

# 샌드위치 구조물 내에서의 응용과 관련된 2차원 단위 셀 형상을 지닌 심재에 대한 연구

김범근<sup>†</sup> · R.M. Christensen<sup>\*</sup>

## Two-dimensional isotropic patterns for core materials in applications to sandwich structures

Beomkeun Kim and R. M. Christensen

Key Words: Sandwich structures(샌드위치 구조물), Core materials(심재), Flexibility(유연성), Strength(강도), 2D-cellular materials(2차원 단위 셀 형상을 가진 심재)

### Abstract

The mechanical characteristics of three types of core with two-dimensional isotropic patterns-triangular, hexagonal and starcell-were studied in applications to sandwich structures. The Young's modulus and shear modulus were calculated for the three core types in the direction normal to the faces. The compressive buckling strength and shear buckling strength were calculated by modeling each cell wall of the core as a plate under compressive or shear load. To verify this model, tests were conducted on scaled specimens to measure the compressive buckling strength of each core. The bending flexibilities of the three cores were also studied. Compliances for the three cores were measured using biaxial flexural tests. The three isotropic core patterns exhibited distinct characteristics. In the direction normal to the faces, all three cores had the same stiffness. However, the starcell core exhibited high flexibility compared to the other cores, indicating potential for application to curved sandwich structures.

### 기호설명

$A_{e, starcell}$ ,  $A_{e, honeycomb}$ : 심재의 단면적  
 $A_{w, starcell}$ ,  $A_{w, honeycomb}$ : 심재의 벽면의 단면적  
 $b$ : 심재의 두께  
 $c$ : 상대밀도  
 $E, E_i$ : 영률계수  
 $E_m$ : 심재재료의 영률계수  
 $G, G_{ij}$ : 전단탄성계수  $i, j = 1, 2, 3$  ( $i \neq j$ )  
 $G_m$ : 심재 모재의 전단탄성계수

$K$ : 평면탄성계수  
 $k$ : 체적탄성계수  
 $K_m, K_s$ : 상수  
 $l$ : 셀벽의 길이  
 $M, M_i$ : 모멘트;  $i = 1, 2$   
 $P_{cr}$ : 평면압축좌굴하중  
 $Q_{cr}$ : 평면전단좌굴하중  
 $t$ : 셀벽의 두께  
 $\beta_m, \beta_s$ : 상수  
 $\rho$ : 심재의 밀도  
 $\rho_m$ : 심재물질의 밀도  
 $\gamma, \gamma_{ij}$ : 전단변형률;  $i, j = 1, 2, 3$  ( $i \neq j$ )  
 $\alpha, \alpha_i$ : 응력;  $i = 1, 2, \dots, 6$   
 $\sigma_{cr}$ : 평면의 압축좌굴강도  
 $\tau, \tau_{ij}$ : 전단응력;  $i, j = 1, 2, 3$  ( $i \neq j$ )

<sup>†</sup> 인제대학교 기계자동차공학부  
 E-mail : mechkbk@inje.ac.kr  
 TEL : (055)320-3439 FAX : (055)320-3439  
<sup>\*</sup> Aeronautics & Astonautics, Stanford Univ.

$\nu_m$  : 심재물질의 포아송비

$\nu_{ij}$  : 포아송비  $i, j = 1, 2, 3$  ( $i \neq j$ )

## 1. 서론

근래에는 기존의 금속재료에 견줄만한 높은 기계적 특성을 가지면서 무게를 크게 저감시킬 수 있는 샌드위치 구조물에 대한 요구가 증대되고 있다. 전형적인 샌드위치 구조물은 탄소섬유 또는 에폭시(epoxy) 등으로 만들어진 외피(skin)사이를 노멕스(Nomex)나 알루미늄으로 만들어진 가벼운 심재(core material)로 부착하여 제작한다.

육각형 심재와 같이 2차원의 단위 셀 형상을 가진 심재는 단위 셀의 벽들이 샌드위치 외피들과 수직으로 견고하게 부착되므로 샌드위치 구조물의 심재로서 적합하다. 육각형 심재는 횡적 등방성을 가지고 있다. 삼각형의 단위 셀로 구성된 심재도, 여섯 개의 삼각형을 결합하여 고려하면, 횡적 등방성을 가지고 있으나 널리 사용되고 있지는 못하다.

