

# 노즐-디퓨저 내에서의 저 Reynolds 수 유동특성 해석

송귀은<sup>†</sup> · 이준식<sup>\*</sup>

## Analysis of Low Reynolds Number Flow in Nozzle and Diffuser

Gwi-Eun Song and Joon-Sik Lee

**Key Words :** Nozzle(노즐), Diffuser(디퓨저), Separation(유동박리), Micropump(마이크로 펌프)

### Abstract

An investigation of low Reynolds number flow in nozzles and diffusers which are widely used in the valveless micropump is presented. Flow characteristics in the nozzle and diffuser are explained in view of viscous effect and flow oscillation induced by pumping membrane. These calculation results show that the rectification property of valveless micropump is due to a flow separation in the diffuser and the separation is largely originated from the flow oscillation. Under the assumptions of steady flow velocity profile and flow separation in the diffuser, simplified analytical models are provided to see the dependency of rectification on the micropump geometry. Geometric parameters of channel length, nozzle throat, chamber size, and converging/diverging angle are depicted through the analytical models in low Reynolds number flow, and the prediction and experimental results are compared. This theoretical study can be used to determine the optimum geometry of valveless micropump.

#### 기호설명

$h$	: 채널 높이
$d$	: 채널 깊이
$l$	: 채널 길이
$Q$	: 유량
$\Delta p$	: 압력
$\alpha$	: 노즐/디퓨저 각도
$\beta$	: 박리선의 각도
$\varepsilon$	: 정류율

### 1. 서론

마이크로 시스템의 응용으로 혈액 분석이나 화학 분석용으로 많은 연구가 진행되어오고 있다. 시료를 분석하기 위해서는 혈액 등의 시료를 마이크로 시스템 내에서 안정적으로 이송시킬 수 있는 마이크로 펌프의 중요성이 증가되고 있다. 그 동

안의 연구에서는 다양한 종류의 마이크로 펌프가 제안 및 제작되었는데, 기계적 방법으로 유체를 이송하는 방법으로 체크 밸브를 이용한 방법이 많이 쓰여왔으나 혈액 분석 등의 응용에 있어서 여러 제한점들이 있어서 밸브없는 형태(valveless)의 마이크로 펌프의 적용이 선호되고 있다. Valveless 마이크로 펌프는 기계적 구동부가 없으므로 제작이 용이하고 단순한 구조로 인한 신뢰성이 뛰어나다. 또한 높은 주파수를 적용할 수 있으므로 마이크로 펌프의 운전 주파수를 높여 유량을 쉽게 높일 수 있다. 무엇보다도 밸브가 없으므로 해서 시료가 밸브로 파괴되거나 퇴적되는 문제를 피할 수 있는 등의 여러 장점들을 가지고 있다.

이러한 밸브없는 마이크로 펌프의 구상은 1989년 Pol(1)에 의해 처음 제시되었으며, Stemme(2,3) 등에 의해 MEMS 가공기술을 이용하여 제작되고 간단한 모델들이 제시되었다. CFD 를 이용하여 노즐과 디퓨저에서의 복잡한 유동을 해석하여 밸브 없는 마이크로 펌프의 구동 원리를 분석하려는 시도가 Olsson(4)와 Singhal(5) 등에 의해서 이루어졌으며, 유동을 만들어내는 PZT 등의 박막의 움직임

<sup>†</sup> 회원, 서울대학교 기계항공공학과 대학원

E-mail : kwsong@kist.re.kr

TEL : (02)880-7123 FAX : (02)880-7123

<sup>\*</sup> 서울대학교 기계항공공학과

을 고려한 모델들도 Ullmann(6)와 Pan(7)에 의해서 제시되었다.

그러나 그 동안의 연구에서는 밸브없는 마이크로 펌프의 구동 원리에 대한 설명과 비점성 유동 모델(Gerlach(8), Olsson(9))들만이 제시되어 왔으며 비점성 정상 유동에 기초한 마이크로 펌프 모델만이 제시되어왔다. 또한 오직 난류에서만 이러한 마이크로 펌프의 구동 특성이 나타나고 층류 영역에서는 한쪽방향으로 유동을 보내는 펌핑 성능을 보이지 못한다는 주장도 있었으며, 다른 연구에서는 층류 영역에서도 노즐과 디퓨저의 유동 특성으로 인해 유동 저항의 비대칭을 만들어 펌핑이 가능하다는 주장도 있었다. 본 연구에서는 비점성 Bernoulli 식에서 제시된 모델의 문제점들을 제기하고, 유동 박리가 Re 수에 의한 것이라기보다는 비정상 왕복유동에 의해서도 발생할 수 있음을 살펴봤으며, 채널내의 유동을 정상 속도분포를 가정하여 노즐에서는 lubrication 유동 근사를, 디퓨저에서의 Jeffery-Hamel 유동 근사를 사용하고 박리유동 모델을 제시하여 노즐-디퓨저의 형상에 따른 밸브없는 마이크로 펌프의 성능 모델을 제시하였다.

