굽힘하중을 받는 준 카고메 트러스 샌드위치 판재의 파손선도와 최적설계변수의 도출

임채홍* · 전인수** · 강기주†

Failure Maps and Derivation of Optimal Design Parameters for a Quasi-Kagome Truss Sandwich Panel Subjected to Bending Moment

Chai-Hong Lim, In-Su Jeon, and Ki-Ju Kang

Key Words : PCM(Periodic Cellular Metal; 규칙적 다공질금속), Sandwich Plates(샌드위치 판재), Kagome Truss(카고메 트러스), Metal Expanding Process(확장금속망 공정)

Abstract

A new metallic sandwich panel with a quasi-Kagome truss core subjected to bending load has been analyzed. First, equations of the failure loads corresponding to the eight failure modes are presented. Then, non-dimensional forms of the equations are derived as functions of three geometric variables, one material parameter (yield strain), one load index and one weight index. Failure maps are presented for a given weight index. By using the dimensionless forms of equations as the design constraints, two kinds of optimization are performed. One is based on the weight, that is, the objective function, namely, the dimensionless load is to be maximized for a given weight. Another is based on the load, that is, the dimensionless weight is to be minimized for a given load. The results of the two optimization processes are found to agree each other. The optimized geometric variables are derived as a function of given weights or failure loads. The performance of the quasi-Kagome truss as the core of a sandwich panel is evaluated by comparison with those of honeycomb cored and octet truss cored panels

1. 서 론

최근 금속 구조재의 경량화를 위해서 다양한 샌드위치 판재의 제조법이 제안되고 있다. 여기에 사용되는 중간층(core) 소재로서 전통적인 발포금속[1] 뿐 아니라 허니컴(honeycomb), 격자구조금속, 딤플(dimple)형 금속판[2], 트러스형 구조재[3,4] 등 다양한 규칙적 다공질금속(Periodic Cellular Metal; 이하 PCM)이 고려되고 있다.

특히 트러스형 PCM은 내부가 개방(open cell)되어 있어 유체의 저장이나 이동통로, 배선 등의 용도뿐만 아니라 열전달체[5,6] 또는 구동기(actuator)[7,8]로도 사용될 수 있는 등 다기능성(multi-functionality)이 있어 높은 잠재성이 있는 것으로 평가되고 있다. 트러스형 PCM의 제조방법에 대한 문헌조사결과는 Lim 등 논문[9]에 자세히 기술되어 있다. 제조방법 중 이상적인 트러스 구조를 가지면서 대량생산성이 높을 것으로 기대되는 것 중의 하나로서 소위 'E&B트러스'가 있다. Fig. 1 은 E&B 트러스의 형상을 나타내고 있다.

널리 보급된 확장금속망(expanded metal)공정을 약간 개량하여 마름모와 삼각형이 조합된 패턴의 금속망을 만들고 이를 절곡하여 카고메(Kagome) 트러스와 유사한 구조를 만든 다음 상하에 면판(face sheet)을 부착하여 샌드위치판재를 완성한다. 자세한 공정은 참고문헌[10]에 기술되어 있다. Lim 등[9,11]은 E&B트러스 굽힘강도에 대한 간단한 이론과 시편의 제작과정 및 굽힘실험 결과를 보고하였다.

† 회원, 전남대학교 기계시스템공학부
E-mail : kjkang@chonnam.ac.kr
TEL : (062)530-1668 FAX : (062)530-1679
* 넥센타이어㈜
** 전남대학교 기계시스템공학부

한편 Wicks and Hutchinson[12,13]은 옥테트 트러스 중간층을 갖는 샌드위치 판재를 대상으로 여러가지 파손현상에 대응하는 최대하중 식을 유도하고 최대하중과 무게를 면판두께, 트러스요소 굵기, 중간층높이 등 각종 크기를 변수로하는 무차원해석을 수행하여 파손선도(failure map)을 도출하고 목적함수인 무게를 최소화하는 최적설계 방법을 제시하였다. 이들의 최대하중에 대한 이론식은 힘-모멘트 평형에 기반하여 유도되어 면판의 탄성좌굴 및 항복과 중간층 트러스의 좌굴 및 항복 등 4 가지 파손모드에만 국한 된다. 그러나 Ashby 등[14]의 발포금속 중간층을 갖는 샌드위치판재에 대한 해석결과에 따르면 위의 4 가지 모드 외에도 면판의 압입(indentation)과 두 가지 이상의 중간층 전단 파손모드가 있는 것으로 알려져 있다. Zok 등[15]과 Seong 등[16]은 유사한 방법을 각각 피라미드 트러스 중간층과 딤플금속판 중간층을 갖는 샌드위치판재의 최적화 설계에 적용한 바 있다.

