

# 비평형 1 차 외삽 경계조건을 이용한 격자 볼츠만 법의 수치적 안정성 및 정확도에 관한 연구

정해권<sup>†</sup> · 김래성<sup>\*</sup> · 이현구<sup>\*</sup> · 하만영<sup>\*</sup>

## A Study on the Numerical Stability and Accuracy of Lattice Boltzmann Method with Non-equilibrium first order extrapolation boundary condition

Hae-Kwon, Jeong<sup>†</sup>, Las-Sung, Kim<sup>\*</sup>, Hyun-Goo, Lee<sup>\*</sup> and Man-Yeong, Ha<sup>\*</sup>

**Key Words :** Lattice Boltzmann Method(격자 볼츠만 법), Non-equilibrium first order extrapolation boundary condition(비평형 1 차 외삽 경계조건)

### Abstract

Non-equilibrium first order extrapolation boundary condition proposed by Guo et al.<sup>(9)</sup> proposed has a good application for complex geometries, a second order accuracy and a treatment on non-slip wall boundary condition easily. However it has a lack of the numerical stability from high Reynolds number. Guo et al.<sup>(9)</sup> substituted the density value of adjacent nodes for the density of boundary nodes. This procedure causes the numerical instability on the boundary. In this paper, we derived a procedure of density extrapolation and compared to previous results.

*Re* : 레이놀즈 수

#### 기호설명

*c* : 입자 속력  
*c* : 입자 속도  
*f* : 밀도, 내부 에너지 입자 분포 함수  
*f<sup>eq</sup>* : 밀도, 내부에너지 평형 분포 함수  
*p* : 압력  
*T* : 온도  
*t* : 시간  
*u* : 거시적 유동 속도  
*e* : 내부 에너지  
*w<sub>i</sub>* : 입자 평형 분포 가중 함수  
*ρ* : 밀도  
*τ<sub>f</sub>* : 밀도, 내부 에너지 충돌 완화 시간  
*Ω* : 충돌 연산자

### 1. 서론

최근에 격자 볼츠만 법(Lattice Boltzmann method: LBM)은 유동 전산해석 분야에서 기존의 전통적인 기법의 대안 기법으로 관심을 끌고 있다<sup>(1)</sup>. 거시적인 관점의 기존의 기법과는 달리, 격자 볼츠만 법은 메조 스케일(meso-scale)에서의 입자 분포 함수의 운동방정식에 기초를 두고 있다. 밀도와 속도와 같은 거시적인 물리량은 입자 분포 함수의 조합으로 구할 수 있다. 격자 볼츠만 법을 이용한 운동 방정식의 해를 구하는 것은 다음과 같은 장점을 가진다. 대류 연산자를 선형으로 방정식의 해를 구할 수 있으며(비선형 거시적 항은 다중 팽창 기법(Chapman-Enskog expansion)에 의해 얻을 수 있고, 비선형 Riemann problem 을 푸는 것을 피하는 것이 가능함), 비압축성의 범위 내에서

<sup>†</sup> 회원, 부산대학교 대학원 기계공학부  
E-mail : haegoni@pusan.ac.kr  
TEL : (051)510-3090 FAX : (051)510-3101

<sup>\*</sup> 부산대학교 기계공학부

Navier-Stokes 방정식을 얻을 수 있다. 이와 같은 절차를 통하여 압력 분포를 구하기 위해 Poisson 방정식을 푸는 것을 피할 수 있다. 또한 격자 볼츠만 법은 상공간(phase space)에서 최소한의 속도의 집합을 필요로 하기 때문에 하나 혹은 두 개의 속도성분과 최소의 이동방향이 사용된다. 그러므로 운동 방정식의 수치해는 비교적 간단하게 구해진다<sup>(2)</sup>. 격자 볼츠만 법은 기존의 수치해석 방법에 비해 안정적이고, 높은 정확도를 가지며, 계산 효율 측면에서 좋은 결과를 보여주고 있다.

