

계면면적 수송방정식을 적용한 이상유동 해석코드 개발

배병언[†]·윤한영*·어동진*·송철화*·박군철**

CFD Code Development for a Two-phase Flow with an Interfacial Area Transport Equation

B.U. Bae, H.Y. Yoon, D.J. Euh, C.H. Song, G.C. Park

Key Words: IAC Transport Equation(계면면적 수송방정식), Subcooled boiling(미포화 비등), CFD code(전산유체해석 코드)

Abstract

For the analysis of a two-phase flow, the interaction between two phases such as the interfacial momentum or heat transfer is proportional to the interfacial area. So the interfacial area concentration (IAC) is one of the most important parameters governing the behavior of each phase. This study focuses on the development of a computational fluid dynamics (CFD) code for investigating a boiling flow with a one-group IAC transport equation. It was based on the two-fluid model and governing equations were calculated by SMAC algorithm. For checking the robustness of the developed code, the experiment of a subcooled boiling in a vertical annulus channel was analyzed to validate the capability of the IAC transport equation. As the results, the developed code was confirmed to have the capability in predicting multi-dimensional phenomena of vapor generation and propagation in a subcooled boiling.

기호설명

A_H	가열면적 [m ²]
a_i	계면면적 밀도 [1/m]
Dbw	기포이탈크기 [m]
f	기포이탈 빈도 [1/s]
H	엔탈피 [J/kg]
Nn	Active nucleation site density [1/m ²]
R	반경 방향 거리 [m]
T	온도 [K]
a	기포율
Γ	상변화율 [kg/m ³ s]

ϕ	Superficial velocity [m/s]
ρ	Density [kg/m ³]
θ	벽면 기포 Contact angle
σ	표면장력 [N/m]

1. 서론

이상유동의 열수력 거동을 해석하기 위한 모델 중에서, Two-fluid model은 각 상의 질량, 운동량, 에너지의 전달 과정을 분리하여 고려함으로써, 각 상의 거동을 효과적으로 모사할 수 있는 장점을 가지고 있다. Two-fluid model을 적절하게 구성하기 위해서는 여러 가지 구성 방정식 모델이 필요하게 되는데, 그중에서 계면 면적 밀도(IAC)는 이상유동 현상에서 계면 열전달 및 운동량 전달 양에 직접적으로 비례하는 중요한 변수이다. RELAP과 같은 시스템 코드에서는 이를 계산하기 위해 유동양식(Flow regime)에 의존하는 상관식

† 서울대학교 원자핵공학과
E-mail : wings21@snu.ac.kr
TEL : (02)880-7588 FAX : (02)889-2688
* 한국원자력연구원
** 서울대학교 원자핵공학과

형태의 모델을 사용하여 왔다.(1) 이러한 모델들은 정상 상태 및 완전 발달된 유동의 상태에서 실험적으로 구해진 것이므로, 완전 발달되지 않은 영역 및 과도 상태의 유동에 대해 적용하는데 있어 한계가 존재한다.

계면 면적 밀도를 예측하는 정적인 모델의 단점을 극복하기 위해 계면 면적 수송방정식 모델이 제시되었으나 (2,3), 현재까지 이를 접목시켜 이상유동 내의 거동을 다차원적으로 해석하려는 연구는 국내외적으로 부족한 실정이다. 따라서 계면 면적 수송모델을 삽입하고 검증하기 위한 전산해석 코드의 개발이 요구된다. 이를 위해 본 연구에서는 Two-fluid 모델 및 계면면적 수송방정식을 기반으로 이상유동 전산유체해석 코드를 개발하고 주요 벤치마크 문제에 대한 해석을 통해 계산 능력을 검증하고자 한다.

2. 코드 구조

2.1 지배방정식

Two-fluid 모델은 액상과 기상의 유동을 각각의 질량, 운동량, 에너지 방정식으로 고려하여, 계면에서 발생하는 상호작용에 의한 영향을 적절하게 반영할 수 있다는 장점이 있다. Ishii의 연구로부터 도출된 Two-fluid 모델(4)에 의하면 각 상의 질량보존 방정식은 다음과 같이 기술된다.