최적화 설계를 도출하기 위한 방법으로서 Wicks and Hutchinson[12,13]는 전문적인 알고리즘을 사용하였고 Zok 등[15]과 Seong 등[16]은 최적 설계변수들이 파손선도(failure map) 상에서 면판의 좌굴, 면판의 항복 및 중간층의 파손 등 3 가지 파손모드의 삼중점에서 발생한다는 점에 착안하여 각 파손모드에 대응하는 최대하중식을 연립하여 풀이를 구하였다.

본 연구에서는 Wicks and Hutchinson[12,13]과 유사한 방법을 사용하여 E&B트러스 중간층을 갖는 샌드위치 판재의 최적화설계를 도출하고자 한다. 다만 다양한 파손모드를 고려하기 위해서 힘-모멘트 평형에 기반하지 않고 Ashby 등[14]과 같이 에너지평형에 기반하여 파손하중에 대한 이론식을 유도하였다. 최적화 설계 방법으로서 전문 최적화 알고리즘대신 가장 보편적인 사무용소프트웨어 중의 하나인 Microsoft Excel이나 단순 반복계산으로만 구성된 간단한 프로그램을 이용하였다.

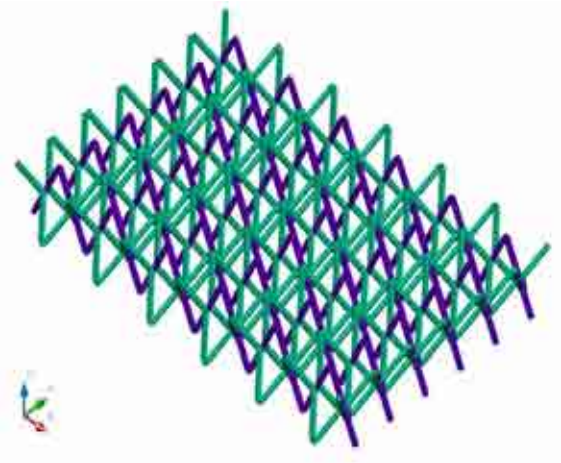


Fig. 1 E&B truss PCM

2. 이론해

2.1 E&B 트러스의 형상

Fig. 2(a) 와 2(b)는 각각 E&B 트러스 중간층을 갖는 샌드위치 판재와 트러스 단위셀의 형상을 나타내고 있다. 여기서 트러스 경사각은 $\theta = \alpha = 60^o$ 으로 고정되어 사면체를 구성하는 트러스 요소 중 하나는 약간 짧으며, 그 길이 L_{c1} 는 나머지 두 트러스 요소의 길이, L_{c2} 와 $L_{c1} = \frac{\sqrt{3}}{2} L_{c2}$ 의 관계를 갖는다. 또한 짧은 요소의 폭 b_1은 나머지 두 개 요소의 폭 b_2 보다 $b_1 = \sqrt{3} b_2$ 만큼 크게 되어 압축하중 작용 시 같은 응력 수준의 응력이 발생하도록 설계되었다.

2.2 파손하중

샌드위치 판재에 굽힘이 작용할 때 파손하중을 결정하기 위해서 트러스 요소는 이상적인 볼조인트로 연결되어 축방향 반력만 발생한다고 가정한다. 먼저 E&B 트러스 중간층을 균질한(homogenous) 재료라고 간주하고 등가 압축항복응력과 등가 전단항복응력을 구하면 다음과 같다.