격자 볼츠만 법에서 경계 조건의 선택은 매우 중요하다. 이미 많은 연구를 통해 여러 가지 경계조건이 제안되었으나, 해석하고자 하는 문제에 따라 주의 깊게 선택해야 한다. 경계조건은 격자 의존성과 마찬가지로 수치적 안정성 및 정확도에 영향을 미치는 인자로 작용하므로 등은 격자 볼츠만 모델의 경우, Lattice Gas Automata(LGA)로부터 벽면 경계조건은 점착조건(non-slip)을 만족하기 위해 bounce-back 경계 조건을 사용하였다. bounce-back 경계조건은 다공성 물질처럼 복잡한 벽면을 표현하기 용이하며, 격자 볼츠만 법의 기초가 되는 기체 분자 운동론의 원리에도 부합한다. 그러나 격자 볼츠만 법은 2 차 정확도를 가지고 있는데 반해 bounce-back 경계조건은 1 차 정확도를 가지고 있기 때문에 격자 볼츠만 법의 수치 정확도가 낮아지는 원인이 된다<sup>(3,4)</sup>. 이와 같은 bounce-back 경계조건이 가지는 문제점을 해결하고 격자 볼츠만 법의 수치 정확도를 향상시키기 위해 여러 가지 경계조건이 제안되었다. Ziegler<sup>(5)</sup>는 벽면을 격자와 격자 사이에 위치시킴으로써 2 차 정확도를 가지는 bounce-back 경계조건을 제안하였으며, Inamuro et al.<sup>(6)</sup>는 벽 경계조건 계산시 미지수로 남은 입자 분포 함수를 counter slip 속도를 가지는 평형 분포 함수로 가정함으로써 bounce-back 경계조건을 개선하였다. Zou & He<sup>(7)</sup>는 bounce-back 경계조건에 비평형 분포 함수를 추가함으로써 정확도를 2 차로 증가시키고 동시에 수치적 안정성을 향상시켰다. Chen et al.<sup>(8)</sup>은 2 차 외삽법을 통해 벽면에서의 점착 조건을 만족하는 경계조건을 제안하였으며, Guo et al.<sup>(9)</sup>는 Chen et al.<sup>(8)</sup>이 제안한 2 차 외삽 경계조건의 수치적 안정성을 향상시킨 비평형 1 차 외삽 경계조건(non-equilibrium first-order extrapolation boundary condition)을 제안하였다. Guo et al.<sup>(9)</sup>이 제시한 경계 조건을 전산해석에 적용하기 위해 경계에서 평형 밀도 분포 함수를 먼저 계산해야 한다.

이때 가장 필수적인 물리량은 밀도이다. 경계에서의 밀도는 미지수이기 때문에 약간의 가정이 필요하다. Guo et al.<sup>(9)</sup>은 경계에서의 밀도 값을 경계 인근 격자의 밀도 값으로 대체 하였다. 본 연구에서는 경계 인근의 밀도 값을 외삽에 의해 경계 조건에 적용하여 기존의 Guo et al.<sup>(9)</sup>이 제안한 결과와 비교하였다.

## 2. 이론적 연구

### 2.1 격자 볼츠만 법

격자 볼츠만 법의 지배방정식은 식 (1)과 같은 볼츠만 방정식(Boltzmann equation)에 기원을 두고 있으며, 기존의 LGA의 지배 방정식을 실수 범위까지 확장함으로써 적용 범위 및 수치적 안정성을 증가시켰다.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i \quad (1)$$

여기서,  $f_i$ ,  $\mathbf{x}$ ,  $c$ ,  $\mathbf{c}_i$ ,  $\Omega_i$ 는 각각 밀도 분포 함수(density distribution function), 위치 벡터(position vector), 입자 속도의 크기(lattice speed), 입자 속도 벡터(lattice velocity vector) 그리고 충돌 연산자(collision operator)를 나타낸다. 하첨자  $i$ 는 입자의 방향을 의미하며, 격자 모델(lattice model)에 따라 다르다. 충돌 연산자는 입자의 충돌에 의해 입자 분포가 변화하는 비율을 나타낸다. 이는 매우 복잡한 수학적 메커니즘을 포함하고 있으나, Bhatnagar, Gross and Krook(BGK)이 단일 완화 시간(single relaxation time)을 제안함으로써 식 (2)와 같은 간단한 수식으로 나타낼 수 있다(lattice BGK 모델).