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{v}_k) = \Gamma_k \quad [1]$$

여기서 Γ_k 는 각 상의 상변화 량을 의미한다. 또한 운동량 방정식은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\alpha_k \rho_k u_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{v}_k u_k) \\ &= -\nabla(\alpha_k p) + \nabla \cdot \left[\alpha_k \left(\bar{\tau}_k + \tau_k^T \right) \right] + \alpha_k \rho_k g \\ &+ u_{ki} \Gamma_k + M_{ik} - \nabla \alpha_k \cdot \tau_{ki} + p \nabla \alpha_k \end{aligned} \quad [2]$$

우변의 M_{ik} 항은 계면 마찰, Wall lubrication force, Lift force, Virtual mass force 등 계면 운동량 전달항을 의미한다 (5). 수치적 계산의 안정성을 위하여 액상 및 기상의 운동량 방정식 내의 계면 마찰 항 및 Virtual mass force 항을 Implicit procedure를 통해 연립시키게 된다. 즉 식 [2]의 우변에 있는 생성항들 중 계면 마찰 및 Virtual mass force 항을 제외한 나머지 항들을 Explicit

term으로 고려한다.

Two-fluid 모델에 의한 에너지 방정식은 아래와 같이 각 상의 엔탈피 (H_k) 수송방정식 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\alpha_k \rho_k H_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k H_k \mathbf{v}_k) = \\ & -\nabla \cdot \left[\alpha_k \left(\bar{q}_k + \mathbf{q}_k^T \right) \right] + \alpha_k \frac{D_k p}{Dt} + H_{ki} \Gamma_k + q_{ki}'' a_i + \Phi_k \end{aligned} \quad [3]$$

위 에너지 방정식을 미포화 비등 유동에 적용할 경우, 계면열전달 항인 $H_{ki} \Gamma_k$ 및 $q_{ki}'' a_i$ 항은 벽면에서 발생하는 비등(Γ_w)과 Bulk에서 발생하는 응축(Γ_{ig})을 각각 분리하여 계산한다.(6)

$$(H_{fi} \Gamma_f + q_{fi}'' a_i) = -\Gamma_{ig} H_{gf} - \Gamma_w H_f + h_i a_i (T_s - T_f) \quad [4]$$

$$(H_{gi} \Gamma_g + q_{gi}'' a_i) = \Gamma_{ig} H_g + \Gamma_w H_{sg} + h_i a_i (T_s - T_g) \quad [5]$$

본 연구에서는, Two-fluid 모델에 의한 지배방정식을 유한체적법 (Finite Volume Method)를 통해 차분화하였다. 이 방법은 좌표계 변환이 자유로우며 Grid smoothness에 제약을 받지 않는다는 장점이 있다.

2.2 SMAC 알고리즘의 적용

비압축성 유동의 수치적 해를 구하기 위해서, 계산 시간을 절약할 수 있는 Semi-implicit method에 대한 연구 및 적용이 세계적으로 많이 이루어져 왔다. 다양한 Semi-implicit method 중, 본 연구에서는 반복되는 Iteration을 피할 수 있는 장점을 가진 SMAC (Simplified Marker And Cell) 알고리즘을 사용하였다.(7) 이 알고리즘을 통해서 질량보존과 운동량 방정식을 동시에 만족시킬 수 있는 속도장과 압력장을 구할 수 있게 된다.

SMAC 알고리즘을 이상유동에 적용하기 위해서 다음 Time step의 질량보존을 만족시키는 속도(u_k^{n+1}) 및 압력(p^{n+1})에 대해 운동량 방정식을 표현하면 다음과 같다.(8)

$$\begin{aligned} & \alpha_g \left(\rho_g + \alpha_f \rho_{vm} \right) \frac{D_g u_g^{n+1}}{Dt} - \alpha_f \alpha_g \rho_{vm} \frac{D_f u_f^{n+1}}{Dt} \\ &= -\alpha_g \nabla p^{n+1} + F_g^n - C_{int} \left(u_g^{n+1} - u_f^{n+1} \right) \end{aligned} \quad [6]$$

$$\begin{aligned} & \alpha_f \left(\rho_f + \alpha_g \rho_{vm} \right) \frac{D_f u_f^{n+1}}{Dt} - \alpha_g \alpha_f \rho_{vm} \frac{D_g u_g^{n+1}}{Dt} \\ &= -\alpha_f \nabla p^{n+1} + F_f^n + C_{int} \left(u_g^{n+1} - u_f^{n+1} \right) \end{aligned} \quad [7]$$

여기서 $C_{int} = \rho_f a_i C_D |u_r| / 8$ 이다. 식 [6]과 [7]