## 2. 마이크로 채널에서의 왕복유동 특성

밸브가 없는 마이크로 펌프의 작동 원리는 Fig. 1에 예시되어 있듯이 가운데에 있는 챔버에 위치한 박막이 진동을 하게 되면 챔버 내의 압력이 진동에 따라 압력이 증가 또는 감소하게 된다. 증감된 압력은 노즐과 디퓨저 양쪽으로 동일한 압력으로 배출하거나 흡입하게 된다. 이때 노즐과 디퓨저에 따른 유동 저항이 서로 달라서 한주기에 대하여 적분하여 보면 유동저항이 적은 한쪽방향으로 유체를 흘려 보내게 된다.

따라서 노즐과 디퓨저를 형성하고 있는 마이크로 채널 내에는 유체가 왕복 운동하는 상황이 된다. 채널내의 왕복 유동에 대한 해석(10)은 이미 잘 알려져 있으며 식(1)로 표현된다. Fig. 2에서는 속도 분포(11)를 예시하여 놓았다. Fig. 2에서 확인할 수 있듯이 왕복 유동의 주파수가 높아지면 채널의 가운데 부분은 챔버 압력 변화와 동일한 상(phase)으로 움직이지만 벽면 근처에서는 점성의 효과로 인하여 위상차가 발생한다. 따라서 주파수가 낮은 경우에는 속도 분포가 위상차 없이 잘 알려진 parabolic 형태를 취하지만 높은 주파수의 경

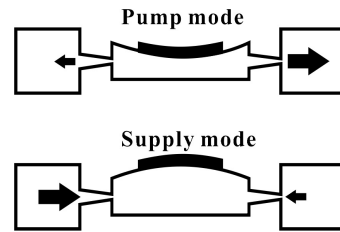


Fig. 1 Schematic drawing of Valveless micropump

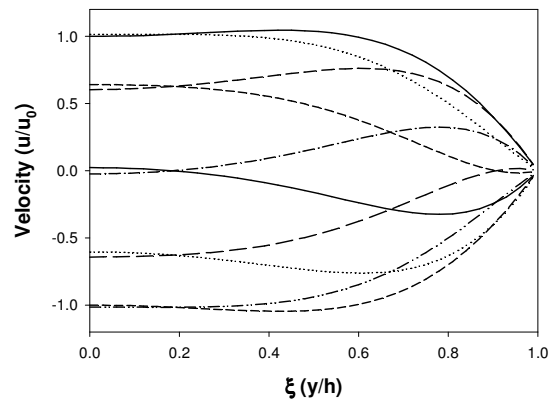


Fig. 2 Velocity profile in oscillating channel flow at different time

우에는 채널 가운데 영역과 벽면 근처에는 위상차가 발생하여 역류가 발생할 수 있다. 마이크로 펌프의 일반적인 운전 주파수(3)는 약 500 Hz 이상으로 이러한 위상차이가 심한 영역이다. 따라서 노즐-디퓨저 내에서의 유동도 실제로는 이와 같은 비정상 왕복 유동에 기인한 국부적 역류가 존재하며, CFD 를 통해서 좀더 자세한 유동특성을 확인할 수 있다.

$$u = u_o \left\{ \frac{i\lambda}{\delta^2} \left[ 1 - \frac{\cosh \sqrt{i} \delta \xi}{\cosh \sqrt{i} \delta} \right] e^{i\alpha} \right\}_{real} \quad (1)$$

$$\lambda = \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right| \frac{h^2}{\rho u_o \nu}, \quad \delta = h \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}, \quad \xi = \frac{y}{h}$$

## 3. 노즐 유동 모델

마이크로 채널 내의 액체의 흐름은 대부분 작은 채널 크기와 적은 유량으로 인해 층류 영역에 있으므로 관성에 의한 영향 보다는 점성에 의한 효과가 더 지배적이라는 것을 알 수 있다. 그러나 기존의 연구(2~9)에서는 단면적의 비율만을 고려한 Bernoulli 식을 이용하여 유동 모델들이 실제 현상과 많은 차이를 보이게 되었다.