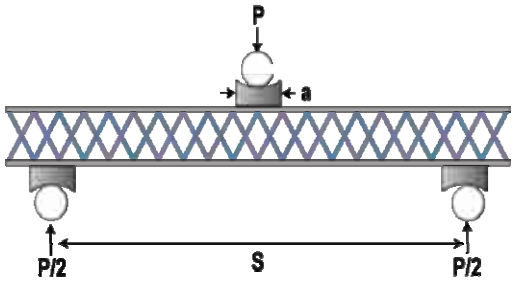
$$\sigma_y^c\big|_{elasticbuckling} = \frac{\sqrt{3}\pi^2 E b_2 t_c^3}{6 L_{c2}^4},$$

$$\sigma_y^c\big|_{yielding} = \frac{2\sqrt{3} b_2 t_c \sigma_o}{L_{c2}^2},$$

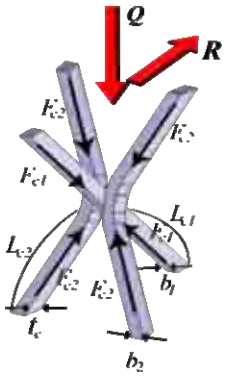
$$\tau_y^c\big|_{\text{elastic } buckling} = \frac{\pi^2 E b_2 t_c^3}{6 L_{c2}^4}, \qquad (1)$$

$$\tau_y^c\big|_{yielding} = \frac{2 b_2 t_c \sigma_o}{L_{c2}^2}.$$

여기서 σ_o 와 E는 각각 소재의 항복응력과 Young 계수이며, t_c는 트러스를 만드는 원소재인 금속판의 두께이다. 트러스 요소의 2 가지 파손현상, 즉 탄성좌굴과 항복 또는 소성좌굴에 대응하여 압축과 전단에 각각 2 가지 등가항복응력이 정의되었다. 트러스 요소와 같은 가늘고 긴 부재는, 만일 그 재료가 항복점 전후에 명백히 다른 거동을 한다면, 탄성좌굴 전에 항복점에 도달하는 경우 항복과 동시에 소성좌굴을 하게 된다. 식(1)에서 흥미로운 점은 E&B 트러스가 마치 von-Mises 항복조건을 따르는 균질재료인 것처럼 등가 압축항복응력과 등가 전단항복응력 사이에 $\sigma_y^c = \sqrt{3}\,\tau_y^c$ 의 관계가 성립한다는 것이다. 이것이 아래에 기술된 파손하중을 계산하는 과정에서 각각의 트러스 요소에 발생하는 반력의 직접 계산하지 않고 균질재료로 가정하여 에너지평형 접근법을 사용한 이유이기도 하다.



(a)



(b)

Fig. 2 Configurations of (a) a sandwich panel with the E&B truss PCM core, and (b) a unit cell of the E&B truss

