

탄성박판간의 모세관 상승운동에 관한 연구

안 원 진* · 김 호 영†

Study on the dynamics of capillary rise between elastic sheets

Wonjin Ahn and Ho-Young Kim

Key Words : Capillary flow(모세관유동), Surface tension(표면장력), Elastic sheet(탄성 박판)

Abstract

When a small tube is dipped into a liquid surface, surface tension forces cause the liquid in the tube to rise vertically against the gravity. When the tube is flexible, hydrostatic pressure difference caused by the capillary flow deforms the tube and the deformation which narrows the flow route changes the rising velocity. We study a simple model of this elastocapillary interaction in the context of the surface-tension-driven vertical rise of a liquid between two long flexible hydrophilic sheets that are held a small distance apart at one end. We provide an analytical theory for the rise rate of the liquid and show that our experiments are consistent with the theory.

1. 서 론

음료에 꽂힌 빨대를 유심히 관찰하면 빨대 안으로 음료수가 약간 올라오는 것을 볼 수 있다. 또는, 음료가 컵 벽면을 타고 올라와 액면이 미세하게 변형되어있는 모습을 관찰할 수 있다. 이러한 모세관현상은 일상에서 흔히 관찰할 수 있는 현상이다. 좁은 수직유로가 있을 때 유체는 표면장력의 힘에 의하여 중력을 거스르는 방향으로 상승한다. 매크로스케일에서의 표면장력은 우리에게 잘 알려진 중력, 관성력, 마찰력 등의 힘에 비교하면 그 크기가 매우 작기 때문에 물리현상에 그다지 크게 기여하지 않는다. 그러나 마이크로 로봇, 나노 구동장치 등에서와 같이 원하는 구조물의 크기가 마이크로, 나노미터까지 작을 때, 표면장력은 무시할 수 없는 큰 힘으로서 구조물과 상호작용을 하게 된다. 그러므로 마이크로, 나노 기술에 관한 많은 연구가 활발히 진행되고 있는 최근의 연구

동향에 비추어 보아 표면장력에 의한 유동과 유체-고체간의 상호작용에 관한 정량적인 연구가 시급하다고 볼 수 있다.

모세관현상에 관한 연구는 비교적 오래 전에 시작되었다. Jurin⁽¹⁾에 의해 정적 상승높이가 구하여졌고, Washburn⁽²⁾등은 유체의 관성항보다 점성항이 지배적일 때의 상승높이의 동적 특성을 구하였다. Quere⁽³⁾등은 상승의 초기 단계에서 관성항이 지배적일 때의 동적 특성을 구하였다. 그러나, 모세관의 탄성이 매우 큰 경우, 유동에 의해 발생한 압력분포에 의해 모세관 자체가 변형하기 때문에 선행 연구에서 주어진 지배방정식은 적용할 수 없게 된다. Kim⁽⁴⁾등은 한쪽 끝이 일정간격으로 고정되어 있는 두 장의 긴 평형 박판 사이의 유동을 자유경계조건문제로서 풀어 박판의 탄성이 크면 클수록 상승높이가 높아지는 것을 보였다.

탄성 박판간 유동의 최종 상승높이와 평형상태에서의 박판의 변형은 구할 수 있게 되었지만, 유체상승의 속도와 그에 따른 박판의 변형을 구하는 연구는 아직 수행되지 않았다. 따라서 본 연구에서는 탄성박판간의 유동의 속도와 그에 수반하는 박판의 변형을 표면장력에 의한 고체-액체간의 상호작용 문제로서 정의하여 그 해를 구하고자 한다.

