

침투경계조건과 CFD를 이용한 터빈 역형상 설계에 관한 연구

이 은 석[†] · 설 우 석^{*}

A Study on the Inverse Shape Design of a Turbine Cascade Using the Permeable Boundary Condition and CFD

Eun Seok Lee and Woo Seok Seol

Key Words: Permeable(침투), Inverse Shape(역형상), Turbine(터빈), CFD

Abstract

In this paper, the inverse shape design is introduced using the permeable wall boundary condition. Inverse shape design defines the blade shape for the prescribed Mach numbers or pressure distribution on its surface. It calculates the normal mass flux from the difference between the calculated and prescribed pressure at the surface. A new geometry can be achieved after applying the quasi one-dimensional continuity equation from the leading edge to the trailing edge. For validation of this method, two test cases are studied. The first test case of inverse shape design illustrates the cosine bump with a strong shock. After seven geometry modifications, the shock-free bump geometry can be obtained. The second example concerns the redesign of a transonic turbine cascade. The initial isentropic Mach distribution has a peak on the upper surface. The target isentropic Mach number distribution was imposed smoothly. The peak of Mach distribution has disappeared at the final geometry. This proposed inverse design method has proven to be an efficient and robust tool in turbomachinery design fields.

기호설명

- ρ : 밀도
 V_n : 물체 표면에 수직성분 속도
 V_t : 물체 표면에 평행성분 속도
 p : 압력
 J : 격자의 Jacobian

1. 서 론

유체기계분야의 공력 성능향상은 블레이드 표면에 적절한 속도성분을 분포시키는 데에 있다. 이러한 속도성분 분포는 물체표면의 압력분포에 밀접한 연관이 있으며 점성경계층 특성에 영향을 준다. 기존의 공력 형상설계는 대부분 초기형상을 가정하고 전산해석코드(CFD)를 이용하여 유동장을 해석한 후, 압력분포나 속도분포를 관찰하고 설계자들이 갖고 있는 경험이나 이론을 바탕으로 형상을 수정하여 원하고자하는 압력분포를 얻는 직접접근법(direct approach)을 많이 이용하고 있다. 이러한 접근법을 시행착오가 많아 시간이 많이 소요된다. 이보다 더욱 효율적인 설계기법으로 형상최적화기법(shape optimization)과 역형상 설계기법(inverse shape design) 등이 있다.

형상최적화기법은 우선 유체기계의 기하학적인 형상을 정의하는 몇 개의 매개변수를 지정한다. 지정된 매개변수에 의해 정의된 형상을 전산유체역학코드를 이용하여 해석한 후, 얻고자하는 목

† 회원, 한국항공우주연구원 발사체 엔진팀
E-mail : ESL@kari.re.kr
TEL: (042) 860-2329 FAX: (042) 860-2602

* 한국항공우주연구원 발사체 엔진팀

적합수값을 계산한다. 주어진 형상이 목적함수를 만족시키지 못할 때, 매개변수를 변화시켜 새로운 형상에 대해 반복적으로 유동장을 해석해 간다. 최적화 기법의 장점은 비록 구속조건이 물리적으로 타당하지 않더라도 근접한 해를 스스로 찾아간다는 것이다. 단점으로는 최종 해가 국부적인 최소점(local minimum)일 수 있다는 것으로 또 다른 해(global minimum)가 존재할 수 있다는 것이다. 최적화 기법은 전산유체역학코드를 매번 실행해야 하므로 매개변수의 개수가 극히 제한적이고 실행시간이 매우 긴 단점을 가지고 있다.