샌드위치 구조물은 많은 구조물의 곡면에도 적용된다. 육각형 심재의 경우, 곡면에 적용하려 하면 안장 모양(anti-clastically)으로 구부러지는 경향성을 가지고 있어 곡면에 맞도록 쉽게 변형시키는 것이 힘들다. Lakes[1]는 연구를 통하여 높은 유연성을 지닌 심재를 제안하였고, Hexel Corp.사의 Flexcore®도 높은 유연성을 나타내고 있으나, 모두 등방성을 가지고 있지 않다.

Christensen[2]은 Fig. 1과 같이 횡적 등방성을 가진 새로운 형상의 심재(본 연구 논문에서는 starcell 심재라 명함)를 고안하였으며, 이 심재가 육각형 심재와는 달리 유연성을 가지고 있다고 예측하였다.

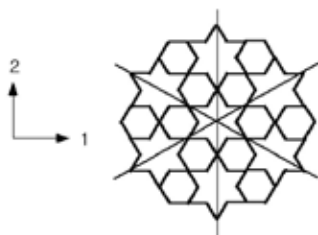


Fig. 1. Hexagonal symmetry of the starcell core

Kelsey[3]등은 육각형 심재의 특성을 분석하였으나, 주로 항공기에 사용되는 심재의 전단 거동에 관한 것이었다. Gibson과 Ashby[4]는 육각형 심재의 거동과 변형에 관한 광범위한 연구를 수행하여, 기계적 선형 특성 및 3축 방향의 단축 좌굴 특성도 분석하였다. 본 연구 논문에서는 횡적 등방성을 가진 세 가지 심재, 육각형 심재, 삼각형 심재와 starcell 심재에 대하여 유연성을 포함한 샌드위치 구조물 내에서의 응용과 관련된 기계적 특성을 비교 분석하였다. 세 심재의 특성 비교를 위하여 Gibson과 Ashby가 사용한 분석 방법을 도입하였다.

## 2. 상대밀도와 좌표계

횡적 등방성을 가진 심재들은 기하학적인 규칙성이 존재하는 평면을 가지고 있으며, 이러한 평면을 조사해보면 규칙성을 발생시키는 단위 셀을 찾을 수가 있다. 육각형 심재와 삼각형 심재는 하나의 육각형 셀과 삼각형 셀이 각각 단위 셀이 되고, starcell 심재의 경우에는 하나의 별 모양의 셀과 두개의 육각형 셀이 단위 셀에 해당된다(Fig. 2).

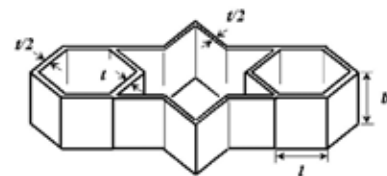


Fig. 2. Unit cell of the starcell core

심재의 특성을 정의하는데 있어서 가장 중요한 변수는 상대밀도,  $c$ 이다. 상대밀도  $c$ 는 무차원수로서 식 (1)와 같이 정의되어진다.

$$c = \frac{\rho}{\rho_m} \quad (1)$$

식 (1)에서  $\rho$ 는 심재의 밀도를 나타내고,  $\rho_m$ 은 셀을 만들 때 사용된 재료의 밀도를 나타낸다. 2차원의 단위 셀 형상을 가진 심재의 상대밀도는 단위 셀 벽면의 단면적  $A_w$ 를 단위 셀의 면적  $A_c$ 로 나눈 값이다. 예를 들면, starcell 심재의 상대밀도는 다음과 같다.

$$c = \frac{A_{m,starcell}}{A_{s,starcell}} = \frac{12t}{6\sqrt{3}l^2} = \frac{2t}{\sqrt{3}l} \quad (2)$$

같은 방법으로 육각형 심재와 삼각형 심재의 상대밀도를 계산할 수 있다[3].

2차원의 단위 셀 형상을 가진 심재의 기계적 특성을 고려하기 위하여 면내(in-plane) 방향과 축(out of plane) 방향으로 구분할 필요가 있다. 본 연구에서는 좌표계를 Fig. 1과 같이 설치하여 축1과 축2에 의하여 만들어진 평면 내에서의 특성을 면내 방향의 특성, 축3의 방향으로의 특성을 축방향 특성이라 하기로 한다.

### 3. 심재의 기계적 특성

샌드위치 구조물 내의 심재는 축 방향으로 높은 강성 및 강도를 가지고 있어야 하고 전단력도 감당할 수 있어야 한다. 세 종류의 심재들에 대하여 심재의 주요 기능의 척도가 되는 네 가지 기계적 특성을 분석하면 다음과 같다.