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (2)$$

여기서  $\tau$ ,  $f_i^{eq}$ 는 각각 단일 완화 시간, 평형 밀도 분포 함수(equilibrium density distribution function)를 나타낸다. 시간 및 속도 공간(운동량 공간)으로 이산화된 볼츠만 방정식이 Navier-Stokes 방정식 수준에서 질량 및 운동량 보존을 만족한다면, 최종 이산화 단계는 등은 격자 볼츠만 방정식이 된다. 평형 밀도 분포 함수는 2차원인 경우는 3차 Gauss-Hermite 구적법을 적용하면 9개의 속도를

가지는 격자 볼츠만 모델을 유도할 수 있다. 식 (3)은 평형 밀도 분포 함수이며, 입자 방향에 따른 속도 성분은 식 (4)로 나타낼 수 있다.

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left[ 1 + \frac{3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3\mathbf{u}^2}{2c^2} \right] \quad (3)$$

$$\mathbf{c}_i = \begin{cases} 0 & i=0 \\ (\cos[(i-1)\pi/2], \sin[(i-1)\pi/2])c & i=1,2,3,4 \\ \sqrt{2}(\cos[(i-5)\pi/2+\pi/4], \sin[(i-5)\pi/2+\pi/4])c & i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (4)$$

$\omega_i$ 는 가중 계수(weighting coefficient)이며, 방향에 따라  $i=0$ 의 경우  $\omega_0 = 4/9$ ,  $i=1,2,3,4$ 의 경우  $\omega_i = 1/9$ ,  $i=5,6,7,8$ 의 경우  $\omega_i = 1/36$ 을 나타낸다. 거시적인 밀도( $\rho$ ), 속도( $\mathbf{u}$ )는 식 (5)의 구속 조건(constraints)에 의해 결정된다.

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_i f_i \\ \rho \mathbf{u} &= \sum_i f_i \mathbf{c}_i \\ p &= \rho/3 \end{aligned} \quad (5)$$

동점성 계수(kinematic viscosity)와 단일 완화 시간(single relaxation time)은  $\nu = \tau/3 - 1/6$ 이다.

## 2.2 경계 조건

식 (2)는 식 (1)과 식 (3)을 전산 해석에 도입하기 위하여 시간과 공간에 대해 이산화한 식이다. 식 (2)로부터 두 가지 계산 단계를 도출할 수 있다. 식 (2)의 우변은 충돌항(collision)으로써 입자의 충돌에 의한 입자 분포의 변화에 관한 항이며, 좌변은 병진항(streaming)으로써 입자의 충돌 이후 인근 격자로 입자의 진행을 의미한다. 격자 볼츠만 법은 식 (6)의 입자의 충돌과 식 (7)의 병진에 의한 결과로 유동 특성을 나타낸다.

$$\text{collision: } f_i^+(\mathbf{x}, t) = (1-1/\tau)f_i(\mathbf{x}, t) + f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)/\tau \quad (6)$$

$$\text{streaming: } f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i^+(\mathbf{x}, t) \quad (7)$$

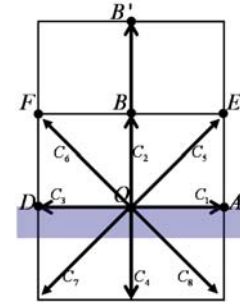


Fig. 1 Schematic plot of particle velocity near a wall boundary

Guo et al.<sup>(9)</sup>가 제안한 비평형 1차 외삽 경계조건은 식 (6)의 충돌 과정과 유사한 형태를 가지며 각각 식 (8)과 같다.  $f_i^+$ 는 충돌 이후의 밀도 분포 함수, 내부 에너지 분포 함수를 나타낸다.