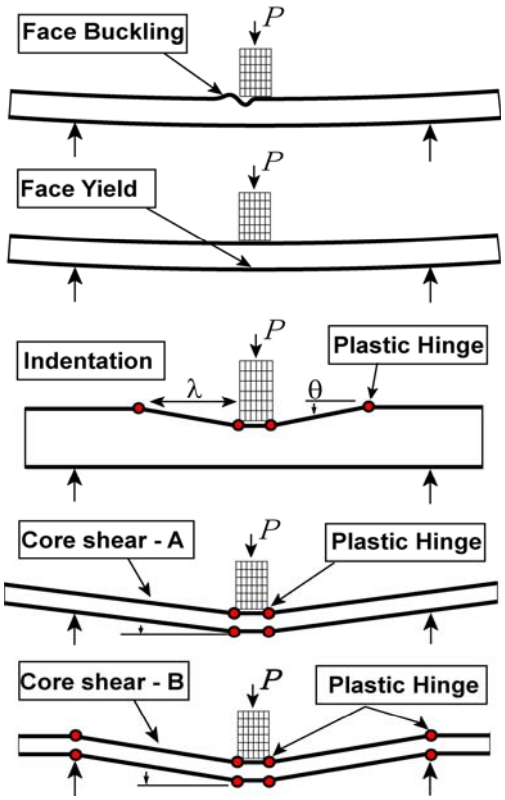


Fig. 3 failure mechanisms of a sandwich panel with low density core

저밀도 중간층을 갖는 샌드위치 판재는 3 점굽힘 하에서 Fig. 3 과 같은 5 가지 파손모드를 갖는다[14]. 그것은 면판의 탄성좌굴, 면판의 항복 또는 소성좌굴, 면판압입, 중간층 전단-모드A, 중간층 전단-모드B이다. 면판의 좌굴과 항복을 제외하고, 각 모드에 대한 파손하중을 결정하기 위한 방법으로는 중간층 트러스요소에 걸리는 하중을 직접 계산하는 방법과 에너지평형을 고려한 방법 등 2 가지가 있다. 전자는 면판압입이나 중간층 전단의 A, B모드를 고려할 수 없는 단점이 있다. 본 연구에서는 E&B트러스가 다른 트러스에 비하여 트러스 요소가 보다 촘촘히 배열되어 균질재료로 취급하는 데 큰 무리가 없다는 점을 고려하여 에너지 평형법을 이용하였다. 식(1)의 등가항복응력을 이용하여 아래와 같은 파손하중 공식을 얻을 수 있었다. 먼저 면판의 탄성좌굴 및 항복/소성좌굴에 대하여는

$$P_f = \frac{4Bt_f(H_C + t_f)}{S-a}\sigma_y^f \,, \tag{2a}$$

$$\sigma_y^f = \left(1+r^2\right)^2 \frac{\pi^2 E_f}{12(1-\nu_f{}^2)} \frac{t_f^2}{(L_{c2}\sin\alpha)^2}$$

$$= \sigma_o \,,$$

이며 면판 압입에 대해서는

$$P_I = 2Bt_f\sqrt{\sigma_y^c \sigma_o} + Ba\sigma_y^c, \tag{2b}$$

중간층 전단 모드-A 와 B 에 대해서는 각각

$$P_A = \frac{2Bt_f^2}{S-a}\sigma_o + 2BH_c\left(1+\frac{2D}{S-a}\right)\tau_y^c, \tag{2c}$$

$$P_B = \frac{4Bt_f^2}{S-2a}\sigma_o + 2BH_c\tau_y^c \tag{2d}$$

이다. 이 식들은 참고문헌[14]에서 인용한 것으로 굽힘지그의 접촉부 폭 a을 고려하여 약간 수정된 것이다. 식(2a)의 면판의 탄성좌굴응력 σ_y^f 식은 Ugural[17]이 제시한 것이다. 여기서 r 판의 측면에서 본 폭 B 대비 트러스 간격 L_{s1}의 비 $r = L_{s1}/B$ 이다. 만일 이 비율이 r <1/3 이면 $\left(1+r^2\right)^2 \approx 1$로 그 영향은 무시된다. E_f, ν_f는 각각 면판의 Young계수와 Poisson의 비이며 H_c는 중간층높이, S는 굽힘지그 하부 지지점사이의 거리(span), t_f는 면판의 두께, D는 오버행(overhang)이다.

식(1)에서 등가항복응력 σ_y^c과 τ_y^c에 트러스 요소의 두 가지 파손모드를 고려하여 각각 두 가지 응력이 정의되는 것을 감안하면 식(2b)~(2d)의 세 파손모드는 각각 트러스요소의 탄성좌굴에 의한

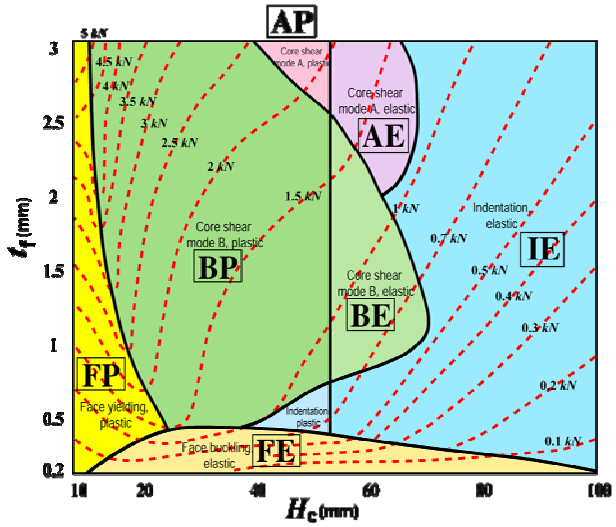


Fig. 4 Failure map of the sandwich panel with the E&B truss core of the core truss thickness t_c=1mm