역형상 설계기법은 현재 형상이 가지고 있는 성능과 설계자가 바라는 성능과의 차이를 물리적 법칙에 의해 서로 연결하여 반복계산을 수행하여 원하는 성능을 만족하는 기하학적인 형상을 도출하는 설계기법이다. 대부분의 역설계기법은 원하는 압력이나 속도분포를 미리 블레이드의 벽면 경계조건으로 지정하여 이에 해당하는 기하학적 형상을 산출한다. 역형상설계기법의 가장 큰 단점 중에 하나는 해의 존재성(existence) 여부이다. 다시 말해서 설계자가 원하는 압력분포나 속도분포를 만족시키는 기하학적 형상이 반드시 존재하지는 않는다는 것이다. 물리적으로 타당치 않은 압력구배를 지정하면 전산해석코드는 계산도중 발산(diverge)한다. 따라서 계산도중 계산된 유동장 해석결과를 고찰하여 지정된 압력구배가 물리적으로 타당하도록 수정하는 작업이 필요하다.

2. 역형상 설계기법

2.1 증발기법(Transpiration Method)

증발기법을 이용한 역형상 설계기법은 크게 다음의 네 가지 단계로 이루어진다. 첫 번째, 주어진 초기형상에 대해 고체벽면조건(solid wall boundary condition)을 포함한 CFD 코드를 이용하여 해석을 수행한다. 두 번째, 계산된 압력분포와 원하는 압력분포와의 차이를 계산한다. 이 차이가 미소하여 받아들일 수 있다면 프로그램은 종료된다. 세 번째, 침투경계조건(permeable boundary condition)을 포함한 CFD코드를 이용한 전산해석을 수행하여 벽면에서의 수직흐름(normal flux)을 계산한다. 네 번째, 앞전에서 뒷전까지의 각 격자셀에 이 수직흐름이 포함된 준 일차원 연속방정식을 풀면 새로운 기하학적 형상이 정의된다. 다시 첫 번째 단계를 수행한다.

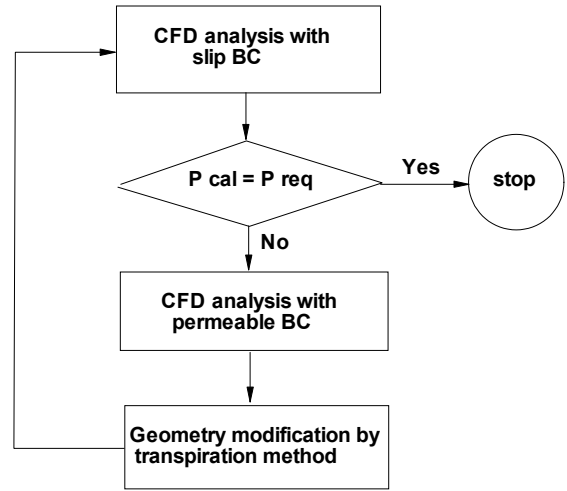


Figure 1 Iterative inverse method using the transpiration method

개발된 Navier-Stokes 방정식 전산해석코드는 대각화(Diagonalized)된 ADI(Alternating Direction Implicit)방법을 근간으로 작성되었다[1]. 블록대각 행렬을 스칼라행렬로 대각화하여 계산시간의 단축을 도모하였다. 코드의 효율성을 높이기 위해 다중블록격자를 이용하였으며 Baldwin-Lomax와 k- ϵ 난류모델을 사용하였다[2].

2.2 침투경계조건

역형상 설계기법을 적용한 전산해석코드는 일반적인 전산코드에 두 개의 추가적인 서브루틴을 필요로 한다. 하나는 경계조건을 이용한 수직흐름(normal flux)를 계산하는 루틴이고 나머지는 수직흐름을 이용하여 기하학적인 형상을 수정하는 루틴이다. 그러므로 통상적인 유체해석 전산코드와 역형상 설계코드와 다른 점은 오직 벽면에서의 경계조건뿐이다.