$$\begin{aligned} f_i^+(O, t) &= f_i^{eq}(\rho(B), \mathbf{u}(O), t) \\ &+ (1-1/\tau)[f_i(B, t) - f_i^{eq}(B, t)] \end{aligned} \quad (8)$$

## 2.3 경계에서 밀도 결정

Fig. 1은 벽 인근에서 입자의 방향 및 분포를 나타낸다. DOA는 점착 조건을 만족하는 벽을 나타내며,  $c_i$ 는 입자의 방향을 의미한다. Guo et al.<sup>(9)</sup>가 제시한 비평형 1차 외삽 법은 오직 B점에서의  $f_i$  값만을 필요로 한다. 식 (8)에 나타나있듯이 벽에서의  $\rho(O)$  값이 알려져 있지 않기 때문에 인접한 격자의 밀도를 벽에서의 밀도로 대체하기 위하여  $\rho(B)$ 를 사용하였다.

이와는 다르게 밀도를  $\rho(B)$ 와  $\rho(B')$ 을 이용하여 외삽 법을 취한 후 경계 조건에 응용하면 경계에서의 밀도는  $\rho(O) = 2\rho(B) - \rho(B')$ 이 된다. 상부 경계에서 속도가 존재하는 Lid-driven cavity의 경우, 상부에서의 속도는  $\mathbf{u} = U\hat{i}$ 로 표현되며 경계 조건에서 사용되는 평형 밀도 분포함수는 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f_i^{eq}(\mathbf{O}, t) = \omega_i \rho(\mathbf{B}, t) \left[ \frac{3(c_x U \hat{i})}{c} + \frac{9(c_x U \hat{i})^2}{2c^2} - \frac{3U^2}{2c^2} \right] \quad (9)$$

여기서  $\mathbf{c}_i = c_x \hat{i} + c_y \hat{j}$ 이며, 마찬가지로 방법으로  $\rho(\mathbf{B}) = \rho(\mathbf{O}) + O(\varepsilon)$ 를 이용하면 B점에서의 평형 밀도 분포함수는 식 (10)으로 나타낼 수 있다.

$$f_i^{eq}(\rho(\mathbf{B}), \mathbf{u}) = f_i^{eq}(\rho(\mathbf{O}), \mathbf{u}) + O(\varepsilon) + O(\varepsilon^2) \quad (10)$$

$$= f_i^{eq}(\rho(\mathbf{O}), \mathbf{u}) + O(\varepsilon)$$

$f_i^{eq}(\rho(\mathbf{B}), \mathbf{u})$ 는 1 차의 정확도를 가지게 된다. 식 (8)이 2 차의 정확도를 가지고 있음에도 불구하고 평형 밀도 분포 함수에 포함되는 밀도가 1 차 외삽에 의한 값이기 때문에 경계 조건은 전체적으로 1 차 오차에 의해 지배를 받게 된다. 따라서  $\bar{\rho}(\mathbf{O}) = 2\rho(\mathbf{B}) - \rho(\mathbf{B}') = \rho(\mathbf{O}) + O(\varepsilon^2)$  를 사용하여 경계에서의 밀도 값을 대체하면 밀도 자체가 2 차 정확도를 가지게 되므로, 평형 밀도 분포 함수는 2 차의 정확도를 유지할 수 있다. Guo et al.<sup>(9)</sup>가 경계 조건을 전개한 방식에 외삽에 의한 밀도  $\bar{\rho}(\mathbf{O})$  를 적용하면 식 (11)을 구할 수 있다.

$$f_i^+(\mathbf{O}, t) = 2f_i^{eq}(\rho(\mathbf{B}), \mathbf{u}(\mathbf{O}), t) - f_i^{eq}(\rho(\mathbf{B}'), \mathbf{u}(\mathbf{O}), t) + (1 - \omega_f) \{f_i(\mathbf{B}, t) - f_i^{eq}(\rho(\mathbf{B}), \mathbf{u}(\mathbf{B}), t)\} + O(\varepsilon^2) \quad (11)$$

식 (11)은 경계에서의 밀도와 밀도 분포 함수 모두 2 차의 정확도를 가지는 경계 조건이 된다. 인근 격자의 밀도값을 그대로 경계에 적용하는 방식에 비해 밀도를 외삽 법을 이용하여 오차를 줄이는 방식은 경계에서의 밀도 손실을 줄일 수 있으며, 밀도가 일정하게 유지되어야 하는 밀폐계에서 평균 밀도 및 압력의 절대값의 안정성에 크게 기여한다.