† 책임저자, 회원, 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : hyk@snu.ac.kr

TEL : (02)880-9286 FAX : (02)880-9287

* 회원, 서울대학교 대학원 기계항공공학부

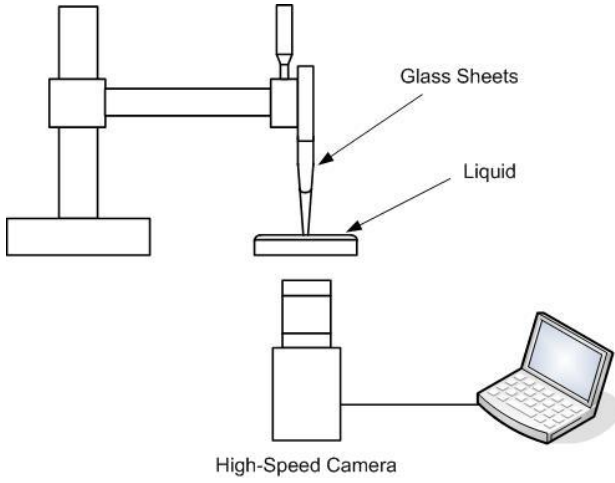


Fig. 1 Experimental setup

2. 실험장치 및 결과

Fig. 1 은 실험장치의 개략도이다. 실험에는 폭 24 mm, 길이 50 mm, 두께 150 μ m 의 유리판 (cover glass)을 사용하였고, 액체는 90% Aqueous Ethylene Glycol 을 사용하였다. 유리판의 굽힘 강성률은 $B=0.022$ Nm 이며 액체의 각 물성치를 Table 1 에 정리하였다. 유리판은 표면에 부착된 이물질, 유기물을 제거하기 위하여 피라나⁽⁵⁾ 용액으로 표면처리 하였다. 피라나 처리된 두 장의 유리판 사이에 폭 1 mm 의 slide glass 를 부착하여 폭 1 mm, 길이 각 25 mm, 30 mm 의 평형박판 유로를 만들었다. 수조에 액체를 채우고 박판 끝을 액면에 근접하게 설치한 후에 마이크로미터를 사용하여 박판을 천천히 내려가면서 액면에 박판 끝이 닿는 순간부터 평형상태에 이르기까지의 박판간 유체의 상승과 박판의 변형을 고속카메라를 사용하여 촬영하였다. 촬영한 이미지를 분석하여 시간경과에 따른 상승유체의 높이를 측정하였다. Fig. 2 는 액체 상승의 양상을 보여주고 있다. 액체가 상승함에 따라 탄성에 의해 좌우의 유리판이 변형되어가는 모습을 관찰할 수 있다.

3. 이론 해석

Fig. 3 과 같이 좌표계를 설정한다. 박판간의 간격이 수면상승의 높이와 비교하여 충분히 작고 액체의 속도가 작다고 가정하면, 국부적으로 충분히 발달된 유동을 가정할 수 있다. Navier-Stokes 방정식에서의 관성항과 y 방향의 속도는 충분히 작아 무시할 수 있게 된다. 관성항을 무시한 탄성 평형 박판간의 x 방향의 속도 u 는 다음과 같이 주어진다.

다.

Table 1 Properties of aqueous EG 90%

Density	1106 [kg/m ³]
Viscosity	0.0153 [Pa s]
Surface tension	0.048 [N/m]

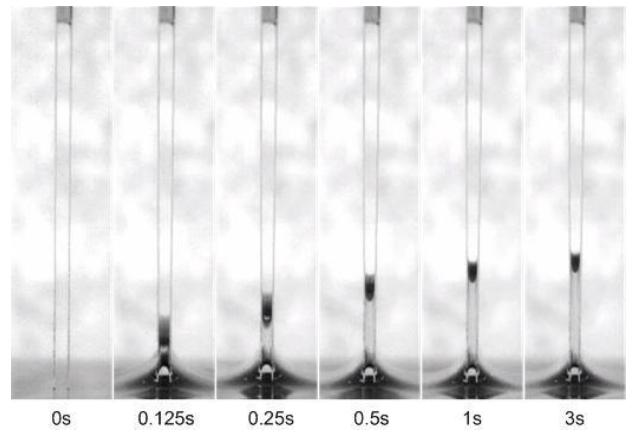


Fig. 2 Images of liquid rise between glass sheets

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1)$$

압력 P 는 $P = p + \rho gh$, μ 는 점성계수, 경계 조건은 $\partial u / \partial y|_{y=0} = 0$, $u|_{y=\eta} = 0$ 이다. $\eta(x, t)$ 는 중앙선과 박판간의 거리이다. 유속분포 u 를 주어진 경계조건에서 풀면 다음과 같다.

$$u = \frac{1}{2\mu h} \frac{\partial P}{\partial x} (y - \eta^2) \quad (2)$$

유동이 좌우대칭인 것을 감안하면, 오른쪽 유동의 유량 Q 는

$$Q = \int_0^\eta u dy = -\frac{\eta^3}{3\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3)$$

분포압력을 $x=0$ 에서 $x=x$ 까지 적분하여 다시 유량 Q 에 대해서 정리하면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

와 그에 따른 박판의 변형을 유한차분법을 사용하여 구함으로 액체 상승높이의 시간변화를 예측하였다. 얇은 유리판을 사용하여 탄성박판간 유동을 실험적으로 관찰하였고 이론적으로 예측한 상승속도와 잘 맞는 것을 확인하였다.

후기

본 연구는 한국과학재단의 지원 (R01-2006-000-10444-0) 으로 이루어졌습니다.

참고문헌

- (1) Jurin, J., 1718 *Phil. Trans.* Vol. 30, No. 739-747.
- (2) Washburn, E. W., 1921 "The Dynamics of Capillary Flow," *Phys. Rev.* Vol. 17, No. 273-283.
- (3) Quere, D., 1997 "Inertial Capillarity," *Europhys. Lett.* Vol. 39, No. 533-538.
- (4) Kim, H. Y. and Mahadevan, L., 2006 "Capillary Rise between Elastic Sheets," *J. Fluid Mech.* Vol. 548, No. 141-150.
- (5) Senturia, S. D., 2001, *Microsystem Design*, Kluwer.