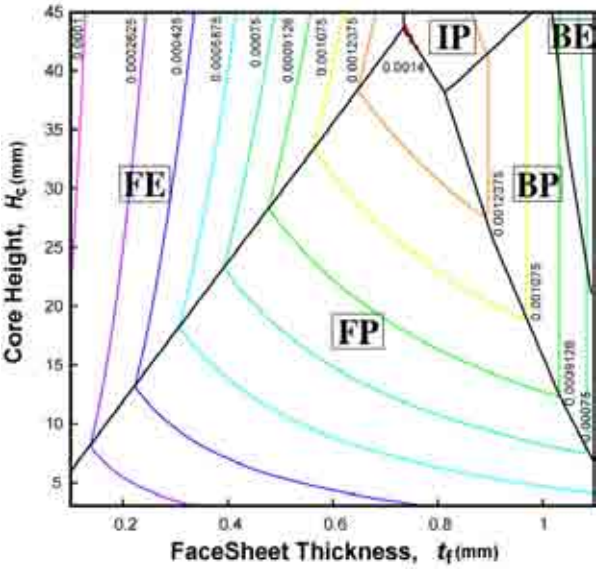


Fig. 5 Dimensionless failure map of the sandwich panel with the E&B truss core for a given weight index Ψ=0.02

것과 항복/소성좌굴에 의한 것으로 구분될 수 있다. 기하학적 변수가 주어지면 식 (2)에 대입하여 총 8 가지의 파손하중이 계산될 수 있고 이중 최소값이 실제 발생할 가능성이 있는 (physically admissible) 파손모드에 대한 파손하중이 된다. Fig. 4 는 중간층 트러스 굵기 t_c=1mm일 때 식 (2)에 따라 예측된 파손선도(failure map)의 예를 나타내고 있다. 면판의 두께 t_f와 중간층높이 H_c에 의존하여 위에서 언급된 다양한 파손모드가 발생함을 알 수 있다.

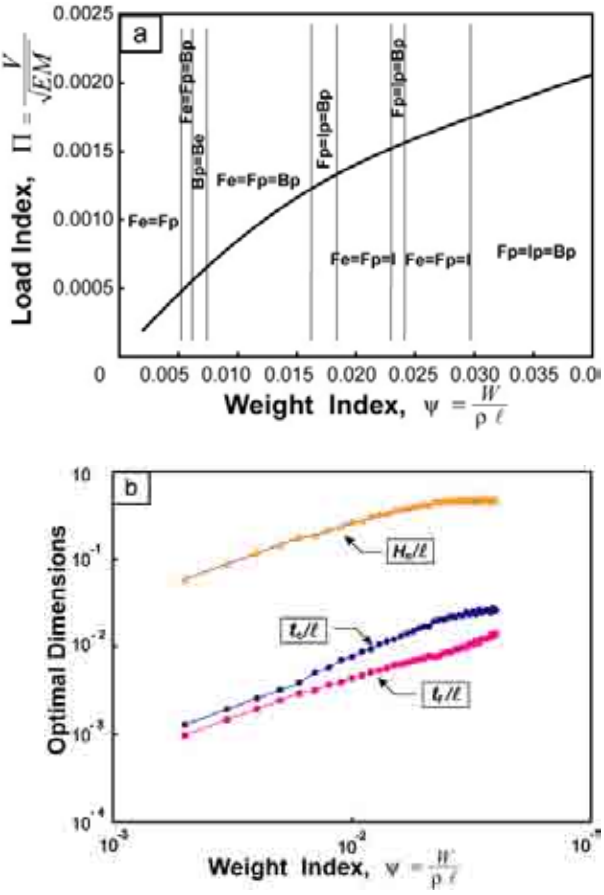


Fig. 6 (a) Maximum of failure load index Π_{max} and (b) optimized geometric variables, $x_1=t_f/l$, $x_2=H_c/l$, $x_3=t_c/l$ determined for given weight indices, Ψ

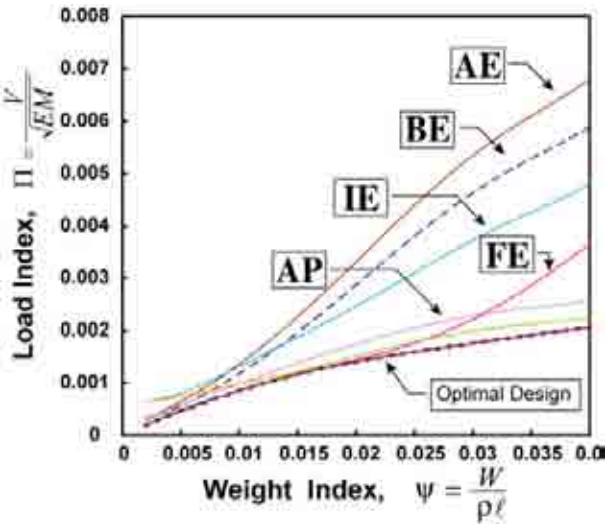


Fig. 7 Plots of Π-Ψ for various failure mechanisms when the panel has the same geometry as those shown in Fig. 6(b)

