증기폭발 적용 축방향 토모그라피 기술 개발

서시원† · 하광순* · 홍성완** · 송진호*** · 이재영****

Development of axial tomography technique for the study of steam explosion

SiWon Seo, Kwang-Soon Ha, Seong-Wan Hong, Jin-Ho Song and Jae Young Lee,

Key words : Electrical Capacitance Tomography(전기적 캐패시턴스 토모그라피), Axial tomography(축방향 토모그라피), Steam explosion(증기폭발), Inverse algori-thm(역전사 알고리즘), Two-phase flow(이상유동)

Abstract

To understand the complex phenomena performed in steam explosion, the fast and global measurement of the steam distribution is imperative for this extremely rapid transient stimulation of the bubble breakup and coalescence due to turbulent eddies and shock waves. TROI, the experimental facility requests more robust sensor system to meet this requirement. In Europe, researchers are prefer a X-ray method but this method is very expensive and has limited measurement range. There is an alternative technology such as ECT. Because of TROI's geometry, however, we need axial tomography method. This paper reviews image reconstruction algorethms for axial tomography, including Tikhonov regularization and iterative Tikhonov regularization. Axial tomography method is examined by simulation and experiment for typical permittivity distributions. Future works in axial tomography technology is discussed.

기호설명

C, ΔC	: 캐패시턴스, 캐패시턴스의 변화
C, ΔC	: 캐패시턴스 벡터, 캐패시턴스 변화벡터
C_{12}	: 1- 2 번 전극 사이의 캐패시턴스
C(ε)	: 유전율에 대한 캐패시턴스 함수
g	: 정규화된 유전율 벡터
$\hat{g}$	: 복원된 유전율 벡터
M	: 측정 캐패시턴스의 개수
P	: 픽셀의 개수
Q	: 전하
S	: 민감도 행렬
V_{12}	: 1 번과 2 번 전극 사이의 전압
$\varepsilon(x,y)$	: 유전율 분포
ε_{high}	: 유전율의 최대값
ε_{low}	: 유전율의 최소값
$\Delta\varepsilon$	: 유전율의 변화 벡터
λ	: 정규화된 캐패시턴스 벡터
μ	: 정규화 변수
$\Phi(x,y)$	: 포텐셜 분포
$\rho(x,y)$	: 전하 밀도 분포
ECT	: 전기적 캐패시턴스 토모그라피
TR	: 티크노프 정규화
ITR	: 반복 티크노프 정규화

† 책임저자, 회원, 한동대학교 기계제어공학과
E-mail : jylee@handong.edu
TEL : (054)260-1392 FAX : (054)260-1392
* 한동대학교 일반대학원 기계제어공학과

1. 서 론

원자력 발전소의 안정성 증진을 위한 노력으로 중대 사고에 대한 연구가 수행되어왔다. 중대 사고에 대한 연구의 예로 원자로의 노심의 용융의 경우 그 발생 확률은 매우 낮으나 그 위험도가 높아 관심의 대상이다. 이의 안정성을 증대시키기 위한 각종 대처방안의 수립에 있어 현상적인 불확실도를 최소화 하는 것은 매우 중요하다. 경우에 따라 실제로 발생하지 않을 수 도 있지만 이것이 과장되게 관심의 대상이 되면 이를 방어하기 위한 각종 공학적 장치들을 개발, 부착하게 되고 이는 경제성을 낮출 뿐만 아니라 불필요한 개발과정으로 인한 에너지 낭비가

초래된다. 더욱이 현상이 발생하지 않는 것이 안전성 측면에서는 가장 좋은 결론일 것이므로 현상의 재현과 판정은 매우 중요하다.

중대사고 연구 중 위와 같은 종류의 문제 중 하나가 바로 증기폭발 사고이다. 이 문제를 해결하기 위한 많은 노력을 기울여 왔고 그 노력 중 하나는 이 문제에 대한 다양한 관측 중 알루미늄 옥사이드를 사용하여 실험하면 폭발적 반응이 발생하나, 핵연료의 용융체를 사용하면 그런 폭발이 발생하지 않는다는 관측 사실을 관측한 것이다. 이 관측 때문에 이 문제는 마치 해결된 문제로 정리되어 가는 분위기 이지만 이러한 비선형적인 폭발현상의 재현성에 대하여는 충분한 수량의 실험이 수행되어야 그 정도와 가능성에 대하여 확신적으로 말할 수 있을 것이다.