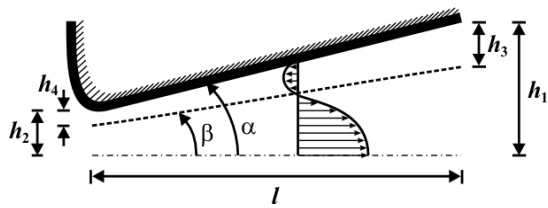


Fig. 3 Geometry of nozzle/diffuser

노즐과 디퓨저에서의 유동 특성을 자세히 이해하기 위해서 비정상 유동을 이론적으로 해석하는 것은 많은 어려움이 따른다. 따라서 본 연구에서는 노즐과 디퓨저에서의 유동을 한 주기동안 적분하여 만들어진 정상유동으로 가정하고 각각의 형상에서의 속도 분포를 가정하여 적절한 유동 모델을 제시하고자 하였다.

이론적 해석을 위해서  $Re$  수가 작으며 각도가 아주 작은 경우로 적용 범위를 한정하였다.

$$\alpha \ll 1, \quad \frac{\alpha Q}{2\nu} \ll 1$$

유동에 대한 연속 방정식과 운동량 방정식에 non-slip 경계조건을 적용하고, 노즐 내의 유동은 점점 단면이 줄어드는 형상에 대하여 lubrication 근사를 이용하여 줄어드는 채널 내의 유동을 해석할 수 있다. 이를 통해 채널에서의 속도 분포를 아래의 식으로 정리할 수 있다.

$$u(x, y) = \frac{3Q_{con}}{4dh(x)} \left[ 1 - \left( \frac{y}{h(x)} \right)^2 \right] \quad (2)$$

위의 식에서 유량-압력 사이의 관계식을 얻기 위해서 위의 식을 길이 방향으로 적분하여 정리하면 아래의 식을 유도할 수 있다.

$$\Delta p_{con} = -\frac{3\mu Q_{con}}{4dh_2^2} \frac{\eta(2+\alpha\eta)}{(1+\alpha\eta)^2} \quad (3)$$

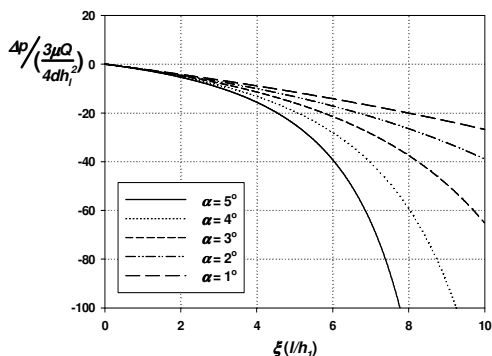


Fig. 4 Dimensionless pressure drop along the converging channel

$$h(x) \equiv h_1 - \alpha x, \quad \eta \equiv l/h_2$$

Fig. 4 는 노즐을 지나면서 압력에 의한 potential 에너지가 채널을 지나가면서 운동에너지로 변환되는 것을 보여주고 있다. 각도가 클수록 압력변화가 심한 것을 볼 수 있다.

#### 4. 디퓨저 유동 모델

디퓨저에서의 유동 모델도 노즐 유동과 크게 다르지 않다. Jeffery-Hamel 유동으로 근사가 가능하나, 채널의 각도가 작고 유량이 작은 경우에 해석하는 노즐 유동에서 얻은 수식과 부호만 다르고 똑같은 수식으로 정리된다. 따라서 유체의 운동 에너지가 potential 에너지로 변환되는 것을 Fig. 6 을 통해서 확인할 수 있다.

이것은 각도가 작고 유량이 적으며 유동 박리가 존재하지 않을 경우에는 노즐-디퓨저를 흐르는 유체의 방향에 따른 유동저항이 같으며 마이크로 펌프에 의한 펌핑이 불가능함을 의미한다. 따라서 본 연구에서는 서론에서 언급하였듯이 노즐에서는 유동 박리가 없는 정상유동으로 가정하고, 디퓨저에서는 박리가 있는 정상유동으로 가정하였다.