3. 최적화

굽힘하중을 받는 E&B 트러스 중간층을 갖는 샌드위치 판재의 최적화설계를 도출하기 위해서 Wicks & Hutchinson[12,13]의 무차원해석 기법을 이용하였다. 먼저 다음과 같은 5 개의 기하학적 무차원 변수를 정의하였다.

$$\vec{x} \equiv (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \left(\frac{t_f}{\ell}, \frac{H_c}{\ell}, \frac{t_c}{\ell}, \frac{a}{\ell}, \frac{D}{\ell} \right)$$

여기에서 l은 최대 모멘트M과 최대 전단력V 비(ratio) $l=M/V$이다. 위 변수를 이용하여 식 (2)의 8 가지 파손하중 식은 Table 1 과 같은 무차원구속조건으로 변환될 수 있다. Table 1 에는 각 파손모드에 대한 약자(abbreviation)도 함께 표시되어 있다. 이 구속조건 식들에는 한 개의 무차원 재료변수 σ_0/E와 한 개의 무차원 하중변수 $\Pi = V/\sqrt{EM}$ 이 포함된다. 본 연구에서는 5 개의 기하학적 변수 중 $x_4=a/l$과 $x_5=D/l$은 고정하고 나머지 3 개의 변수 $(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{t_f}{\ell}, \frac{H_c}{\ell}, \frac{t_c}{\ell} \right)$ 에 대하여 무차원 무게변수 $\Psi = \frac{W}{\rho \ell} = 2\left(x_1 + \frac{7\sqrt{3}}{2} \frac{x_3^2}{x_2} \right)$ 와 하중변수 Π를 계산하였다.

두 가지 최적화 설계방법이 사용되었다. 하나는 무게 Ψ를 기준으로 위의 8 개의 구속조건 하에 파손하중을 최대화하는 설계를 도출하는 것이다. 이를 위하여 트러스 요소 굵기 $x_3=t_c/l$를 위의 Ψ와 세 기하학적 변수 사이의 관계식를 이용하여 소거하고 x_1과 x_2를 좌표로 파손선도를 작도할 수 있다. Fig. 5 는 Ψ=0.02 인 경우 파손 선도를 나타내고 있다. 여기에는 t_f=0.1~3mm, H_c=3~50mm 범위에서 파손하중에 대한 등고선과 각 파손영역이 표현되어 있다. 최대파손 하중은 면판의 탄성좌굴(FE)과 면판의 항복/소성좌굴(FP) 및 면판의 소성압입(IP)의 삼중점(triple point)인 t_f=0.75mm, H_c= 43mm에서 발생한다. 마찬가지 방법으로 여러가지 주어진 Ψ 값에 대하여 최대파손하중을 주는 t_f와 H_c 를 결정할 수 있다. Fig. 6(a)는 무게변수 Ψ의 함수로 구해진 최대파손하중 Π_{max} 를 나타내고 있다. 여기에는 최대파손하중이 실현되는 파손모드가 Table 1 에 정의된 약자로 표현되어 있다. 대부분 최대파손하중은 세 파손모드의 3 중점에서 나타나나 두 파손모드의 경계선에서 나타나는 경우도 있다. Fig. 6(b)는 무게변수 Ψ의 함수로 구해 진 $x_1=t_f/l$, $x_2=H_c/l$, $x_3=t_c/l$ 의 최적설계값을 나타내 고 있다.

무게가 Ψ<0.007 만큼 낮으면 세 기하학적변수는 양대수 좌표 상에서 선형이나 이보다 커지면 비선형이 된다. Fig. 7 은 샌드위치 판재가 Fig. 6(b)와 같은 크기를 가질 때 8 가지 파손 모드 각각에 대한 파손하중 Π를 무게변수 Ψ의 함수로 나타내고 있다. Π-Ψ선도의 하한경계(lower bound)가 다른 최적화 설계방법은 파손하중을 기준으로 Fig. 6(a)의 Π_{max}-Ψ선도와 같음을 알 수 있다.