#### 3.1 축 방향 탄성계수 $E_3$ 와 전단계수 $G_{31}$

Starcell 심재의 탄성계수를 계산하기 위하여, 무한 크기의 starcell 심재가 축 방향 평균 응력  $\sigma_{avg}$ 를 받고 있다고 가정한다. Starcell 심재의 축 방향 탄성계수는, 무한 크기의 starcell 심재가 축 방향 평균 응력  $\sigma_{avg}$ 를 받고 있을 때, 평균 응력-변형을 선도의 선형 구간에서의 기울기가 된다. 단위 셀을 이용하여 starcell 심재의 탄성계수를 계산하여 보면(Fig. 3), 상대밀도  $c$ 를 이용하여 다음과 같이 간단하게 정리할 수 있다[4].

$$E_3 = \frac{A_{m,starcell}}{A_{s,starcell}} E_m = cE_m \quad (3)$$

심재의 축 방향 전단 계수  $G_{31}$ 도 단위 셀을 이용하여 starcell 심재의 축 방향 전단 계수를 계산하여 보면, 식 (4)과 같이 표현할 수 있다[5].

$$G_{31} = \frac{A_{m,starcell}}{2A_{s,starcell}} G_m = \frac{1}{2} cG_m \quad (4)$$

육각형 심재와 삼각형 심재의 축 방향 탄성계

수와 전단 계수도 starcell 심재의 경우와 같은 방법으로 산출할 수 있다[4]. 세 종류의 심재의 탄성 계수와 전단 계수를 Table 1에 나타낸다.

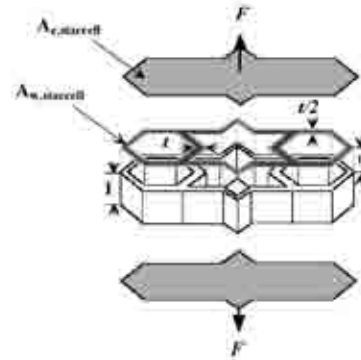


Fig. 3. Star unit cell under out of plane loading

Table 1. The out of plane Young's modulus, shear modulus of three cores

Core types	$E_3/E_m$	$G_3/G_m$
Triangular core	$c$	$c/2$
Hexagonal core	$c$	$c/2$
Starcell core	$c$	$c/2$

#### 3.2 축 방향 압축 강도 및 전단 강도

무한 크기의 심재를 고려하고 심재의 셀 벽들이 임계 좌굴 응력 점에서 동시에 좌굴 변형을 일으킨다고 가정한다. 무한 크기의 starcell 심재내의 모든 셀 벽들은 하나의 별 모양 셀과 하나의 육각형 모양의 셀에 의하여 공유되어지고 있으므로, 임계 압축 응력  $\sigma_c$ 과 셀 벽에 가해지는 하중  $P_c$  사이에 관계식을 설정할 수 있다(Fig. 4).

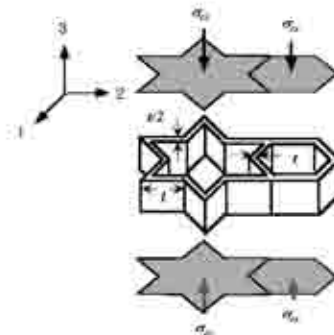


Fig. 4. A star cell and a hexagonal cell under out of plane compressive load

따라서 심재가 좌굴 거동을 일으킬 때의 임계 압축 응력을 구하는 것은 적절한 경계조건을 가진 판재가 좌굴 변형을 일으키는 임계하중  $P_{cr}$ 을 계산하는 문제로 단순화되어 질 수 있다. 셀 벽면의 경계면 중 하중 방향에 수직인 경계면은 단순지지 조건으로 가정한다. 하중 방향에 평행인 경계면은 고정지지 조건을 상한치로 단순지지 조건을 하한치로 설정하면, 셀 벽이 좌굴 거동을 일으킬 때의 임계하중은 다음과 같은 표준 해를 통하여 구할 수 있다[5].

$$P_{cr} = \frac{K_n \pi^2 E_m}{12(1-\nu_m^2)} \frac{t^3}{l} \quad (5)$$

따라서 임계 압축 응력  $\sigma_{cr}$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{cr} = \frac{3P_{cr}}{A_{e,hexagonal}} = \frac{3}{4} \frac{K_n \pi^2}{12} \frac{E_m}{(1-\nu_m^2)} c^3 \quad (6)$$

여기서  $K_n$ 은 셀 벽의 치수와 경계조건에 관련된 상수이다[6].