**Table 1** Single relaxation times related to Reynolds number and the number of grid

Re	The number of grid				
	21x21	41x41	81x81	161x161	321x321
100	0.5600	0.6200	0.7400	0.9800	1.4600
400	0.5150	0.5300	0.5600	0.6200	0.7400
1,000	0.5060	0.5120	0.5240	0.5480	0.5960
3,200	0.5019	0.5037	0.5075	0.5150	0.5300

### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 문제의 정의

비평형 1차 외삽 경계조건과 외삽 밀도 경계조건의 수렴성 및 안정성을 비교하기 위하여 Lid-driven cavity에 대해 수치 해석을 실시하였다.

상부 경계에서 속도가 존재하고 밀폐된 구조를 가지기 때문에 밀폐계 내부 밀도의 평균에 관한 시간에 따른 오차를 평가하여 수렴성과 안정성에 대한 해석을 실시하였다. 상부 경계에서의 속도는  $\mathbf{u}_{top} = 0.1\hat{i}$ 이며, 나머지 3개의 벽면은 점착 조건을 만족한다. 식 (11)에 제시된 외삽 밀도 경계 조건은 벽면 속도가 0으로 점착 조건을 만족하는 경계에서는 식 (8)과 동일하다. 그러므로 속도가 존재하는 상부 경계에서만 외삽 밀도 경계 조건을 적용하였다. 본 연구에서 사용된 격자 수와 레이놀즈 수에 따른 단일 완화 시간은 Table 1에 나타나 있다. 음영으로 처리된 부분은 수치적 안정성에 문제가 발생하는 영역이다. Cavity 내부의 초기 밀

**Table 2** Vortex centers: various grids and treatments of density on the top wall

Re	Grid	Boundary condition	Primary vortex		Lower left vortex		Lower right vortex	
			x	y	x	y	x	y
100	21x21 : a	1	0.6135	0.7521	-	-	-	-
	21x21 : a	2	0.6185	0.7502	-	-	-	-
	41x41 : b	1	0.6147	0.7416	-	-	0.9398	0.0417
	41x41 : b	2	0.6184	0.7412	-	-	-	-
	81x81 : c	1	0.6153	0.7391	0.0269	0.0372	0.9398	0.0579
	81x81 : c	2	0.6173	0.7389	0.0184	0.0420	0.9371	0.0514
400	21x21 : a	1	-	-	-	-	-	-
	21x21 : a	2	-	-	-	-	-	-
	41x41 : b	1	0.5505	0.6172	-	-	0.8725	0.1264
	41x41 : b	2	0.5621	0.6218	-	-	0.8737	0.1229
	81x81 : c	1	0.5525	0.6094	0.0459	0.0455	0.8808	0.1232
	81x81 : c	2	0.6173	0.7388	-	-	0.9370	0.0515
1,000	41x41 : a	1	-	-	-	-	-	-
	41x41 : a	2	0.5347	0.6075	0.0472	0.1473	0.8122	0.1579
	81x81 : b	1	0.5285	0.5691	0.0816	0.0770	0.8575	0.1125
	81x81 : b	2	0.5326	0.5712	0.0783	0.0747	0.8595	0.1137
	161x161 : c	1	0.5298	0.5668	0.0826	0.0781	0.8614	0.1121
	161x161 : c	2	0.5315	0.5673	0.0815	0.0771	0.8625	0.1125
3,200	81x81 : a	1	-	-	-	-	-	-
	81x81 : a	2	-	-	-	-	-	-
	161x161 : b	1	0.5157	0.5422	0.0798	0.1202	0.8179	0.0838
	161x161 : b	2	0.5183	0.5423	0.0811	0.1171	0.8226	0.0861
	321x321 : c	1	0.5169	0.5405	0.0806	0.1198	0.8223	0.0839
	321x321 : c	2	0.5187	0.5411	0.0810	0.1188	0.8244	0.0848