이를 위한 실험장치를 개발하고, 현상을 분석하는 실험을 수행할 때 매우 빠른 시간에 발생하는 증기발생과 용융 핵연료의 냉각에 따른 고체화된 덩어리의 발생, 분포에 대한 관측이 필요하다. 이러한 필요에 대하여 이탈리아등의 서구 연구자들은 고속 X-선 방식을 선호하는 상황이지만 이 경우 관측할 수 있는 범위가 제한되어 있고, 매우 고가인 점을 감안하여 이에 대한 대안적인 기술을 찾게 되었다. 대안적인 기술 중 하나로 전자장 토모그라피 방법이 있다. 본 논문은 축방향 토모그라피에 전자장 토모그라피 방법을 적용하여 중대사고 연구 과제 중 하나인 증기폭발을 관측 하는 것에 목적이 있다.

2. ECT(Electrical Capacitance Tomography)

전자장 토모그라피 연구는 1994 년 멘체스터 공대에서 발표된 논문을 필두로 현재 활발하게 연구되고 있는 분야이다. 전자장 토모그라피 방법 중 캐패시턴스 토모그라피는 Xie(1992)[1]에 의해 개발된 이후 많은 개선이 이루어져 왔다. 이 분야의 대부분의 연구는 재현된 이미지의 정밀도를 높이기 위한 알고리즘 개발에 집중되었다. 처음으로 시도된 방법은 민감도 행렬을 사용한 선형역전사(Linear Back Projection, LBP)[1]방법이 있다. 또한 역문제(Inverse Problem)를 해결하는데 많이 쓰이는 티크노프 정규화(Tikhonov Regularization)방법이 있고, 이 방법에 반복법을 적용한 반복 티크노프 정규화(Iterative Tikhonov Regularization)도 제시되었다.

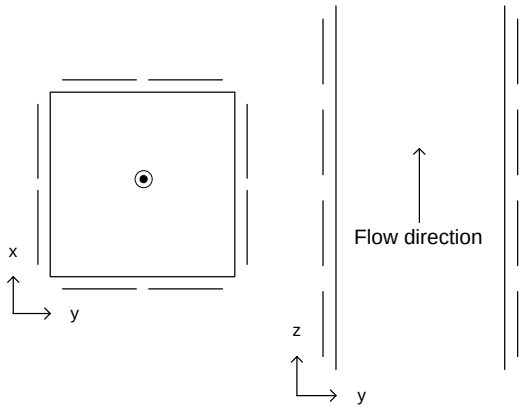

Fig.1 Electrode's arrangement in square ECT and axial tomography, respectively.

Peng, Lionheart[2,3] 반복법을 사용하여 오차의 감소를 시도한 연구에는 Yang에 의해 제시된 프로젝티드 렌드웨버 반복법(Projected Landweber Iteration Method)[4]이 있다.

위와 같은 역전사 알고리즘들은 대부분 사각관이나 원통형 관에 적용되었다. 원통형 관의 x-y평면의 유전율을 복원한 다음 시간순서로 조합해서 y-z평면의 유전율 분포를 나타낸 시도[7]는 있었지만 y-z평면을 한번에 통째로 복원하는 축방향 토모그라피에 적용된 예는 없다. 전자장 토모그라피 방법을 사각이나 원형의 관뿐만 아니라 다양한 곳에 광범위하게 적용하기 위해, 토모그라피 기술의 향상을 위해, 그리고 관의 단면이 아닌 전체적인 모습을 관측하기 위해 축방향 토모그라피 방법의 개발이 필요하다.

Fig.1 과 같이, 보통의 ECT 는 x-y 단면의 이미지를 복원하지만 축방향 토모그라피는 y-z 단면의 이미지를 통째로 복원하고 유체관의 위와 아래에 전극이 없기 때문에 이미지를 복원하는 것이 보통의