다른 최적화 설계방법은 파손하중을 기준으로 하는 것이다. 즉, 하중 Π 가 주어졌을 때 무게 $\Psi = W/\rho l$ 를 최소화하도록 설계하는 것이다. 주

Table 1 Dimensionless forms of constraints due to several failure modes and abbreviations of the failure modes

	Elastic buckling	Yielding or plastic buckling
Face sheet buckling or yielding	$\left(\frac{V^2}{EM}\right)\left(\frac{4(1-\nu^2)}{(1+r^2)^2\pi^2}\right)\frac{x_2^2}{x_1^3(x_1+x_2)} \le 1$ **FE**	$\left(\frac{V^2}{EM}\right)\left(\frac{E}{\sigma_0}\right)\frac{1}{x_1(x_1+x_2)} \le 1$ **FP**
Indentation	$\left(\frac{V^2}{EM}\right)\left[\frac{3\pi}{2\sqrt{2}}\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\frac{\sigma_0}{E}\right)^{1/2}\frac{x_1x_3^2}{x_2^2}+\frac{27\sqrt{3}\pi^2}{64}\frac{x_4x_3^4}{x_2^4}\right]^{-1} \le 1$ **IE**	$\left(\frac{V^2}{EM}\right)\left(\frac{E}{\sigma_0}\right)\left[\left(\frac{9\sqrt{3}}{2}\right)^{1/2}\frac{x_1x_3}{x_2}+\frac{9\sqrt{3}}{4}\frac{x_4x_3^2}{x_2^2}\right]^{-1} \le 1$ **IP**
Core shear -mode A	$\left(\frac{V^2}{EM}\right)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_0}{E}\right)x_1^2+\frac{27\pi^2}{32}(1+x_5)\frac{x_3^4}{x_2^3}\right]^{-1} \le 1$ **AE**	$\left(\frac{V^2}{EM}\right)\left(\frac{E}{\sigma_0}\right)\left[\frac{x_1^2}{2}+\frac{9}{2}(1+x_5)\frac{x_3^2}{x_2}\right]^{-1} \le 1$ **AP**
Core shear - mode B	$\left(\frac{V^2}{EM}\right)\left[\left(\frac{\sigma_0}{E}\right)\frac{2x_1^2}{x_6-2x_4}+\frac{27\pi^2}{32}\frac{x_3^4}{x_2^3}\right]^{-1} \le 1$ **BE**	$\left(\frac{V^2}{EM}\right)\left(\frac{E}{\sigma_0}\right)\left[\frac{2x_1^2}{x_6-2x_4}+\frac{9}{2}\frac{x_3^2}{x_2}\right]^{-1} \le 1$ **BP**

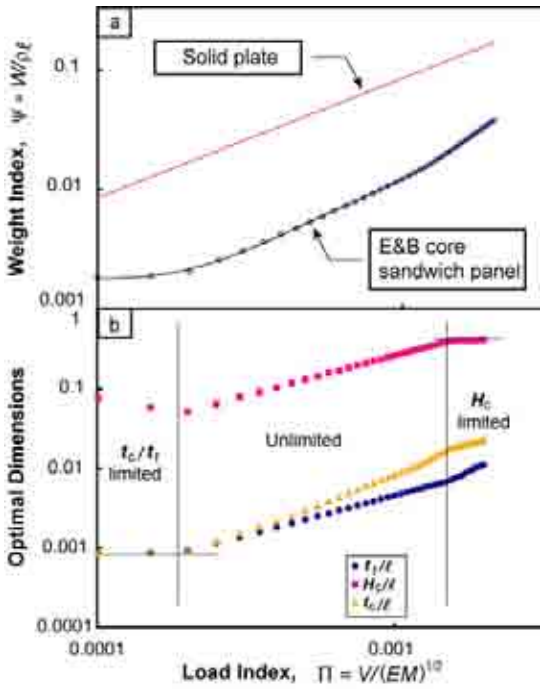


Fig. 8 (a) Minimum of weight index $\Psi_{\min}$ and (b) optimized geometric variables, $x_1=t_f/l$, $x_2=H_c/l$, $x_3=t_c/l$ determined for given load indices, Π