Fig. 5 에서 볼 수 있듯이 디퓨저에서의 유동을 2 개의 영역으로 나누어 가운데 부분은 박리가 없는 디퓨저 유동 모델인 Jeffery-Hamel 유동 근사를 그대로 사용하고, 벽면 근처의 역류 부분은 3 절에 설명한 lubrication 유동으로 근사될 수 있다. 이러한 근사를 위해서 두 부분을 나누는 박리선(separation line)을 정의할 수 있다. 이 박리선은 가상의 선으로 정방향 흐름과 역방향 흐름을 가상적으로 섞이지 않도록 막는 두께가 없는 막으로 볼 수 있으며, 이 가상선 상에서는 속도와 운동량의 불연속이 존재하지 않는 것으로 가정하여 수학적으로 표현할 수 있다. 이러한 근사는 CFD 계산 결과에서도 확인할 수 있으며 벽면 근처의 역류영역과 정방향 흐름 사이에 속도가 0 인 곳이 존재함을 확인 할 수 있으며, 본 연구에서는 이 선을

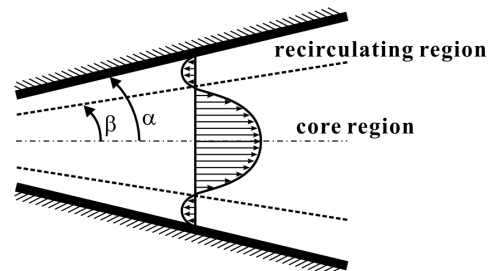


Fig. 5 Two flow regions with flow separation and imaginary separation line in diffuser

직선으로 가정하였다.

이러한 박리가 존재하는 복잡한 유동을 해석하기 위해서 다음의 가정들을 하였다. 각 위치에서는 y 방향으로 압력의 변화가 없이 일정하며 압력은 오직 거리 x 에 의해서만 변한다. 정방향 유동은 Jeffery-Hamel 유동으로 근사하며, 벽면 근처의 박리 영역은 lubrication 유동으로 근사한다. 또한 디퓨저의 각도가 아주 작고 Re 수도 아주 작다는 가정 위에서 이론적 모델을 유도해낼 수 있다.

따라서 역방향 유동과 정방향 유동부분 각각의 유동 근사에서 다음의 유량과 압력 사이의 관계식들을 사용할 수 있다.

$$\Delta p_{cor} = \frac{3\mu Q_{cor}}{4d(h_2 - h_4)^2} \frac{\zeta(2 + \beta\zeta)}{(1 + \beta\zeta)^2} \quad (4)$$

$$\Delta p_{rec} = \frac{3\mu Q_{rec}}{4d(h_3/2)^2} \frac{\xi[2 + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)\xi]}{[1 + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)\xi]^2} \quad (5)$$

$$\zeta \equiv \frac{l}{h_2 - h_4}, \quad \xi \equiv \frac{l}{h_3/2}$$

압력은 역류 영역이나 정류 영역이나 같은 y 위치에서 모두 같다고 가정하였으므로

$$\Delta p_{div} = \Delta p_{cor} = \Delta p_{rec} \quad (6)$$

또한 역류 영역에서의 유량과 정류 영역의 유량의 합은 디퓨저를 지나는 총 유량이 되므로

$$Q_{div} = Q_{cor} - 2Q_{rec} \quad (7)$$

가상의 박리선(separation line)에서는 전단응력의 불연속이 존재하지 않으므로 다음의 경계조건을 적용할 수 있다.

$$\frac{\partial u_{cor}}{\partial y}(\theta = \beta) = \frac{\partial u_{rec}}{\partial y}(\theta = \frac{1}{2}(\alpha - \beta)) \quad (8)$$

각 영역에 대한 속도분포에서 위의 경계 조건을 적용하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{Q_{rec}}{h_{rec}^2(x)} = \frac{Q_{cor}}{h_{cor}^2(x)} \quad (9)$$

$$h_{rec}(x) \equiv \frac{1}{2}h_4 + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)x$$

$$h_{cor}(x) \equiv h_2 - h_4 + \beta x$$

위의 식(8), (9)을 이용하여 다시 정리하면 다음의 간단한 식으로 정리될 수 있다.