Note: 1 adaption of extrapolated density on the top boundary  $\rho(\mathbf{O}) = 2\rho(\mathbf{B}) - \rho(\mathbf{B}')$

2 adaption of density of adjacent nodes  $\rho(\mathbf{O}) = \rho(\mathbf{B})$

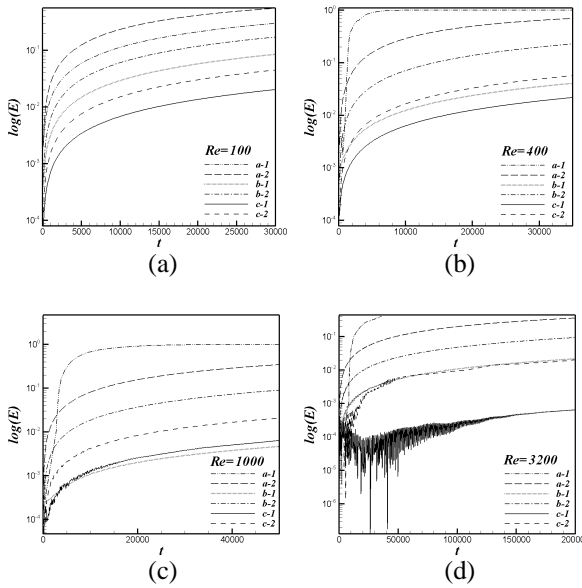


Fig. 2 Error distributions depended on time of averaged density compared with initial density ( $E = (\rho_0 - \rho_{avg}) / \rho_0$ )

도는  $\rho_0 = 1.0$  로 정의하였으며, 속도는 상부 경계를 제외하고 모두 0으로 설정하였다.

### 3.2 경계에서의 밀도 결정 방식에 따른 결과

본 연구에서는 레이놀즈 수의 변화에 따른 해석의 수렴성에 관해 정리하였다. Table 1에 나타나있듯이, 단일 완화 시간은 격자 수와 레이놀즈 수에 의존한다. Table 2는 격자 수와 레이놀즈 수의 변화에 의해 cavity 내부에 형성되는 와의 중심의 위치를 나타내고 있다. Fig. 2와 Fig. 3에 사용된 범례는 Table 2에 정리되어 있다. Table 2로부터 알 수 있듯이 수치 해석적인 안정성에 문제가 없는 단일 완화 시간의 영역일지라도 2차 와가 형성되지 않거나 1차 와 중심의 위치가 크게 다른 경우가 발생한다. 또한 경계 조건에서 밀도의 처리 방식에 따른 차이가 존재한다. Re=100에서 41x41의 격자를 사용한 경우 외삽 밀도를 사용한 경계 조건의 경우 우측 하부의 와가 형성되지만, 인근 밀도를 도입한 경계 조건의 경우 하부에 와는 관찰되지 않았다. 또한 Re=400에서 81x81의 격자를 사용하였을 때, 인근 격자에서의 밀도 값을 사용한 경우 좌측 하부에서의 와가 형성되지 않았다. 이와는 다르게 Re=1,000에서 41x41의 격자를 사용한 경우 외삽 밀도를 사용한 경계 조건을 적용하였을 때 수치적 안정성이 다소 낮아진다는 것을 알 수 있다. 그러나 인근 격자를 사용한 경계 조건의 적용 시 계산에는 문제가 없지만 정확도에 큰 차이를