Eigenvalue	Compatibility equation
V_n	$-a^2(\rho^{new} - \rho^*) + (p^{new} - p^*) = 0$
V_n	$V_t^{new} - V_t^* = 0$
$V_n - a$	$-\rho a^2(\rho^{new} - \rho^*) + (p^{new} - p^*) = 0$
$V_n + a$	$-\rho a^2(\rho^{new} - \rho^*) + (p^{new} - p^*) = 0$

Table 1 Compatibility relations to eigenvalues

다시 말해서 일반해석코드는 고체벽면조건을

증발기법을 이용한 역형상 설계코드는 침투경계 조건을 사용한다. Leonard[3]등이 제안한 적합 (compatibility)방정식은 Table 1과 같다. V_n , V_t 는 각각 벽면에서 속도벡터의 수직방향, 수평방향 성분이다. 상점자 * 는 경계면 안쪽에서의 물리량이고 음속 a , 밀도 ρ 는 이전시간단계에서 정의된다. 고유값(eigenvalue)의 부호는 적합방정식을 적용여부를 판단하게 된다. 만일 수직방향 속도성분이 양이고 아음속이면 오직 한 개의 고유값 $V_n - a$ 이 음이기 때문에 한 개의 물리적 경계조건이 이용되고 수직방향 속도성분이 음이고 아음속이면 오직 한 개의 고유값 $V_n + a$ 이 양이기 때문에 세 개의 물리적인 경계조건이 적용된다. Table 2 에 물리적인 경계조건이 정리되어 있다. CR 은 적합방정식을 BC는 물리적인 경계조건을 의미한다. p_o 와 T_o 는 각각 경계면 안쪽에서의 전압력과 전온도를 의미한다.

Subsonic suction
1 CR : $V_n^{new} = V_n^* + (p^{new} - p^*)/(\rho a)$
3 BC : $p^{new} = p^{req}$ $\rho^{new} = F(T_o, p_o, p^{new})$ $V_t^{new} = F(T_o, p_o, p^{new})$
Subsonic blowing
3 CR : $V_n^{new} = V_n^* + (p^{new} - p^*)/(\rho a)$ $\rho^{new} = \rho^* + (p^{new} - p^*)/a^2$ $V_t^{new} = V_t^*$
1 BC : $p^{new} = p^{req}$

Table 2 Compatibility relations and boundary conditions

2.3 기하학적 형상 정의

기하학적 형상은 새로운 흐름유선(streamline)으로 정의된다. 수직방향의 유동흐름이 존재하면 흐름유선을 더 이상 고체벽면을 따르지 않는다.

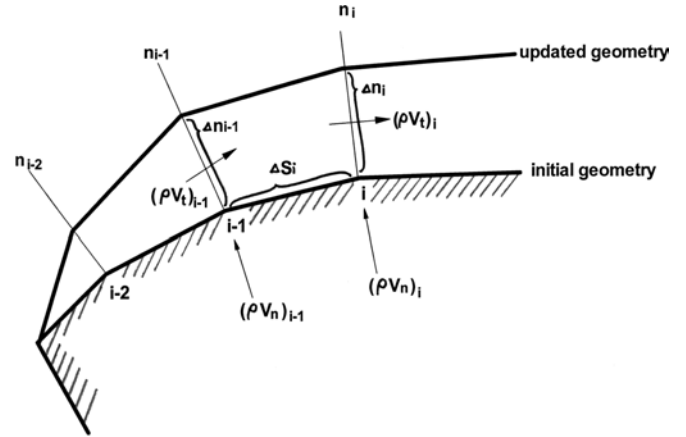


Figure 2 Geometry modification of the transpiration method

Figure 2의 하나의 셀에 질량보존법칙을 적용하고 차별화된 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$(\Delta n \rho \bar{V}_t)_{i-1} + \Delta s_i \frac{(\rho V_n)_i + (\rho V_n)_{i-1}}{2} = (\Delta n \rho \bar{V}_t)_i \quad (1)$$