로부터, $u_k' = u_k^{n+1} - u_k^*$ 로 정의되는 속도보정 값은 압력보정 $p' = p^{n+1} - p^n$ 과 Time step Δt 의 관계식으로 나타난다.

$$\frac{u_g'}{\Delta t} = -\frac{\rho_f + \rho_{vm} + C_{int}\Delta t}{\rho_f \rho_g + \rho_m \rho_{vm} + C_{int}\rho_m \Delta t} \nabla p' \quad [8]$$

$$\frac{u_f'}{\Delta t} = -\frac{\rho_g + \rho_{vm} + C_{int}\Delta t}{\rho_f \rho_g + \rho_m \rho_{vm} + C_{int}\rho_m \Delta t} \nabla p' \quad [9]$$

압력보정 값을 구하기 위해 식 [8] 및 [9]에 각각 기상과 액상의 Phase fraction을 곱하고 Divergence를 취한 뒤 더하게 되면 아래와 같은 Poisson equation의 형태의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \nabla \cdot (\phi_g^{n+1} + \phi_f^{n+1}) - \nabla \cdot (\phi_g^* + \phi_f^*) \\ &= -\Delta t \cdot \nabla \cdot \left(\left(\frac{\alpha_g}{\rho_{g,eff}} + \frac{\alpha_f}{\rho_{f,eff}} \right) \nabla p' \right) \end{aligned} \quad [10]$$

$$\rho_{g,eff} = \frac{\rho_f \rho_g + \rho_m \rho_{vm} + C_{int}\rho_m \Delta t}{\rho_f + \rho_{vm} + C_{int}\Delta t} \quad [11]$$

$$\rho_{f,eff} = \frac{\rho_f \rho_g + \rho_m \rho_{vm} + C_{int}\rho_m \Delta t}{\rho_g + \rho_{vm} + C_{int}\Delta t} \quad [12]$$

상변화가 없는 비압축성 유동의 경우에는 $\nabla \cdot (\phi_g^{n+1} + \phi_f^{n+1})$ 이 0이지만, 비등이나 응축 등 상변화가 있는 경우에는 이 항을 고려하여 Poisson equation의 Source term으로 고려해 주어야 한다. 각 상의 질량보존 식으로부터 이를 계산하면,

$$\nabla \cdot (\phi_f^{n+1} + \phi_g^{n+1}) = \left(\frac{\Gamma_f}{\rho_f} + \frac{\Gamma_g}{\rho_g} \right) - \left(\frac{\alpha_f}{\rho_f} \frac{D\rho_f}{Dt} + \frac{\alpha_g}{\rho_g} \frac{D\rho_g}{Dt} \right) \quad [13]$$

따라서 식 [13]을 대입하여 식 [10]으로 표현된 행렬을 계산하게 되면 압력보정 및 속도보정을 계산하고 다음 Time step의 압력과 속도를 구할 수 있게 된다.

2.3 계면면적 수송방정식 구성

Yao & Morel (CEA, 프랑스)의 연구(9)에서는 Liouville 방정식으로부터 Bubbly flow에 대한 1군 계면면적 수송방정식을 다음과 같이 유도하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_i}{\partial t} + \nabla \cdot (a_i V_g) &= \frac{2}{3} \frac{a_i}{\alpha \rho_g} \left[\Gamma_{g,i} - \alpha \frac{d\rho_g}{dt} \right] \\ &+ \frac{36\pi}{3} \left(\frac{\alpha}{a_i} \right)^2 (\phi_n^{CO} + \phi_n^{BK}) + \pi D_{bw}^2 \phi_n^{NUC} \end{aligned} \quad [14]$$

유동 내에 기포 간의 상호작용 또는 액상 유동의 영향 등으로 인해 IAC에 변화가 생기는 Breakup 항(ϕ_n^{BK})과 Coalescence 항(ϕ_n^{CO})을 모델링하기 위해서 본 연구에서는 CEA에서 개발된 모델을 삽입하였다. 이는 기포의 Breakup이나 Coalescence가 발생하는 데 걸리는 시간을 기포의 Free traveling time(T_f)과 Interaction time(T_i)으로 분리하여 각각을 모델링함으로써, Ishii & Kim의 기존 모델링(10)을 개선하였다는 장점이 있다. Breakup의 경우 Bubbly flow에서는 액상의 난류 성분과의 충돌 (Turbulent impact)에 의한 영향을 고려하여 다음과 같은 모델이 개발되었다. 한편 Coalescence 항에서는 기포 간의 Random collision에 의한 영향을 고려하였다.