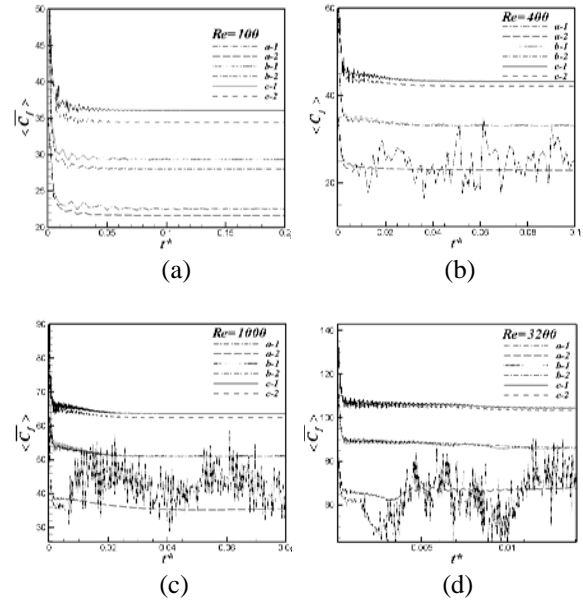


Fig. 3 Averaged Friction coefficient ( $\langle \overline{C_f} \rangle$ ) depended on the diffusion time on the top boundary

보이고 있다. 이는 Fig. 2(c), Fig. 3(c)에서 확인할 수 있다. 격자 볼츠만 법에서  $\Delta t = 1$ 이며, 격자 수에 따라 cavity 내부의 전체 밀도는 차이가 있기 때문에 안정성을 평가하기에 어려움이 있다. 전 영역에서의 밀도의 합을 격자 수로 나눔으로써 구한 평균 밀도( $\rho_{avg}$ )를 초기 밀도( $\rho_0$ )로 무차원화하였다. Fig. 2는 무차원화한 밀도와 초기 밀도와의 차( $E$ )를 시간( $t$ )에 따른 변화로써 보여주고 있다. 대부분의 경우에 대해 시간이 지남에 따라 평균 밀도는 선형으로 감소하며, 0으로 접근한다. 이와 같은 결과는 cavity 내부의 압력의 절대값이 무한소로 작아진다는 것을 의미한다. 그러나 Fig. 2로부터 알 수 있듯이, 경계조건에서 외삽 밀도를 사용한 경우는 인접 격자의 밀도를 사용한 경우에 비해 전체 평균 밀도의 감소율이 크게 줄어들었다. 밀도 감소율을 줄이는 것은 본 연구에서 실시한 정상상태의 유동 보다 밀폐계 내부에서의 혼합과 같은 비정상상태를 해석할 때 큰 영향을 준다. Re=3200의 경우 외삽 밀도를 경계에 사용하였을 때 초기에 진동이 발생하지만, 점점 안정화되며, 인접 격자의 밀도값을 사용한 경우에 비해 밀도 감소율을 크게 축소시켰다. Fig. 2(b), (c), (d)의 a-1과 같이 초기에 오차값이 1에 급격하게 근접하면 안정성에 문제가 발생한 경우이다. 오차값이 격자 수가 증가할수록 시간에 따른 오차의 상승 곡선은 0에 가까워짐을 알 수 있다.

Fig. 3은 속도가 존재하는 상부 경계에서의 시간

에 따른 평균 마찰 계수( $\langle \overline{C_f} \rangle$ )를 나타내며, 식 (12)로 정의하였다.

$$\langle \overline{C_f} \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L 2 \frac{\partial u}{\partial n} ds \quad (12)$$