Starcell 심재의 전단 좌굴 강도를 계산하기 위하여, 압축 좌굴 강도의 경우와 같이 무한 크기의 심재를 고려한다. 전단력을 받는 심재에서는 하중의 방향과 평행인 셀 벽이 가장 먼저 좌굴 변형을 일으키고, 그 주변의 셀 벽들도 곧이어 좌굴 변형을 하게 된다. 그러므로 심재의 전단 좌굴 강도는 압축 좌굴 강도의 경우와는 달리 어떤 하나의 셀 벽이 좌굴 거동을 일으킬 때의 응력을 임계 좌굴 응력으로 정의하기로 한다.

Starcell 심재의 축 방향 전단 좌굴 강도는 전단 응력  $\tau_{cr}$ 를 받고 있는 별 모양의 셀과 육각형 셀을 고려하여 계산할 수 있다. 이러한 하중 조건 하에서는 전단력의 방향과 평행인 가운데 셀 벽이 가장 먼저 좌굴 변형을 일으킬 것이다.

압축 좌굴 강도 계산 시와 같이 셀 벽의 경계조건을 설정하면, 셀 벽이 전단 좌굴 거동을 일으킬 때의 임계하중은 다음과 같은 표준해를 통하여 구할 수 있다[5].

$$Q_{cr} = \frac{K_s \pi^2 E_m}{12(1-\nu_m^2)} \frac{t^3}{l} \quad (7)$$

임계 전단 응력  $\tau_{cr}$ 과 좌굴 거동을 가장 먼저 일으킬 가운데 셀 벽면에 가해지는 하중  $Q_{cr}$ 사이의 관계식을 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_{cr} = \frac{3Q_{cr}}{2A_{e,hexagonal}} = \frac{3}{8} \frac{K_s \pi^2}{12} \frac{E_m}{(1-\nu_m^2)} c^3 \quad (8)$$

여기서  $K_s$ 는 셀 벽의 치수와 경계조건에 관련된 상수이다.

육각형 심재와 삼각형 심재의 축 방향 압축 좌굴 강도와 전단 좌굴 강도도 starcell 심재의 경우와 같은 방법으로 산출할 수 있다. 세 가지 심재의 축 방향 압축 좌굴 강도와 전단 좌굴 강도를 Table 2에 나타낸다.

Table 2. Out of plane normal buckling strengths and shear buckling strengths of three cores ( $\beta_n, \beta_s$ : constant)

Core types	$\sigma_{cr}$	$\tau_{cr}$
Triangular core	$\frac{1}{9} \beta_n \frac{E_m}{1-\nu_m^2} c^3$	$\frac{1}{9} \beta_s \frac{E_m}{1-\nu_m^2} c^3$
Hexagonal core	$\beta_n \frac{E_m}{1-\nu_m^2} c^3$	$\beta_s \frac{E_m}{1-\nu_m^2} c^3$
Starcell core	$\beta_n \frac{E_m}{1-\nu_m^2} c^3$	$\beta_s \frac{E_m}{1-\nu_m^2} c^3$

### 3.3 심재의 굽힘 강성(flexural rigidity)

등방성을 가지고 있는 판재의 경우, 같은 크기의 굽힘 모멘트에 의하여, 1과 2 방향으로 판재가 구부러질 때, 굽힘 모멘트와 곡률사이의 관계식을 나타내면 다음과 같다.

$$M = \frac{E_1 b^3}{12(1-\nu_{12})} \kappa = \frac{K b^3}{6} \kappa \quad (9)$$

여기서,

$$\text{평면탄성계수 } K = \frac{E_1}{2(1-\nu_{12})}, \text{ b: 판재의 두께}$$

식 (9)으로부터 같은 모멘트가 작용될 때, 평면탄성계수가 작은 판재가 더 큰 곡률로 굽어질 수 있다는 것을 알 수 있다. Table 3은 세 가지 심재

들의 평면탄성계수를 포함한 면내(in-plane) 특성을 나타낸다[2].

심재의 상대밀도  $\rho$ 는 1보다 작은 값이므로, starcell 심재는, 다른 심재들에 비해 축 방향 유연성이 월등히 높은 것을 알 수 있다.