$$\phi_{RC} = -\frac{1}{3\psi} \left(\frac{\alpha}{a_i} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \frac{\eta_c n}{T_c} = -\frac{1}{3\psi} \left(\frac{\alpha}{a_i} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \frac{\eta_c n}{T_{cf} + T_{ci}} \quad [15]$$

$$\phi_{II} = \frac{1}{3\psi} \left(\frac{\alpha}{a_i} \right)^2 \cdot \frac{\eta_b n}{T_b} = \frac{1}{3\psi} \left(\frac{\alpha}{a_i} \right)^2 \cdot \frac{\eta_b n}{T_{bf} + T_{bi}} \quad [16]$$

벽면에서 비등에 의해 생성되는 기포에 의한 계면면적 수송방정식의 생성항은 식 [17]과 같이 Active nucleate site density, 기포이탈 크기, 기포이탈 빈도의 함수로 정의할 수 있으며 본 연구에서는 Yeoh & Tu의 연구(11)에서 사용되었던 모델들을 식 [18], [19], [20]에 나타난 바와 같이 코드에 반영하였다.

$$\pi D_{bw}^2 \phi_n^{NUC} = \pi D_{bw}^2 \cdot \frac{N_n \cdot f \cdot A_H}{Vol} \quad [17]$$

$$N_n = [210(T_w - T_{sat})]^{1.805} \quad [18]$$

$$D_{bw} = 2.496 \times 10^{-5} \theta \left(\frac{\rho_f - \rho_g}{\rho_g} \right)^{0.9} \left(\frac{\sigma}{g \Delta \rho} \right)^{0.5} \quad [19]$$

$$f = \sqrt{\frac{4g(\rho_f - \rho_g)}{3D_{bw}\rho_f}} \quad [20]$$

3. 벤치마크 해석

3.1 해석 모델 및 방법

이상유동 해석능력 검증을 위해 채택된 벤치마크 문제는 서울대학교(SNU)에서 수행된 비등실험이다. (12) 이 실험은 환형 수직채널 내에서 미포화 비등 및 응축 현상을 연구하기 위한 목적으로

수행된 것으로, 실험장치의 설계변수는 Table 1에서 정리된 바와 같다. 주요 계측 변수로는 국소 기포율, Sauter-mean diameter, IAC 등이 있으며 반경 방향으로 13 지점, 축방향으로 $L/D_h=71.4, 80.1, 90.5$ 인 세 지점에서 계측이 이루어져 다차원적 이상유동 현상을 파악할 수 있도록 하였다. Table 2에서 보는 바와 같이 출력과 입구 미포화도를 달리하는 두 가지 경우를 해석 대상으로 하였다. Cell은 10(반경 방향) \times 100(축방향)개로 구성되었다.

Table 1 Geometry of SNU experiment

Flow area	9.72615cm ²
Heating length	1870mm
Hydraulic diameter	21mm
Outer diameter of heater	19mm
Inner diameter of channel	40mm

Table 2 Test cases for benchmark analysis

	Test Case 1	Test Case 2
Mass flux	339.637 kg/m ² s	342.207 kg/m ² s
Heat flux	96.701 kW/m ²	212.706 kW/m ²
Inlet pressure	1.30 bar	1.21bar
Inlet subcooling	12.404K	21.695K

3.2 해석 결과 및 분석

위에서 확립된 계면면적 수송방정식을 삽입하여, SNU 비등실험에 대한 계산을 수행하였다. Fig. 1은 벤치마크 해석에서 벽면 가열이 끝나는 지점($L=1.87m$) 근처의 기포율 분포 결과를 보여주고 있다. 왼쪽에 위치한 벽면에서 열유속이 가해지면 열유속 분할 모델 및 상변화량 계산 모델에 의해서 증기가 생성되고 벽면 근처의 기포율이 증가하는 것을 볼 수 있다. 한편 Wall lubrication force, Lift force 및 응축 등이 벽면에서 생긴 기포가 퍼져 나가 반경 방향의 분포를 형성하는 데 영향을 끼치는 것으로 판단된다. 유체가 가열되는 영역을 빠져나간 뒤에는 더 이상의 기화가 발생하지 않으며 응축에 의해 기포율이 줄

어드는 것을 볼 수 있다.