여기서,  $t^* = \nu t / L_c^2$  은 확산 시간(diffusion time)에 근거한 무차원시간이다.  $L_c$  는 특성 길이를 나타내며, 본 연구에서는 cavity 의 세로 방향 격자수로써 나타낼 수 있다. Fig. 3의 모든 경우에 대해 격자수가 증가할수록 평균 마찰 계수는 증가하며, 정확도는 증가한다. Fig. 3(b), (c), (d)의 a-1과 같이 수치적 안정성이 불안정할 경우 상부 경계에서도 진동이 발생함을 알 수 있다. 그러나 평균 밀도의 시간에 따른 변화는 속도의 분포에 영향을 주지 않는다. 식 (5)의 구속 조건에서  $\rho \mathbf{u} = \sum_i f_i \mathbf{c}_i$  에 의해 속도가 결정된다. 밀도와 밀도 분포함수의 관계의 측면에서 보면 밀도 값의 감소는 입자 분포함수의 절대값이 감소하기 때문에 발생한다. 밀도는 입자 분포 함수의 합이고, 밀도와 입자 분포함수의 절대값의 크기는 동시에 감소하기 때문에 속도의 크기 및 분포에는 영향이 없다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 비평형 1 차 외압 경계 조건을 밀폐계에의 경계 조건으로 사용할 때 미지수로 남은 밀도의 값을 적용하는 방식이 안정성과 정확도에 미치는 영향을 평가하였다.

(1) 격자 볼츠만 법에서 압력은 내부 밀도의 변화에 따라 절대값이 변화한다. 밀폐계 내부에서의 유동은 외부유동이나, 채널과 같은 입출구가 존재하는 유동과는 달리 밀폐계 내부 평균 밀도( $\rho_{avg}$ )의 변화는 압력의 절대값에 직접적으로 영향을 미친다. 따라서 밀폐계 내부 유동을 격자 볼츠만 법으로 해석을 실시할 때, 밀도 평균의 시간에 따른 변화를 주시해야 한다.

(2) 밀폐계 내부의 밀도의 변화가 심하더라도 정상 상태의 경우, 내부 속도 분포 및 크기에 영향을 주지 않는다. 격자수가 증가함에 따라 평균 밀도의 감소율은 줄어들고, 상부 경계에서의 평균 마찰 계수는 증가한다. 그러나 정상 상태에 도달한 이후 평균 마찰 계수의 시간에 따른 변화는 관찰되지 않는다.

(3) 외압에 의한 밀도를 경계 조건에 적용하였

을 때 인접 격자에서의 밀도를 적용한 경우에 비해 안정성은 다소 낮아졌으나, 평균 밀도 분포의 감소율을 크게 줄일 수 있었다. 이는 밀폐계 내부의 비정상 유동을 해석하는데 있어서 큰 영향을 미친다.

#### 후 기

본 연구는 2 단계 BK21 사업의 지원에 의해 수행되었다.

#### 참고문헌

- (1) G. D. Doolan, 1991, "Lattice Gas Methods for PDE: Theory, Applications and Hardware", *Physica D*, Vol. 47
- (2) N. Cao, S. Chen, S. Jin and D. Martinez, 1997, "Physical symmetry and lattice symmetry in the lattice Boltzmann method", *Phys. Rev. E*, Vol.55, No.1, R21-R24
- (3) D. P. Ziegler, 1992, "Boundary conditions for lattice Boltzmann simulations", *J. Stat. Phys.*, Vol.71, pp.1171-1177
- (4) X. He, Q. Zou, L.S. Luo and M. Dembo, 1997, "Analytic solutions of simple flows and analysis of nonslip boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model", *J. Stat. Phys.*, Vol. 87, No. 1-2, pp.115-136
- (5) D. P. Ziegler, 1992, "Boundary conditions for lattice Boltzmann simulations", *J. Stat. Phys.*, Vol.71, pp.1171-1177
- (6) T. Inamuro, M. Yoshino and F. Ogino, 1995, "A non-slip boundary condition for lattice Boltzmann simulations", *Phys. Fluids*, Vol.7, No.12, pp. 2928-2930
- (7) Q. S. Zou and X. Y. He, 1997, "On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model", *Phys. Fluids*, Vol.9, No.6, pp.1591-1598
- (8) S. Chen, D. Martinez and R. Mei, 1996, "On boundary conditions in lattice Boltzmann methods", *Phys. Fluids*, Vol.8, No.9, pp.2527-2536
- (9) Z.L. Guo, C.G. Zheng and B.C. Shi, 2002, "Non-equilibrium extrapolation method for velocity and pressure boundary conditions in the lattice Boltzmann method", *Chinese Phys.*, Vol.11, pp.366-374