여기서 Δn 는 초기형상과 개선된 형상과의 수직방향성분 수정분(correction)이고 Δs 는 수평방향으로 이웃하고 있는 벽면격자점과의 간격을 의미한다. 역형상 설계법에 의한 기하학적 형상의 수정분(correction)은 벽면 앞전에서 끝전까지의 격자점 수만큼의 연립방정식의 해로 구할 수 있다. 앞전에서의 형상 수정분은 항상 영(zero)이 되고 블레이드의 윗면과 아랫면에 동일하게 적용된다. 일반적으로 비점성 오일러 방정식에 대해 50회~100회 고체벽면조건 반복계산에 한 번 정도 침투조건을 이용한 역설계코드를 수행하여 기하학적형상을 수정한다. 약 5~8회 형상수정 후, 점성이 고려된 Navier-Stokes 방정식에 대해서는 2~3회 반복계산에 한 번 형상수정을 하게 된다. 이때에는 격자가 시간에 대해 연속적으로 움직이는 비정상 격자이기 때문에 소위 ‘공간보존법칙(SCL, Space Conservation Law)’을 고려해야 한다. 만일 유동이 정지해 있으면 격자점속도 ξ_t , η 는 다음의 SCL을 만족해야 한다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_t}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\eta_t}{J} \right) = 0 \quad (2)$$

SCL은 편미분방정식형태로 되어 있어서 해를 구하기가 용이하지 않다. Obayashi[4]는 편미분방정식을 직접 풀지 않고 격자점속도와 격자셀 면적과의 기하학적 관계식을 이용하여 해를 구하였다. 이를 이용하면 SCL은 다음으로 표현된다.

$$V_i + (\vec{S}^\xi \cdot \vec{r}_i)_\xi + (\vec{S}^\eta \cdot \vec{r}_i)_\eta = 0 \quad (3)$$

V_i 는 시간에 대한 격자셀 면적변화를, \vec{S}^ξ , \vec{S}^η 는 셀 각변의 길이를 크기로 갖고 수직방향을 갖는 ξ , η 방향의 벡터를 의미한다. \vec{r}_i 는 시간에 대한 위치변화 벡터이다.

$$\frac{\xi_i}{J} = -\frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \vec{S}^\xi \cdot \vec{r}_i dt = -\frac{V_{S^\xi}}{\Delta t} \quad (4)$$

$$\frac{\eta_i}{J} = -\frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \vec{S}^\eta \cdot \vec{r}_i dt = -\frac{V_{S^\eta}}{\Delta t}$$

이러한 부가적인 계산값은 정상상태로 가면 확실하게 영(zero)으로 수렴된다. 경험적으로 이러한 부가적인 계산을 특히 천음속 충격파를 다루는 경우, 해의 안정적인 수렴성에 큰 영향을 미친다. 아음속의 경우에도 이러한 SCL을 고려한 부가적인 계산은 매회 블레이드 수정분의 양을 크게 허용시켜 전체 계산시간을 단축시키는데 기여한다.

3. 계산결과

3.1 충격파 채널 역설계

역형상 설계기법 검증을 위한 첫 번째 테스트는 출구마하수가 0.7, 천음속 영역이 되는 충격파가 있는 채널흐름(channel flow)이다. 벽면 위, 아래는 cosine 함수로 이루어져 있다. 이 경우, Figure 3에서 보듯이 용기(bump) 부분 70% 지점에서 강한 충격파가 형성된다. cosine 함수로 돌출된 용기부분에 완만하게 변화하도록 목표압력분포(target pressure distribution)를 지정하여 역형상 설계를 수행하였다. 이때, 전산해석은 비점성 오일러 코드를 이용하였다. 약 7회의 기하학적 형상수정을 수행한 후, Figure 4와 같이 목표압력분포인 충격파가 제거된 완만한 형태의 압력분포와 이에 해당되는 형상을 역설계를 통해 얻을 수 있었다. 최종형상을 살펴보면 목에서 최소압력에 도달한 후, 급격한 압력강하를 막기 위해 보다 완만하게 벽면 기울기가 형성된 것을 볼 수 있다. Figure 5에서 각각 초기형상과 최종형상의 표면 압력선도와 기하학적 형상을 나타내고 있다.