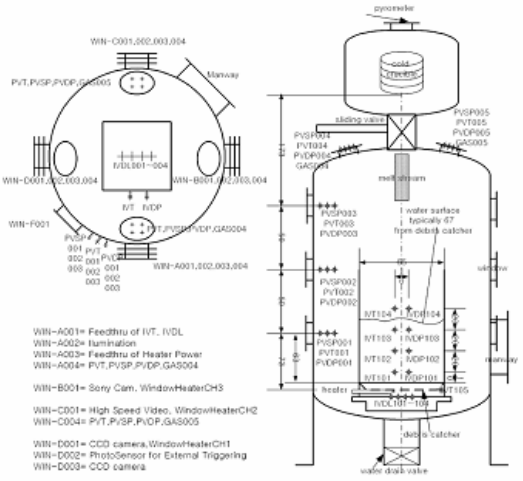

Fig.2 TROI

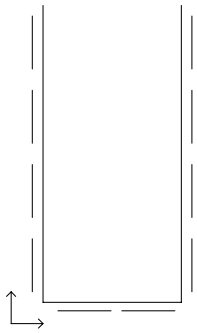

Fig.3 Electrode's arrangement in axial tomography

ECT 방법보다 어렵다. 본 연구가 적용될 실험장치는 Fig. 2 와 같다. 본 연구에서는 실험장치의 구조상 밑 부분에도 전극을 장착할 수 있기 때문에 더 좋은 이미지의 복원을 위해 밑바닥에 2 개의 전극을 추가적으로 장착하였다. 추가적으로 전극을 장착한 전극을 포함한 전극의 배치는 Fig.3 과 같다.

N 개의 전극판 사이에 순서대로 전압을 걸어주면서 캐패시턴스를 측정하면 총 N(N-1)/2 개의 측정값을 얻을 수 있는데 이 측정값과 역전사 알고리즘을 사용하여 유전율의 분포를 알아내고, 이를 토대로 이상유동의 분포를 알아내는 것의 ECT 의 목적이다. ECT 는 크게 캐패시턴스 측정 회로를 포함하는 하드웨어 부분과 역전사 알고리즘을 보함한 소프트웨어로 나눌 수 있다. 소프트웨어 부분은 크게 순방향 전사(Forward projection)와 역방향 전사(Backward projection)로 나눌 수 있다. 순방향 전사는 주어진 유전율로 각 전극쌍의 캐패시턴스 값을 계산하는 단계이고 역방향 전사는 계산된 캐패시턴스 값으로 다시 유전율의 분포를 계산하는 단계이다. 본 연구에서는 소프트웨어 부분을 언급할 것이고 역방향 전사에서 사용되어야 하는 실험으로 측정된 캐패시턴스 대신 순방향 전사에서 FDM 방법으로 구한 캐패시턴스 값으로 이미지를 복원하였다.

3. ECT 해석을 위한 유한 차분법

캐패시턴스 토모그라피의 경우 센서 내부의 지배방정식은 다음의 포이손(Poisson) 방정식이며 내부의 전하가 없기 때문에 다음의 라플라스 방정식이 된다.

$$\nabla \cdot [\varepsilon(x,y)\nabla\phi] = 0 \tag{1}$$

본 연구에서는 유한차분법(FDM)에 중심 차분식을 적용하여 지배 방정식을 이산화 하였다. 위의 지배 방정식을 이산화 한 후 포텐셜을 구한 다음 캐패시턴스를 계산한다. 캐패시턴스의 계산은 전극쌍 사이의 전하량과 포텐셜의 차이에 의해 결정된다. 예를들어 1 번 전극과 2 번 전극사이에 걸리는 캐패시턴스 C_{12}는 다음과 같다.

$$C_{12} = \frac{Q}{V_{12}} = \frac{\int \nabla\varepsilon\nabla\phi dV}{\int \nabla\phi dV} \tag{2}$$

식(2)의 형태가 비선형적이기 때문에 이를 이용하여 역전사를 하는 것은 매우 어려워서 많은 계산과 노력이 필요하다. 이를 선형화 하면 계산 시간을 단축할 수 있으며 역전사 기법이 단순해진다. 식(2)는 유전율과 포텐셜의 함수이다. 그러나 포텐셜도 유전율의 함수이므로 선형화를 위해 캐패시턴스는 유전율의 함수라고 가정할 수 있다. 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$C = C(\varepsilon) \tag{3}$$

여기서 C 는 측정된 유전율이다. 식 (3)은 테일러 급수를 통해 다음과 같은 식으로 전개할 수 있고 이러서 선형식을 얻을 수 있다.

$$\Delta C = \frac{\partial C}{\partial \varepsilon}\Delta\varepsilon = S\Delta\varepsilon \tag{4}$$

y

여기서 S 는 유전율 변화에 대한 캐패시턴스의 변화로 반응도를 나타내는 일종의 쟈코비안 행렬이고 민감도 행렬(sensitivity matrix)이라고 부른다. 식 (4)는 다음과 같이 정규화한 형태로 표현할 수 있는데 이를 선형 순방향 전사라고 부르며 식 (5)와 같다.