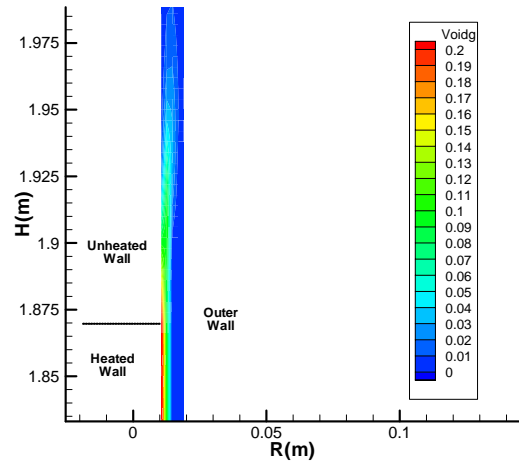


Fig. 1 Void fraction near the exit of heated section

Fig. 2, 3 및 Fig. 4, 5는 각각 Test case 1과 2에 대해서, 가열부가 끝나는 지점에 해당하는 $L/D_h=90.5$ 인 높이의 기포율과 IAC 분포를 나타내고 있다. 결과에서 보듯이 열유속이 다른 두 경우에 대해서 해석 결과가 기포율 및 IAC의 반경 방향 분포를 적절하게 예측하고 있는 것을 알 수 있다. 한편 IAC의 경우에는 Fig. 3과 5에 나타나 있는 것처럼 가열 벽면 근처에서 실험 값보다 높은 값을 예측하고 있다. 계면면적 수송방정식을 삽입한 해석에서 IAC 계산에 차이가 나타나고 있는 것은 생성항이 정확하게 계산되지 않는 데서 그 원인을 찾을 수 있다. 기포의 Breakup이나 Coalescence를 계산하는 모델인 식 [15]와 [16]에는 액상의 Energy dissipation을 의미하는 ε 이 있다. 즉 액상의 Energy dissipation이 기포의 유동 또는 기포 간의 충돌에 미치는 영향이 반영되어 있는 것이다. 이 항을 다차원적으로 계산하기 위해서는 Standard k- ε model과 같은 난류 모델을 적용하여야 한다. 그러나 현재 코드에는 난류 모델이 없이 벽면 마찰을 고려한 Energy dissipation의 1차원적 면적 평균값을 대입하여 계산하고 있으므로, 계면면적 수송방정식이 완벽하게 다차원적으로 구현되지 못한 상태이다. 따라서 향후 Standard k- ε model 삽입된다면 난류에 의한 유동의 확산성 및 기포의 Breakup과 Coalescence 항에 대한 계산 능력 향상을 기대할 수 있을 것이다.