역설계코드의 유용성(robustness)을 체크하기 위해 최종형상인 충격파가 없는 형상을 초기형상으로 삼고 충격파가 있는 압력분포를 목표압력분포로 지정하여 역설계를 수행하였다. 약 7회의 기하학적 형상수정을 한 후, 초기형상인 cosine 함

수를 얻을 수 있었다.

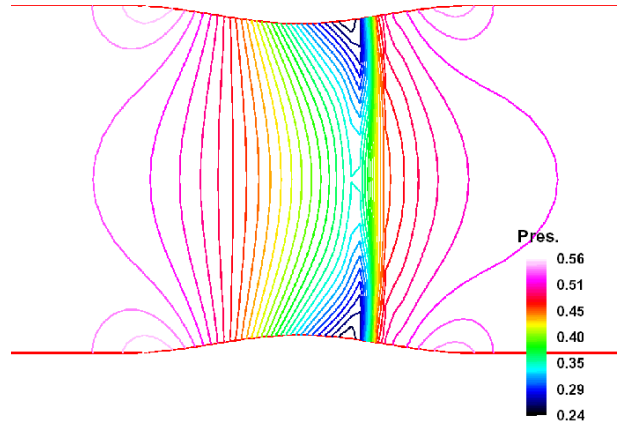


Figure 3 Pressure contours of shocked cosine bump (initial geometry, Mexit=0.7)

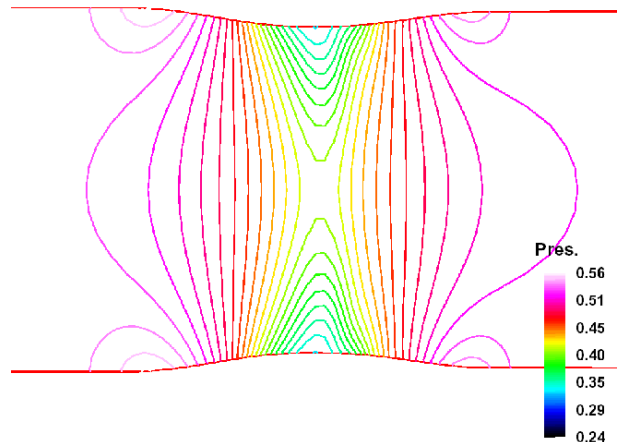


Figure 4 Pressure contours of shocked cosine bump (final geometry, Mexit=0.7)