$$Q_{div} = Q_{cor} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[ \frac{C + (\alpha - \beta)\eta}{1 - C + \beta\eta} \right]^2 \right\} \quad (10)$$

$$C \equiv \frac{h_4}{h_2}$$

이때 C 는 Fig. 3 에서 표기되어 있듯이 디퓨저 입구에서 채널입구의 크기에 대한 박리선의 크기의 비이다. 이 값은 Re 수와 입구가 각이 진 형태인지 원호로 부드럽게 형성된 입구인지에 따라 달라지는 값이다. 따라서 박리선은  $\beta$ 와 C 에 의해서 그 특성이 결정되며 디퓨저의 유동과 밸브없는 마이크로 펌프의 특성에 큰 영향을 미친다. 이 수식을 다시 식(6)과 식(7)에 대입하여 정리하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\beta = \frac{2C(2 - 3C)(1 - C) + 2(1 - C)^2 \eta \alpha}{(2 - C^2)\eta} \quad (11)$$

위의 식을 통해서 C 가 0 에 접근하면  $\beta$ 가  $\alpha$ 에 접근하며 역류에 의한 유량이 0 으로 수렴하는 것을 알 수 있으며, C 가 1 에 접근하면  $\beta$ 는 0 에 접근하는 것을 알 수 있다.

이러한 수식들을 이용하여 노즐과 디퓨저에서의 유량과 압력 사이의 관계를 유도할 수 있다.

$$Q_{con} = -\Delta p_{con} \frac{4dh_2^2}{3\mu} \times \frac{(1 + \alpha\eta)^2}{\eta(2 + \alpha\eta)} \quad (12)$$

$$Q_{div} = \Delta p_{div} \frac{4dh_2^2}{3\mu} \frac{(1 + \alpha\eta)^2}{\eta(2 + \alpha\eta)} \times K \quad (13)$$

$$K \equiv \frac{\eta(2 + \alpha\eta)(1 - C)^2 [2(1 - C + \beta\eta)^2 - (C + (\alpha - \beta)\eta)^2]}{(1 + \alpha\eta)^2 2\eta(2 - 2C + \beta\eta)} \quad (14)$$