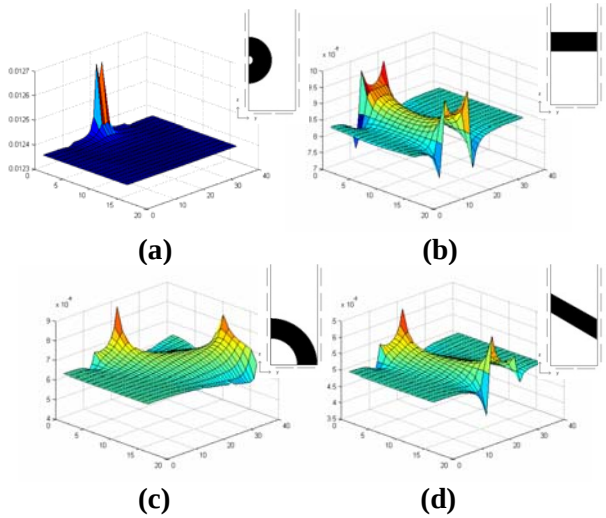

Fig. 4 Example of sensitivity

$$\lambda = Sg \tag{5}$$

여기서 λ는 표준화(normalize)된 캐패시턴스 벡터로서 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = \frac{C - C_{\min}}{C_{\max} - C_{\min}} \tag{6}$$

또한 S 는 민감도 행렬이고 g 는 유전율 벡터로서 높은 유전물질에 대해서는 1, 낮은 유전물질에 대해서는 0 으로 정규화 한다. 이러한 정의 하에서 민감도 행렬을 구성하면 Fig. 4 와 같이 나타난다.

4. 역전사 알고리즘

본 연구에서 순방향 전사와 역방향 전사가 있음을 2 장 후반부에서 언급하였다. 순방향 전사에서는 임의의 유전율 분포를 사용하여 캐패시턴스를 계산하는 것이었다. 이것이 정방향 문제(Direct problem)이다. 반면 역방향 전사는 측정된 캐패시턴스를 사용하여 유전율의 분포를 알아내는 것이었고 이것이 역전사 문제(Inverse problem)이다. 정방향 문제와 역전사 문제 사이의 관계는 Fig. 5 에서 볼 수 있다. 만약 정방향 문제가 선형이라도 그에 대응하는 많은 역전사 문제들이 대부분 비선형이기 때문에 역전사 문제는 해를 정확하게 구하기 어렵고 많은 계산시간이 필요하다[5]. 이러한 역전사 문 제는 종종 ill-posed상태인데 이러한 문제를 풀기 위한 방법으로는 정규화(Rgularization)방법이 있다.

본 연구에서의 경우 역방향 전사(Backward Projection)방법은 식 (5)에서 민감도 행렬인 S 의 역행렬로 유전율의 분포 g 를 구할 수 있다.

$$g = S^{-1}\lambda \tag{7}$$

그러나 대부분의 경우 민감도 행렬 S 는 정방행렬(Square Matrix)이 아니기 때문에 역행렬이 존재하지 않으므로 정방행렬을 만들기 위해 식 (5)에 측정오차와 근사과정에서 발생한 오차가 개입된다고 가정하고 이를 최소화 하기 위해 최소 자승법을 사용한다. 오차의 제곱 f(g)는 다음과 같이 표현된다.

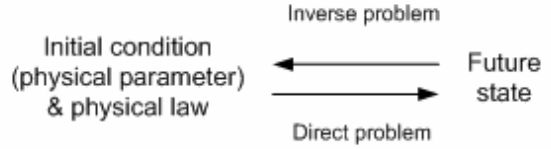

Fig.5 Relation of direct problem and inverse problem.

$$f(g) = \frac{1}{2}\| S \cdot g - \lambda \| = \frac{1}{2}(g^T S^T S g - 2 g^T S^T \lambda + \lambda^T \lambda) \tag{8}$$

위 식의 최소조건은 미분을 통해 결정되며 다음과 같다.

$$S^T(Sg - \lambda) = 0 \tag{9}$$

위 식을 통하여 유전율 분포에 대한 역전사는 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$\hat{g} = (S^T S)^{-1} S^T \lambda \tag{10}$$

그러나 대부분의 경우 S^TS도 역행렬이 존재하지 않는 ill-posed조건이 된다. 이를 극복하기 위한 다양한 역전사 알고리즘이 있으나 본 연구에서는 티크노프 정규화와 반복 티크노프 정규화를 사용하여 이미지를 복원할 것이다.

