나타내고 $Z(x)$는 국부적인 분산을 나타낸다.

5. 결과 및 검토

KRG 모델은 MATLAB 의 도구함(toolbox) [19]을 이용해 구성하였다. 상관함수 변수들은 모델의 성능이 일관성 있게 유지되도록 조심스럽게 조정되었고 허용 분산 (acceptable variance)은 3.0×10^{-4} 으로 유지되었다. 대리모델에 의해 기준형상과 최적형상에 대해 예측된 열저항 값과 나비어-스톡스 방정식으로 계산한 값이 표 2 에 제시되어 있다. 기준형상에 비해 최적형상의 열저항이 12.4 % 감소한 것을 알 수 있다. 그리고, KRG 모델이 목적함수 값을 계산치와 비교해 단지 0.4% 상대오차로 매우 정확하게 예측하고 있음을 알 수 있다.

목적함수가 각각의 설계변수에 대해 어떠한 민감도를 나타내는 지가 Fig. 4 에 나타나 있다. 각 설계변수는 다른 변수가 고정된 상태에서 최적점을 중심으로 ±10% 범위에서 변하고 있다. 여기서 목적함수 값은 KRG 모델에 의해 예측된 값이다. 최적점 근처에서 목적함수는 η의 변화에 따라 가장 민감하게 변화하고 있음을 알 수 있다. 그 다음으로 θ에 대해 민감하고 ϕ에 대해서는 가장 둔감한 것으로 나타났다. 그러므로 최적 유로의

Table 2 Results of optimization for optimal point and objective function value.

	θ (W_c/H_c)	ϕ (W_w/H_c)	η (W_b/W_c)	F (Surrogate Prediction)	F (Navier-Stokes Calculation)
Reference	0.154	0.116	1.0	0.1988	0.1922
Optimum (KRG)	0.247	0.038	0.754	0.1701	0.1707

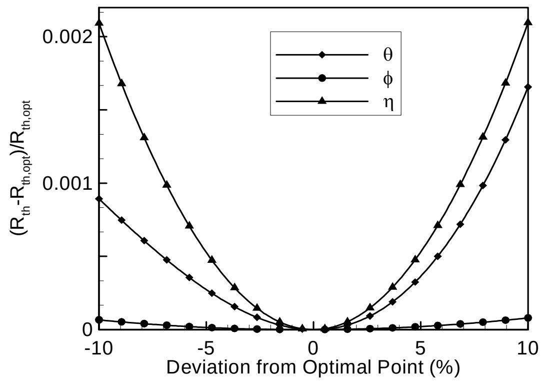

Fig. 4 Sensitivity analysis of objective function near the optimum point;

숫자를 맞추기 위해 ϕ 값은 다소 조정이 되어도 무방함을 알 수 있다.

6. 결 론

삼차원 미세유로 열흡수장치가 일정 가압동력 하에서 열저항을 최소화하기 위해 기하학적으로 최적화되었다. 미세유로의 폭, 깊이, 그리고 휜의 폭 과 관련된 변수가 설계변수로 선택되었고, 크리깅 모델이 목적함수, 즉 열저항의 최소치를 예측하기 위한 대리모델로 사용되었다. 최적점 근처에서 열저항은 유로깊이에 대한 휜폭의 비에 비해 유로깊이에 대한 유로상단 폭 비와 유로상단 폭에 대한 하단 폭 비에 보다 민감한 것으로 나타났다. 크리깅 모델에 의한 목적함수 값의 예측이 나비어-스톡스 방정식으로 계산된 값에 매우 근접하여 대리모델에 의한 최적점의 예측이 미세유로에 대한 응용에서 매우 성공적임을 알 수 있다. 미세유로의 최적설계에 있어 크리깅 대리모델을 적용함으로써 계산시간과 비용의 면에서 효과적이고 경제적으로 최적형상을 얻을 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구과제 (과제번호 R01-2006-000-10039-0)에 의해 수행되었음을 밝힌다.

참고문헌

(1) D. B. Tuckerman, R. F. W. Pease, High-performance heat sinking for VLSI, IEEE Electron device Lett. EDL-2 (1981) 126-129.

(2) D. B. Tuckerman, Heat transfer microstructures for integrated circuits, Ph. D. thesis, Stanford University, 1984.

(3) V. K. Samalam, Convective heat transfer in microchannels, J. Electron mater. 18 (1989) 611-617.

(4) K. Kawano, K. Minakami, H. Iwasaki, M. Ishizuka, Application of Heat Transfer in Equipment Systems, and Education, in: Development of microchannels heat exchanging, R.A. Nelson Jr., L.W. Swanson, M.V.A. Bianchi, and C. Camci, Eds., New York, ASME, 1998, HTD-361-3/PID-3, pp. 173-180.

(5) M. M. Rahman, F. Gui, Experimental measurements of fluid flow and heat transfer in microchannel cooling passages in a chip substrate, Adv. Electron. Packag., ASME EEP-4(2), 1993, pp.685-692.

(6) M. M. Rahman, F. Gui, Design fabrication and testing of microchannel heat sink for aircraft avionics cooling, in: Proceedings of the 28th Intersociety Energy Conversion Eng. Conf. 1, 1993, pp. 1-6.

(7) Qu Weilin, Gh. M. Mala, Li Dongqing, Pressure-driven water flows in trapezoidal silicon microchannels, Int. J. Heat Mass Transf. 43(3) (2000) 353-364.

(8) Qu Weilin, Gh. M. Mala, Li Dongqing, Heat transfer for water flow in trapezoidal silicon microchannels, Int. J. Heat Mass Transf. 43(21) (2000) 3925-3936.

(9) A. Weisberg, H. H. Bau, J. N. Zemel, Analysis of micro channels for integrated cooling, Int. J. Heat Mass Transf., 35(10) (1992) 2465-2474.

(10) W. Qu, I. Mudawar, Analysis of three dimensional heat transfer in micro-channel heat sinks, Int. J. Heat Mass Transf., 45(19) (2002) 3973-3985.

(11) K. C. Toh, X. Y. Chen, J. C. Chai, Numerical computation of fluid flow and heat transfer in microchannels, Int. J. Heat Mass Transf., 45 (2002) 5133-5141.

(12) J. Li and G. P. Peterson, Geometric optimization of a micro heat sink with liquid flow, IEEE Trans. Compon. Packag. Technol., 29(1) (2006) 145-154.

(13) G. N. Vanderplaats, Numerical optimization techniques for engineering design with applications, New York, McGraw-Hill, 1984.

(14) N. V. Queipo, R. T. Haftka, W. Shyy, T. Goel, R. Vaidyanathan, P. K. Tucker, Surrogate-based analysis and optimization, Progress in Aerospace Sciences 41 (2005) 1-28.

(15) CFX-5.7 Solver Theory, ANSYS 2004.

(16) S. V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw-Hill, New York, 1980, pp. 124-134.
(17) R. K. Shah, A. L. London, Laminar flow forced convection in ducts: a source book for compact heat exchanger analytical data, Supl. I, Academic press, New York, 1978.
(18) Sadk Kakac, Ramesh K. Shah, Win Aung, Handbook of single-phase convective heat transfer, A Wiley-interscience publication, New York, 1987.
(19) S. N. Lophaven, H. B. Nielsen, and J. Sondergaard, A MATLAB Kriging Toolbox, Technical Report IMM-TR2002-12, 2002.