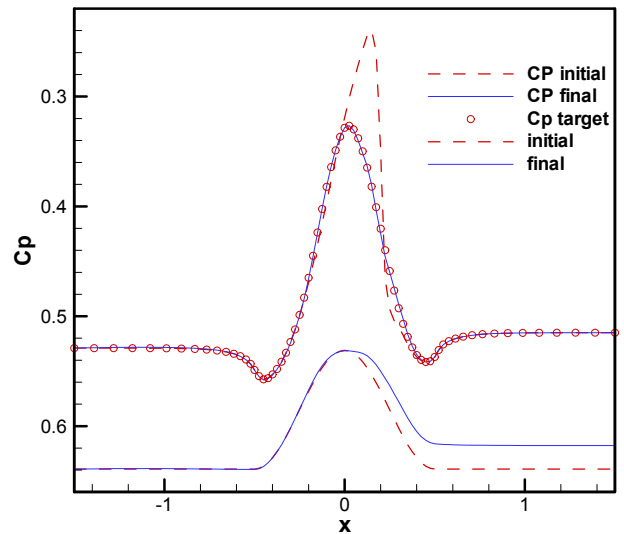


Figure 5 Inverse Design from shocked cosine bump to shock-free bump

3.2 천음속 터빈 재설계

역설계법의 두 번째 테스트는 천음속 터빈의 재설계이다. 먼저 점성 CFD 코드 및 격자의 정확성을 검증하기 위해 알려진 VKI 터빈의 천음속 해석을 수행하여 실험치와 비교하였다. 출구 마하수(Mexit)는 0.85이고 레이놀즈수는 2×10^6 이다. 격자의 효율적인 배치를 위해 C-타입 격자를 비점성 영역에 분포시키고 O-타입 격자를 터빈 주위 점성영역에 밀집시켰다. 또한 후류부분의 해상도를 높이기 위해 별도의 H-타입 격자를 배치시켰다. 전체격자수는 12,000개 이고 k-ε 난류모델링을 사용하였다. Figure 6에 격자형태와 뒷전(trailing edge)에서의 유선을 나타내었다. 터빈 뒷전에서 서로 다른 방향을 가진 두개의 와류(vortex)가 형성되어 벽면효과(solid wall effect)를 나타냄을 알 수 있다. Figure 7에서는 블레이드 표면에서의 등마하수를 실험치와 비교하였다. 전 영역에 걸쳐 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다

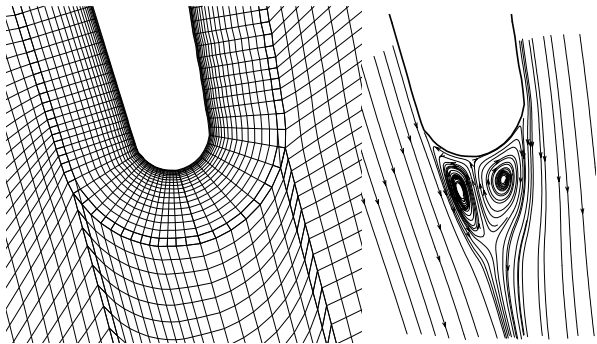


Figure 6 Multi-block grid and streamlines around the trailing edge of VKI turbine cascade