4.1 티크노프 정규화

식 (10)에서S^TS의 역행렬이 존재하지 않는 ill-posed문제를 해결하기 위해 티크노프 정규화 행렬을 가중하여 역행렬을 구한다.

$$\hat{g} = (S^T S + \mu I)^{-1} S^T \lambda \tag{11}$$

위의 식에서 I 는 항등행렬(Identity matrix)이고, μ 는 정규화 변수(Regularization parameter)이다. 이 방법은 μ 값에 크게 영향을 받는 특성이 있으며, μ 의 값은 수학적인 과정을 통해 최적화 하기도 하고, 실험적으로 결정하기도 한다.

4.2 반복 티크노프 정규화

Hansen[6]은 티크도프 정규화 방법에 뉴턴 렙슨 반복법(Newton-Rhapson Iteration)을 적용한 반복 티크노프 정규화(Iterative Tikhonov Regularization)를 구현하였다. 식 (10)을 선형 전개하여 예상되는 목적값을 0 으로 치환하는 방법으로 반복공식을 다음과 구성하였다.

$$\hat{g}_{k+1} = \hat{g}_k - (S^T S)^{-1} S^T (S\hat{g}_k - \lambda) \tag{12}$$

위의 식 역시 S^TS의 역행렬이 존재 하지 않으므로 티크노프 정규화처럼 티크노프 정규화 행렬을 가중하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\hat{g}_{k+1} = \hat{g}_k - (S^T S + \mu I)^{-1} S^T (S\hat{g}_k - \lambda) \tag{13}$$

여기에서 k 는 반복 횟수(iteration number)이다.

5. 결과 및 토의

본 장에서는 위에 제시된 방법들이 축방향 토모그라피에 적용 가능한지 검토하고자 한다. 본 연구의 시뮬레이션 코드를 작성할 프로그램으로 MATLAB 이 사용됐다. 유한차분법(FDM)을 사용해서 MATLAB 에 의해 시뮬레이션된 복원된 이미지와 원래의 이미지를 비교하였다. TR 방법과 ITR 방법 2 가지 알고리즘에 대하여, 전형적이고 단순한 유전율 분포에 대하여 수치적으로 모델링 하였다. FDM 방법을 통하여 캐패시턴스 값을 얻었으며, 이를 이용하여 4 가지 유전율 분포에 대한 이미지를 복원하였다. 복원된 이미지의 이미지 오차는 다음과 같은 식으로 구하였다.

$$e = \frac{\|\varepsilon_M - \varepsilon_O\|}{\|\varepsilon_M\|}$$

여기서 ε_M 는 복원된 유전율 값이고 ε_O 는 기준 유전율 값이다. 본 연구에서 수행된 시뮬레이션은 Pentium M processor 1.73GHz 의 CPU 와 1Gbytes 의 memory 환경에서 수행되었다.