어진 Π에 대하여 기하학적 변수의 전체범위 내에 있는 조합 $\{x_1, x_2, x_3\}$ 각각에 대하여 Table 1 의 8 개 구속조건을 만족하는지 차례로 조사하고 모든 구속조건을 통과한 조합만을 '선택공간' (selected space)에 넣은 후 선택공간 내 각각의 조합에 의한 시편의 무게 Ψ 를 비교하여 최저값을 주는 조합을 최적설계값으로 선택한다. Fig. 8(a)는 이렇게 구해진 최저 무게변수 $\Psi_{\min}$ 을 양대수 좌표상에서 Π의 함수로 나타내고 있다. 여기에는 같은 물질로 된 균질판재에 대한 Ψ-Π 관계식[18],

$$\Psi = \left(\frac{6E}{\sigma_o}\right)^{1/2} \frac{V}{\sqrt{EM}} \tag{3}$$

도 함께 표시되어 있다. Fig. 8(b)는 Fig. 8(a)와 같은 수평축에 최적 기하학적 변수를 나타내고 있다. 중간 수준의 하중에 대해서는 기하학적 변수들이 양대수 좌표 상에서 하중과 선형비례 관계를 갖으나 양극단 수준의 하중에서는 그렇지 못하다. 이것은 Zok 등[15]의 피라미드 트러스 중간층이나 Seong 등[16]의 딤플금속판 중간층을 갖는 샌드위치 판재에 대한 최적 설계변수 들이 양대수 좌표상에서 하중 수준에 관계없이 선형비례하는 것과는 다른 경향이다. 이것은 본 연구에서는 기하학적 변수에 대한 실용적인 한계를 설정했었기 때문이다. 즉, H_c를 제한하지 않으면 하중 증가에 따라 너무 커져서 시편을 얇고 넓은 판재로 취급할 수 없게 되기 때문에 그 50mm 이하로 제한하고, t_f와 t_c는 샌드위치 판 제조에 사용될 박판의 최저두께를 0.1mm로 제한하였기 때문이다.

4. 결 론

E&B 트러스 중간층을 갖는 샌드위치 판재의 최적화 설계를 위하여 에너지평형에 기반하여 파손하중에 대한 이론식을 유도하고 무차원 해석을 수행하였다.

전문 최적화 알고리즘대신 보편적인 사무용소프트웨어인 Microsoft Excel 이나 단순 반복계산으로만 구성된 간단한 프로그램을 이용하여 성공적인 최적화가 가능하다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 국가지정연구실사업 (R0A-2006-000-10249-0)지원을 받아 수행하였습니다. 관계자 여러분께 감사 드립니다

참고문헌

(1) Bart-Smith, H., Hutchinson, J.W., Evans, A.G., 2001, "Measurement and Analysis of the Structural Performance of Cellular Metal Sandwich Construction," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.43, pp.1945-1963.

(2) Deshpande, V.S. and Fleck, N.A., 2003, "Energy Absorption of an Egg-Box Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.51, pp.187-208.

(3) Wadley, H.N.G., Fleck, N.A., and Evans, A.G., 2003, "Fabrication and Structural Performance of Periodic Cellular Metal Sandwich Structures," *Composite Science and Technology*, Vol.63, pp.2331-2343.

(4) Sypeck, D.J. and Wadley, H.N.G., 2001, "Cellular Metal Truss Core Sandwich Structures," *Proceedings of the 2nd International Conference on Cellular Metals and Metal Foaming Technology (MetFoam 2001)* edited by J. Banhart, M.F. Ashby, N.A. Fleck, pp.381~386.

(5) Kim, T., Zhao,, C.Y., Hodson, H.P. and Lu, T.J., 2004, "Convective Heat Dissipation with Lattice-Frame Materials, *Mech. Mater.* Vol.36, pp.767–780.

(6) Kim, T., Hodson, H.P. and Lu, T.J., 2004, "Fluid-Flow and Endwall Heat-Transfer Characteristics of an Ultralight Lattice-Frame Material," *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol.**47**, pp.1129–1140.

(7) Lu, T.J., Hutchinson, J.W. and Evans, A.G., 2001. Optimal design of a flexural actuator. *J. Mech. Phys. Solids* **49**, pp. 2071–2093.

********** 이 하 생 략 **********