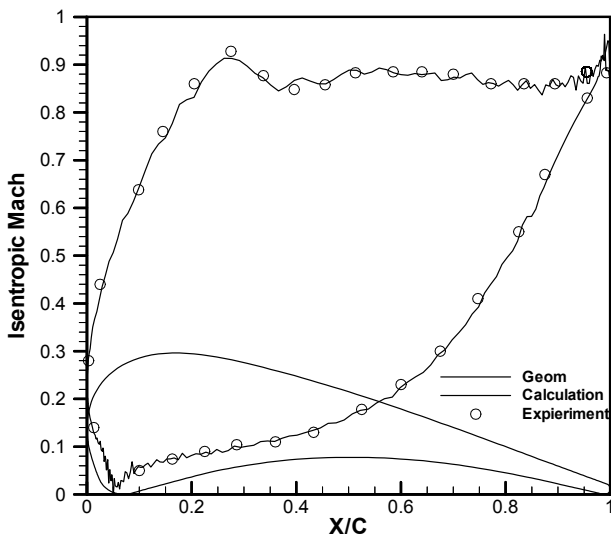


Figure 7 Comparison of isentropic Mach number distribution with experiments

터빈역설계를 위해 기존의 상용 터빈을 초기형상으로 삼고 수치해석하여 물체표면에서의 등마하수를 계산하였다. Figure 8의 점선으로 표시된 부분이 초기 터빈형상과 블레이드 표면에서의 등마하수 선도이다. 블레이드 윗면 약 40% 코드를 전후로 하여 최대 마하수 1.0에까지 도달함을 볼 수 있다. 이러한 피크(peak)는 터빈 공력에 국부적으로 불안정성을 유발해 스톨(stall)의 원인이 된다. 따라서 목표 등마하수선도를 터빈에 걸리는 양력은 그대로 유지하되 전체적으로 완만한 압력분포를 보이도록 지정하였다(Figure 8에 원 'o' 부분). 역형상 설계기법은 두 단계로 나누어 수행하였다. 먼저 비점성 오일러 유동장에 대해 해석을 수행하여 약 5회 정도의 기하학적 형상수정을 가하였다. 등마하수선도 및 압력선도는 대부분 비점성 유동장 영역이 크게 영향을 미치므로 사실상 대부분의 형상정정은 이 때 이루어진다. 이후, 점성 유동장을 해석하여 매 2회 수치계산에 한 번씩 침투경계조건 및 형상수정을 수행하였다. 이때에 공간보존법칙(SCL)을 함께 풀어 격자점 속도를 구하였다. Figure 8의 실선이 이러한 역설계를 통해 구한 최종 터빈형상과 등마하수선도를 나타내고 있다. 목표 등마하수선도인 원 'o'와 역형상 설계결과인 실선이 잘 일치되고 있음을 볼 수 있다.

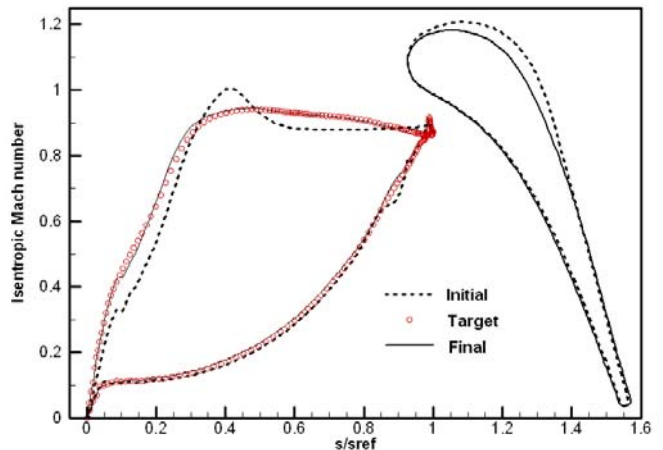


Figure 8 Inverse design of turbine cascade (Mexit=0.87, B-L turbulent)

Figure 9과 10에서는 각각 초기형상과 최종형상에서의 압력분포선도를 보여주고 있다. 초기형상 블레이드 윗면에서 좁은 영역에 분포된 마하수 1.0에 해당하는 가장 낮은 압력선(No. 1)이 최종형상에서는 사라지고 대신에 그보다 높은 압

력선(No. 2,3) 보다 넓게 분포된 형태를 볼 수 있다. 국부적인 최대압력(마하수 1.0)을 제거하고 이 보다 작은 압력으로 보다 완만하게 분포시키고자 하는 설계자의 의도가 반영된 결과라 할 수 있다. 이러한 역설계는 Pentium IV CPU 2.8GHz PC 에서 약 6시간 정도 수행된 결과이다.