5.1 티크노프 정규화 방법으로 복원한 이미지

Fig. 5 는 TR(Tikhonov Regularization)방법으로 복원한 이미지이다. 유전율 분포의 예는 총 4 가지로 물이 1/4 정도 채워져 있을 때, 2/4 정도 채워져 있을 때, 3/4 정도 채워져 있을 때 그리고 물이 3/4 정도 채워져 있고 다른 원기둥 모양의 어떤 물체를 물에 넣었을 경우(앞으로는 cup이라고 부르겠다.)에 대해 예를 들었다. Fig. 5 의 결과에서 검은색은 물(ε=80)이고 하얀색은 공기(ε=1)를 나타낸다. Regularization parameter(μ)는 10^{-5}이다. 위의 결과에서 공통적으로 발견되는 이미지의 오류는 윗부분의 오류이다. 윗부분은 네가지 경우 모두 공기임에도 불구하고 복원된 이미지에는 물이 있는 것처럼 복원되었다. 위쪽에 전극이 달려있지 않은 영향으로 생각된다. 그리고 물의 수위도 잘 잡는 것처럼 보이지만 양 끝부분만 잘 복원되고 가운데 부분은 복원이 안되고 움푹 들어가 있는 것을 확인할 수 있다. 또한 (c)와 (d)의 복원된 이미지를 보면 거의 구분이 안되는 것을 확인할 수 있다. Table 1 은 각 유전율 분포에 대해 TR방법으로 이미지를 복원하는데 걸린 시간과 이미지 오차를 나타낸 것이다. 위의 결과를 확인해 보면 실제 실험에 적용하기 어려울 정도로 복원이 잘 안된 것을 확인할 수 있다. 특히, (c)와 (d)를 보면 수위만 비슷하면 가운데 부분의 유전율 분포가 다르더라도 복원된 이미지는 비슷한 것을 볼 때 TR방법은 실제 실험에 적용하기에 적합하지 않다는 것을 알 수 있다.

Table 1. Elapsed time and image error for TR.

유전율 분포	복원시간(sec)	이미지오차
1/4	0.64	99.86%
2/4	0.59	99.84%
3/4	0.60	99.89%
cup	0.64	99.87%

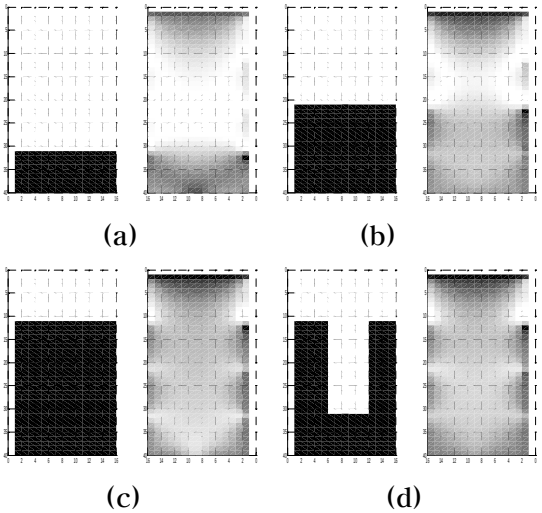

Fig.5 Reconstructed image for TR method

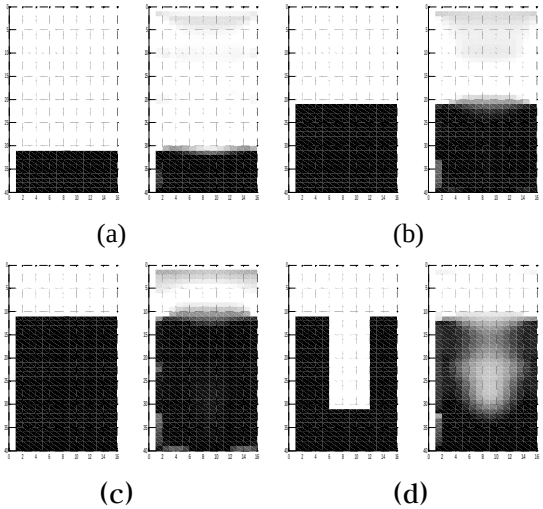

Fig. 6 Reconstructed image for ITR method

5.2 반복 티크노프 정규화 방법으로 복원한 이미지

Fig. 6 은 ITR(Iterative Tikhonov Regularization)방법으로 복원한 이미지이다. Regularization parameter(μ)는 10^{-5}로 설정하였다. Fig.6 을 보면 TR방법으로 복원했을 때와는 다르게 (c)와 (d)가 서로 구별되게 복원이 되는 것을 확인할 수 있다. 그러나 (d)의 경우 복원된 이미지의 가운데 부분의 물과 공기의 경계가 원래의 모양과 같이 복원되지 않은 것을 확인할 수 있다. 그러나 반복수를 늘리면 Fig.7 과 같이 이미지 복원이 더 잘

되는 것을 확인할 수 있다. 그러나 Table 2 를 보면 알 수 있듯이 반복수를 크게 늘려야 복원이 잘 된다. 반복수를 늘림에 따라 계산시간도 엄청나게 커지기 때문에 실시간으로 정확하게 이미지를 복원하기 위해서는 더 빠른 속도로 수렴값에 도달할 수 있는 알고리즘을 만들 필요가 있다. 유전율의 본포에 따라 복원되는 이미지 복원시간과 이미지 오차는 Table2 에서 볼 수 있다.