Table 3. In-plane properties of three cores

Core type \ Properties	$E_x/E_m$	$G_{12}/E_m$	$K/E_m$
Triangular core	$\frac{1}{3}c$	$\frac{1}{8}c$	$\frac{1}{4}c$
Hexagonal core	$\frac{3}{2}c^3$	$\frac{3}{8}c^3$	$\frac{1}{4}c$
Starcell core	$\frac{9}{16}c^3$	$\frac{3}{16}c^3$	$\frac{9}{16}c^3$

#### 4. 실험

앞서 논의된 이론적인 계산을 검증하기 위하여 실험을 수행하였다. 세 종류의 심재에 대하여 쌍축 굴곡 실험(Biaxial flexural test) 및 축 방향 압축 좌굴 시험을 실시하였다.

##### 4.1 쌍축 굴곡 실험 (Biaxial flexural test)

삼각형 심재, 육각형 심재와 starcell 심재의 유연성을 알아보기 위하여 쌍축 굴곡 실험(Biaxial flexural test)을 실시하였다[7-8]. Epoxy(3M 1838 B/A Green)를 사용하여 하나의 셀 벽을 두 장의 0.025cm 두께의 알루미늄 판재로 서로 붙여 세 종류의 심재를 완성하였다. 실험에 사용된 세 종류의 심재는 모두 같은 상대 밀도를 가지고 있다. 이렇게 준비된 세 종류의 심재들은 지름이 29.85cm인 원형의 띠 위에 놓여져 단순지지 조건이 되도록 하였다. 이렇게 놓여진 심재의 중심에 지름이 5.0cm인 금속 기둥을 놓아 하중을 작용시켰다(Fig. 5). 하중을 증가시키기에 따라 발생하는 축 방향 변위를 심재의 밑면으로부터 게이지(Gauge)를 이용하여 측정하였다. Fig. 6은 세 종류의 심재에 대하여 측정된 하중과 변위의 관계를 나타낸다. 세 가지 심재에 대하여 유연성의 측정치(측정 결과의 Curve-fit 기울기)를 비교한 결과, starcell 심재의 유연성은 육각형 심재에 비하여 62배, 삼각형 심재에 비하여 70배나 큰 값을 나타내었다.

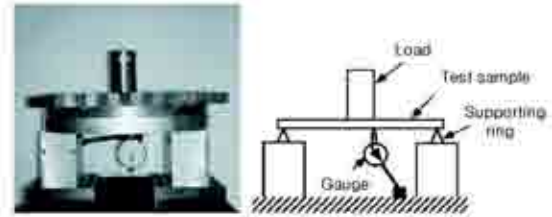


Fig. 5. Biaxial flexural test

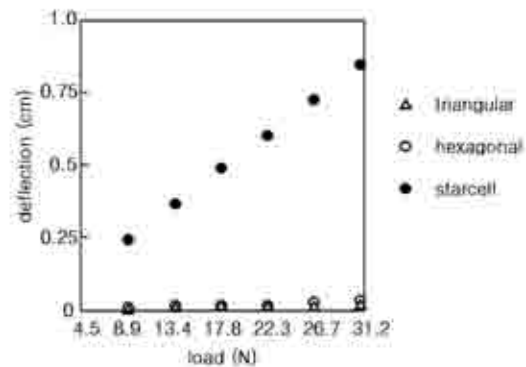


Fig. 6. Biaxial flexural test data

##### 4.2 축 방향 좌굴 강도 실험

앞서 이론적으로 제시된 압축 좌굴 강도를 검증하기 위하여, 세 가지 심재에 대하여 압축 좌굴 강도 실험을 실시하였다. 실험 장비의 적정 범위 내에서 실험을 실시하기 위하여 두께 0.046cm인 Steel재질(ASTM A366)을 이용하여 셀 벽의 길이가 1.90cm이고 높이가 1.90cm인 육각형 셀, 삼각형 셀, 그리고 star 모양의 셀을 용접하여 만들었다. 각 시편들은 용접 및 가공 중 발생된 잔류응력을 소멸시키기 위하여 704°C에서 한 시간 동안 가열시킨 후 서서히 냉각시켰다[9]. 이렇게 준비된 시편들은 MTS장비를 이용한 압축 좌굴 강도 실험에 사용되었다. 여러 셀로 만들어진 시편을 사용하는 경우, 국부적인 결함에 의하여 부정확해지기 쉽기 때문에, 각 심재를 대표하는 최소 단위의 구조물에 대하여 실험을 실시하였다. 상대밀도가 다른 심재들 간의 실험 결과를 비교하기 위하여, 압축 좌굴 강도를 상대밀도의 세제곱으로 나누어 표준화하였다. 하나의 셀로 구성된 심재에 대한 실험 결과, 세 가지 심재의 압축 좌굴 강도는 큰 차이를 나타내었다. Fig 7은 실험 결과와 이론적인 계산 값을 나타낸다. 모든 실험 결과는 이론적인 상한치와 하한치 사이의 범위에 존재하였다. 육각형 심재와 starcell 심재의