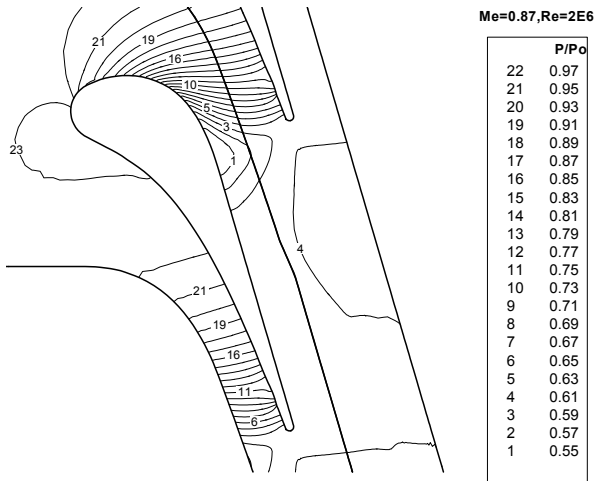


Figure 9 Pressure contours of initial geometry

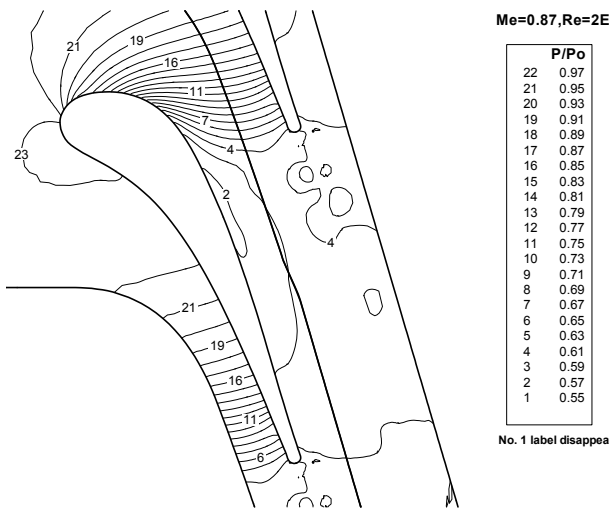


Figure 10 Pressure contours of final geometry

4. 결론

본 연구에서 증발(transpiration)개념을 이용한 침투경계조건과 준일차원 연속방정식을 도입한 기하학적 형상수정을 이용하여 2차원 Navier-Stokes 코드를 역형상 설계기법 코드로 개발하였다. 증발개념은 물체표면에 설계자가 원하는 압력을 직접 분포시켜 초기형상에서의 압력과 차이

를 계산하여 증발량과 흡입량을 결정한다. 이러한 증발과 흡입이 있는 물체는 새로운 유선흐름을 결정한다. 새로운 유선흐름은 블레이드 앞전에서 뒷전까지의 준일차원 연속방정식을 적용하여 계산되어지며 새로운 형상으로 대체된다. 이러한 반복계산의 수렴을 통해 설계자가 바라는 압력에 해당하는 기하학적 형상을 얻을 수 있다. 또한 격자점이 시간전진에 따라 움직이므로 효율성을 위해 공간보존법칙(SCL)을 별도로 풀어서 격자속도를 계산하였다.

코드의 검증을 위해서 첫 번째, 채널흐름 속에 있는 충격파를 제거하고자 하였다. 초기형상 유동장 내에 있는 강한 충격파는 역설계기법을 통해 제거되었으며 이에 해당되는 채널형상을 얻을 수 있었다. 두 번째, 상용터빈의 재설계를 수행하였다. 기존 터빈에서 발견된 국부적 최대마하수 1.0 근처의 영역을 제거하고 윗면의 압력분포를 보다 완만하게 분포시킴과 동시에 블레이드 파워를 유지하고자 하는 것이 설계의도이고 이를 바탕으로 목표마하수를 설정하였다. 역설계법 초기에는 비정상 해석을 통해 대부분의 형상수정을 수행하고 비점성 해석모드로 전환하여 점성경계층이 고려된 최종형상을 도출하였다. 이러한 개념을 이용한 역형상설계법은 기존의 CFD 코드를 그대로 이용하고 단지 경계조건만 변화하여 원하는 형상을 얻을 수 있다는 것이 큰 장점이다.

참고문헌

- (1) Pulliam, T. H. and Steger, J. L., 1980, "Implicit Finite-Difference Simulations of Three Dimensional Compressible Flows," *AIAA Journal*, Vol.18, No.2, pp.159-167.
- (2) 이은석, 2005, "내재적 이중시간 전진기법과 DADI 기법을 이용한 비정상 Navier-Stokes 코드 개발," 한국항공우주학회, 제33권 제9호, pp.34-40.
- (3) Leonard, O. and Demeuleleunaere, A., 1997, "A Navier-Stokes Inverse Method Based On a Moving Blade Wall Strategy," *ASME paper* 97-GT-416.
- (4) Obayashi, S., 1991, "Freestream Capturing for Moving Coordinates in Three Dimensions," *AIAA Journal*, Vol.30, No.4, pp.1125-1128