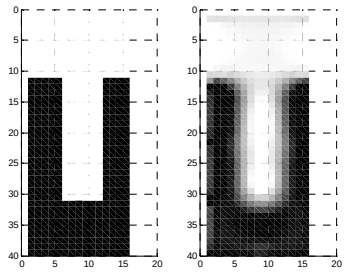

Fig.7 Reconstructed image for more iteration number

Table 2. Elapsed time and image error for ITR.

유전율 분포	반복수	복원시간 (sec)	이미지오차
1/4	10^4	2.39	16.6%
2/4	10^4	2.37	18.35%
3/4	10^4	2.3	17.2%
cup	10^4	2.218	34.62%
	10^5	15.39	24.37%

6. 결 론

본 연구에서는 이전까지 보통 사용되었던 사각관이나 원기둥의 관에 전극을 부착하여 수행한 ECT 방법 대신 관의 측면에 전극을 부착하여 관의 전체 모양을 통째로 관측하려는 축방향 토모그라피에 대한 연구가 이루어 졌다. 그리고 축방향 토모그라피 방법을 사용하여 증기폭발 관측 실험에 사용될 4 각기둥 모양의 용기 내부에 존재하는 상의 분포 알아보았다. 유한 차분법을 통해 이산화된 지배 방정식으로 캐패시턴스를 구하였고 이 캐패시턴스를 사용하여 민감도 행렬을 계산해서 축방향 토모그라피 방법을 구현하였고 순방향 전사를 구축하였다.

역방향 전사를 위하여 FDM 방법으로 구한 캐패시턴스를 사용하였다. 역전사 알고리즘으로 티크노프 정규화(TR)방법을 구현하였고 티크노프 정규화 방법에 Newton-Rhapson 반복법을 적용한 반복 티크노프 정규화(ITR)방법이 사용되었다. 위의 역전사 알고리즘을 사용하여 4 가지의 전형적이고 간단한 유전율 분포에 대해 이미지 복원을 수행하였고 티크노프 정규화보다 반복 티크노프 정규화가 더 뛰어난 이미지 복원 능력을 가짐을 확인하였다. 그러나 정확한 이미지의 복원을 위해 많은 반복이 필요하고 그에 따라 이미지를 복원하는데 많은 시간을 소비하는 것을 확인했다. 실시간으로 복원되는 ECT 시스템을 구성하려면 더 빠르게 수렴값에 도달할 수 있도록 앞으로 더 많은 연구가 수행되어야 한다.

참고문헌

(1) Xie, C.G., Huang, S.M., Hoyle, B.S., Thorn, R., Lenn, C., Snowden, D. and Beck, M.S., 1992, “Electrical Capacitance Tomography for flow imaging: System Model for Development of Image Reconstruction Algorithms and Design of Primary Sensors,” *IEE Proc. G*, Vol. 139, pp.89~98.

(2) Peng, L.H., Merkus, H. and Scarlett, B., 2000, “Using Regularization Methods for Image Reconstruction of Electrical Capacitance Tomography,” *Part. Part. Syst. Charact.*, Vol. 17, pp. 96~104.

(3) Lionheart, W.R.B., 2001, “Reconstruction Algorithms for Permittivity and Conductivity Imaging,” Prc. *2nd world congr. On Industrial Process Tomography (Hannover, 2001)*, pp. 4~11.

(4) Yang, W.Q., Spink, D.D., York, T.A. and McCann, H., 1999. “An Image-Reconstruction Algorithm Based on Landweber’s Iteration Method for Electrocal Capacitance Tomography,” *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 12, pp. 575~581.

(5) Heinz, W.E., martin, H., and Andreas, N., 1996, “Regularization of inverse problems,” Kluwer Academic Publishers.

(6) Hanssen, P.C., 1998, “Rank-deficient and Discrete Ill-posed Problems,” Philadelphia, PA: SIAM.

(7) Artur, J.J. and Tomaz, D., 2001, “Application of electrical capacitance tomography for measurement of gas-solids flow characteristics in a pneumatic conveying system,” *Meas. Sci. Technol. 12 (2001)* 1109-1119