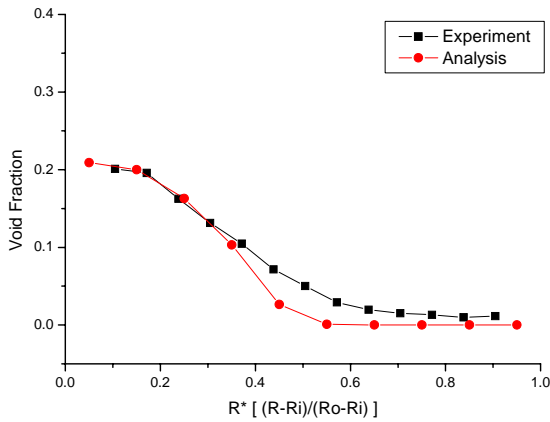


Fig. 2 Void fraction in Test case 1

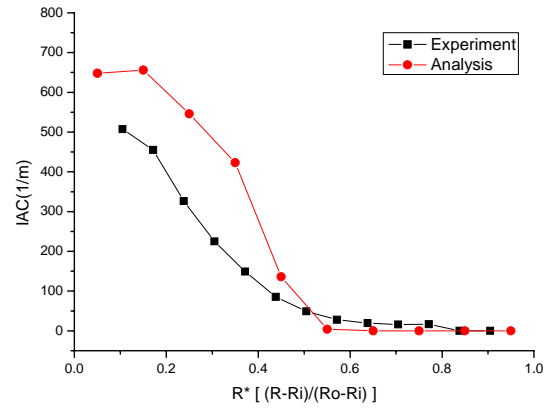


Fig. 5 IAC in Test case 2

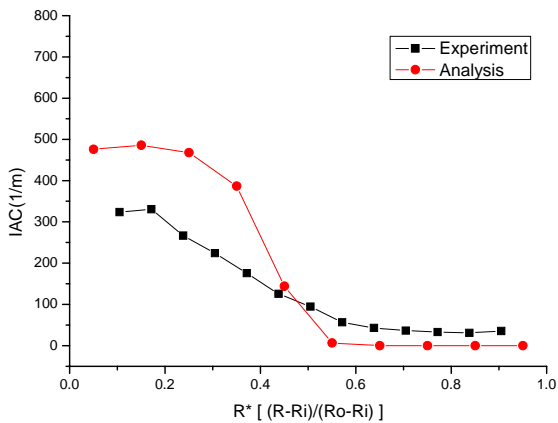


Fig. 3 IAC in Test case 1

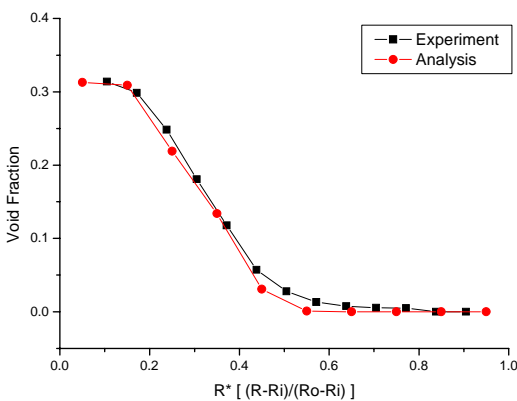


Fig. 4 Void fraction in Test case 2

4. 결론

본 연구에서는 계면면적 수송방정식을 이용한 이상유동 해석을 목표로 다차원 전산유체해석 코드를 개발하였다. 비등이나 응축이 발생하는 경우에 대해 두 상의 비평형적 거동을 동적으로 모사할 수 있는 Two-fluid model을 기반으로 하였으며, 질량보존을 만족하는 압력장 및 속도장 계산을 위해 SMAC 알고리즘을 적용하였다. 또한 기포의 Breakup, Coalescence 및 비등의 효과를 포함하는 1군 계면면적 수송방정식을 삽입하여 계면면적밀도를 계산할 수 있도록 하였다. 환형 채널 내의 미포화 비등 실험에 대한 벤치마크 해석 결과, 본 연구에서 개발된 코드에서 기포가 생성 및 전파되는 거동을 적절하게 모사함을 확인하였다. 추후 난류 모델 삽입 등을 통해 더 정확한 다차원적 이상유동 해석 및 계면면적 수송방정식에 대한 평가가 가능할 것이다.

참고문헌

- (1) NRC (Nuclear Regulatory Commission), RELAP5 Code Manual, Bethesda, MD (1999)
- (2) Kocamustafaogullari, G. and Ishii, M., 1995, "Foundation of interfacial area transport equation and its closure relations", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 38, no. 3, pp. 481-493
- (3) Ishii, M. and Hibiki, T., 2006, Thermo-fluid dynamics of two-phase flow, Springer Inc., New

York, U.S.

- (4) Ishii, M. and Mishima, K., 1984, "Two-fluid model and hydrodynamic constitutive relations", Nuclear Engineering and Design, vol. 82, pp. 107-126
- (5) Lahey, R. T. and Drew, A.D., 2001, "The analysis of two-phase flow and heat transfer using a multidimensional, four field, two-fluid model", Nuclear Engineering and Design, vol. 204, pp. 29-44
- (6) Collier, J. G. and Thome, J. R., 1994, Convective Boiling and Condensation, 3rd ed., Oxford University Press Inc., New York, U.S
- (7) Amsden, A. A. et al., 1971, The SMAC Method : A numerical technique for calculating incompressible fluid flow, Report LA-4370, Los Alamos Scientific Lab.
- (8) Huh, B. G., 2005, Experimental and analytical study of interfacial area transport in a vertical two-phase flow, Ph. D. Thesis, Seoul National University, Korea
- (9) Yao, W. and Morel, C., 2004, "Volumetric interfacial area prediction in upward bubbly two-phase flow", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 47, pp. 307-328
- (10) Ishii, M. and Kim, S. J., 2002, "Interfacial area transport equation: model development and benchmark experiments", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 45, pp. 3111-3123
- (11) Yeoh, G. H. and Tu, J. Y., 2005, "Thermal-hydraulic modeling of bubbly flows with heat and mass transfer", AIChE Journal, vol. 51, no. 1, pp. 8- 27
- (12) Kim, M. O., 2004, Local measurements of two-phase flow parameters to assess the mechanistic models in subcooled boiling flow, Ph. D. Thesis, Seoul National University, Korea