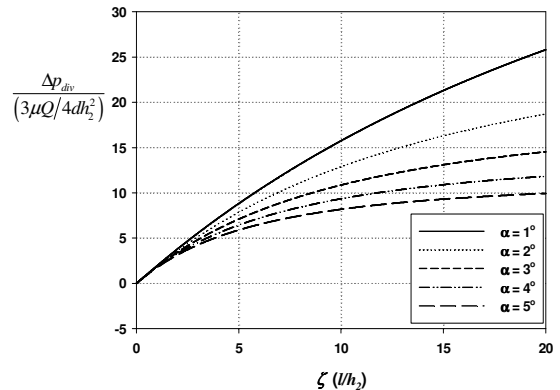


Fig. 6 Dimensionless pressure drop along the diverging channel

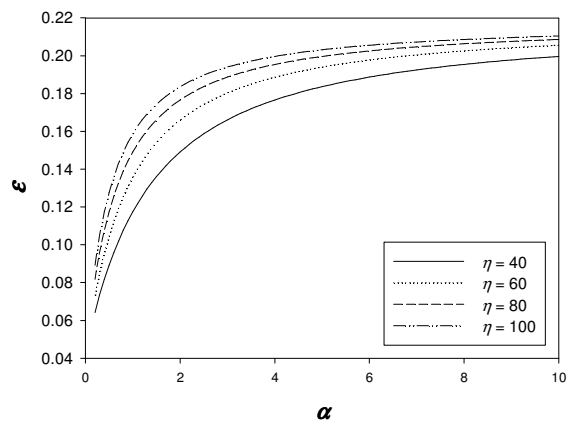
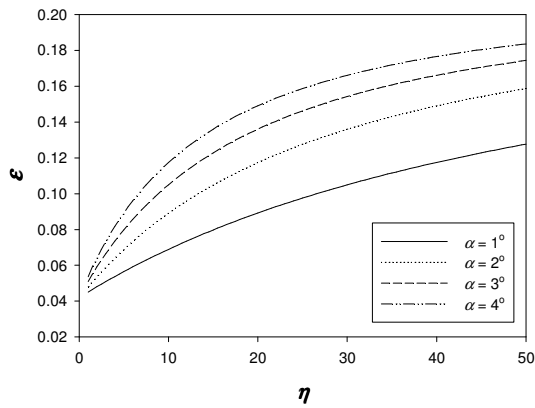
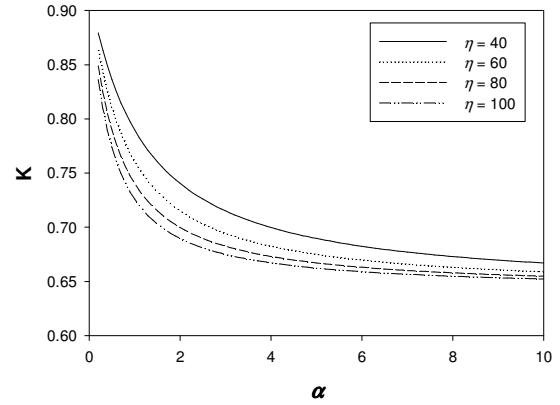
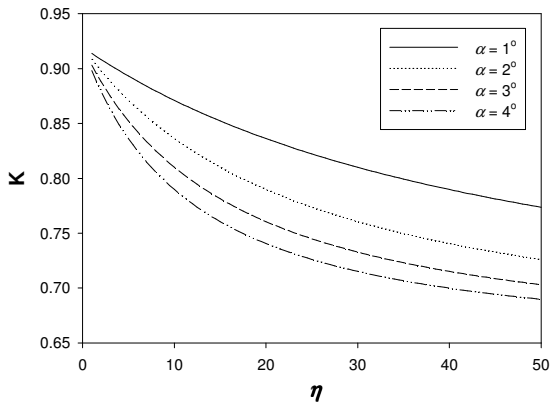


Fig. 7 Rectification efficiency with different nozzle/diffuser channel length

Fig. 8 Rectification efficiency with different converging/diverging angle

따라서 밸브없는 마이크로 펌프의 노즐과 디퓨저에 의한 성능 특성은 위의 식(14)에 정의된  $K$  값에 의해 결정된다.  $K$  는  $Re$  수, 형상 등에 의해 결정되며 유량이 아주 적은 경우에  $K$  는 1 에 수렴하며, 유량이 아주 큰 경우에는 0 으로 수렴한다.

### 5. 노즐-디퓨저 형상에 따른 영향

밸브없는 마이크로 펌프의 성능을 평가할 경우에 자주 사용되는 성능 지표로 rectification efficiency  $\epsilon$ (5)를 사용한다. 이  $\epsilon$ 는 한쪽방향으로의 유동을 잘 흘려 보낼 수 있는지를 나타내며 정방향 유량과 역방향 유량의 비로 정의되며 아래의 식(15)로 표현된다. 식(13)과 (14)으로부터 식(6)의 조건을 적용하면 rectification efficiency  $\epsilon$ 는 단순히  $K$  만의 함수로 정리될 수 있다.

$$\epsilon = \frac{Q_{con}(\Delta p) - Q_{div}(-\Delta p)}{Q_{con}(\Delta p) + Q_{div}(-\Delta p)} = \frac{1-K}{1+K} \quad (15)$$

위의 식의 극단적인 경우를 살펴보면 전체적 특성이 실제의 밸브없는 마이크로 펌프의 성능특성과 잘 맞는다는 것을 알 수 있다. 유량이 작은 경우에는  $\epsilon$ 가 0 에 접근하여 유동을 한쪽방향으로 보낼 수 있는 펌핑 특성이 미미할 만큼 작아질 것이며, 유량이 큰 경우에는 1 에 접근하여 가장 효율적인 성능을 보여줄 수 있음을 알 수 있다.

위에서 유도된 식들을 통해서 채널의 각도  $\alpha$ 와 무차원화된 채널길이  $\eta$ 에 따른 노즐과 디퓨저의 유량-압력 관계와 펌프 성능의 정성적 변화를 알 수 있으며, Fig. 7-8 을 통해서는  $K$  뿐만 아니라 rectification efficiency  $\epsilon$ 도 살펴 볼 수 있다. 채널 길이에 의한 영향을 Fig. 7 에서 볼 수 있는데, 채널이 길어질수록 에너지의 변환이 지속적으로 일어날 수 있으므로 rectification ratio 가 커지는 것으로 확인할 수 있다. 또한 Fig. 8 에서 볼 수 있듯이 노즐/디퓨저의 각도가 클수록 밸브없는 마이크로 펌프의 한방향으로 펌핑할 수는 성능이 높아지는 것을 확인할 수 있다. 따라서 유량이 작고, 각도가

작은 영역에 있어서 밸브없는 마이크로 펌프의 성능을 높이기 위해서는 채널 길이와 각도를 늘리는 것이 유리할 것이다.