압축 좌굴 강도는 삼각형 심재의 압축 좌굴 강도보다 각각 8.6배, 8.7배 큰 것으로 나타나 Table 2에 나타난 이론적인 비율 9배와 근사한 값을 보였다.

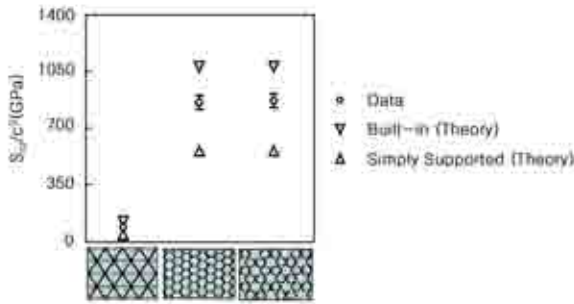


Fig. 7. Out of plane compressive buckling test data

이러한 압축 좌굴 강도 결과가 이론적인 계산값과 잘 일치하고 있는 것으로 미루어, 본 연구의 이론적인 계산이 실험결과와 일관됨을 알 수 있었다. 본 연구에서는 압축 좌굴 강도 실험에 비하여 더욱 난해하고 변수가 많은 전단 좌굴 강도에 관한 실험은 수행하지 않았으나, 같은 수학적 모델을 바탕으로 계산된 압축 좌굴 강도와 유사한 경향을 나타낼 것으로 추정할 수 있다.

## 5. 결론

삼각형 심재, 육각형 심재 그리고 starcell 심재에 대하여 샌드위치 구조물과 관련된 특성을 조사해 본 결과 세 심재는 매우 다른 특성을 가지고 있음을 알 수 있었다. 상대 밀도가 같을 때 세 심재는 모두 축 방향으로 같은 크기의 강성을 가지고 있었으나, 삼각형 심재의 강도는 다른 심재들에 비하여 낮게 나타났다. Starcell 심재만이 다른 심재들에 비하여 월등히 높은 축 방향 유연성을 나타내었다. 높은 축 방향 유연성으로 인하여 starcell 심재는 가공 과정을 거치지 않고 곡면에 적용될 수 있을 것으로 판단된다. 그러나 starcell 심재 단면의 형상적인 특성 때문에 일반적인 제조 공정을 사용하여 starcell 심재를 제작하기는 어려우므로, 이에 대한 많은 연구가 필요할 것으로 판단된다.

## 참고문헌

- 1) Lakes, R. S., 1993 "Design Considerations for Negative Poisson's Ratio Materials", *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 115, pp. 696-700.
- 2) Christensen, R. M., 1995 "The Hierarchy of Micro-structures for Low Density Materials", *ZAMP*, Vol. 46, pp. 5506-5521.
- 3) Kelsey, S., Gellatly, R. A., and Clark, B. W., 1958, "The Shear Modulus of Foil Honeycomb Cores", *Aircraft Engineering*, pp. 294-302.
- 4) Gibson, L. J. and Ashby, M., 1997, "Cellular Solids Structure and Properties", *Cambridge University Press*, Cambridge.
- 5) Timoshenko, S. and Gere J., 1969, "Theory of Elastic Stability", *McGraw-Hill*, New York.
- 6) Bulson, P., 1969, "The Stability of Flat Plates", *American Elsevier Publishing*, New York.
- 7) Tsangarakis, N. and Taleghani, B., 1990, "Biaxial Flexing of a Fiber Reinforced Aluminum Composite", *Journal of Composite Materials*, Vol. 24, pp. 770-785.
- 8) Tsangarakis, N. and Taleghani, B., "Biaxial Flexural Testing of a Carbon Fiber Reinforced Epoxy Composite", *Journal of Composite Materials*, Vol. 29, 1995, pp. 1359-1373.
- 9) Oberg, E. and Jones F., 1952, "Machinery's handbook", *The Industrial Press*, New York.