## 6. 결 론

본 연구를 통해서 밸브가 없는 마이크로 펌프의 노즐과 디퓨저의 유동을 Re 수와  $\alpha$ 가 작은 경우에 대하여 이론적으로 살펴보았다. 이론적인 측면에서 그 동안 충분히 고려되지 못했던 비정상 유동 특성과 점성을 고려한 모델에 주안점을 두고 살펴볼 수 있었다.

펌프의 박막진동은 채널 내에 비정상(unsteady) 왕복 유동을 만들어내는데, 벽면 근처와 채널 중앙부의 위상차이가 크게 날 수 있으며, 이러한 위상 차이는 벽면 근처의 유동은 박막 진동과 상이 정반대가 되어 역류영역이 발생할 수 있음을 설명하였다. 따라서 밸브없는 마이크로 펌프의 구동원리는 층류와 난류 유동에 따라 그 펌프 작용이 발생하거나 사라지는 것으로 보기보다는 오히려 노즐과 디퓨저의 형상과 작동 주파수에 따라 발생한다고 보는 것이 적절할 것이다.

또한 기존의 연구들이 주로 비점성 모델을 사용하여 노즐과 디퓨저 내의 유동 특성을 과도하게 단순화하였으나, 본 연구에서는 점성 모델을 제시하였으며, 디퓨저의 경우에 유동 박리를 고려한 모델을 제시하여 좀더 현실적인 설계가 가능한 모델을 제시할 수 있었다.

그러나 이러한 이론적 해석은 Re 수가 아주 작은 경우에 대하여 유도된 결과들이며, Re 수가 큰 경우에는 다른 유동 특성이 지배적으로 작용하여, 채널 길이와 각도에 따른 다른 경향을 보일 것이다. 향후의 추가적인 연구를 통해서 저 Re 수 영역에서의 경향성과 고 Re 수 영역에서의 경향성을 비교하여 이들이 교차하는 곳에서 최적의 설계조건과 운전 조건을 찾아서 최적의 노즐/디퓨저의 형상을 결정할 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- (1) van de pol., F.C.M., 1989, "A pump based on micro-engineering techniques," *Thesis, University of Twente, the Netherlands.*
- (2) Stemme, E., Stemme, G., 1993, "A valveless diffuser/nozzle-based fluid pump," *Sensors and Actuators (A)*, Vol. 39, pp. 159~167.
- (3) Olsson, A., Stemme, G., Stemme, E., 1996, "Diffuser-element design investigation for valve-less pumps," *Sensors and Actuators (A)*, Vol. 57, pp. 137~143.
- (4) Olsson, A., Stemme, G., Stemme, E., 2000, "Numerical and experimental studies of flat-walled diffuser elements for valve-less micropump," *Sensors and Actuators (A)*, Vol. 84, pp. 165~175.
- (5) Singhal, V., Garimella, S. V., Murthy, J. Y., 2004, "Low Reynolds number flow through nozzle-diffuser elements in valveless micropump," *Sensors and Actuators (A)*, Vol. 113, pp. 226~235.
- (6) Ullmann, A., 1998, "The piezoelectric valve-less pump-performance enhancement analysis," *Sensors and Actuators (A)*, Vol. 69, pp. 97~105.
- (7) Pan, L.S., Ng, T.Y., Wu, X.H., Lee, H.P., 2003, "Analysis of valveless micropumps with inertia effect," *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 13, pp. 390~399.
- (8) Gerlach, T., 1998, "Microdiffusers as dynamic passive valves for micropump applications," *Sensors and Actuators (A)*, Vol. 69, pp. 181~191.
- (9) Olsson, A., Stemme, G., Stemme, E., 1999, "A numerical design study of the valveless diffuser pump using a lumped-mass model," *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 9, pp. 34~44.
- (10) Schlichting, H., 1979, "Boundary-Layer Theory," 7<sup>th</sup> edition, McGraw-Hill, New York.
- (11) Kurzweg, U. H., 1985, "Enhanced heat conduction in oscillating viscous flows within parallel-plate channels," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 156, pp. 291-300.