

그라운드 빔 조인트 기반 위상최적화법을 이용한 프레임 구조물의 조립 위치 및 강도 설정

장강원[†], 김명진*, 김윤영*

Ground Beam-Joint Topology Optimization for Design and Assembly of Multi-Piece Frame Structures

Key Words : Topology Optimization(위상 최적화), Assemblage(조립), Ground Structure(그라운드 구조체), Joint effect(조인트 효과)

Abstract

Most frame structures cannot be manufactured in a single-piece form. Ideally, when a structure is built up by assembling multi pieces, assembly at the joints should be rigidly performed enough to have almost full stiffness, which is difficult for practical reasons such as manufacturing cost and time. In this research, we aim to develop a manufacturability-oriented compliance-minimizing topology optimization using a ground beam model incorporating additional zero-length elastic joint elements. In the present formulation, design variables control the stiffness of zero-length elastic joints, not the stiffness of beams. Because joint stiffness values at the converged state can be utilized to select candidate assembly locations and their strengths, the technique is extremely useful to design multi-piece frame structures. An optimal layout is also extracted based on the stiffness values.

1. 서론

위상 최적화 기법에 의해 설계된 구조물은 제작가능성(manufacturability)의 측면에서 아직 많은 한계를 나타내고 있다. 기존의 위상 최적화 방법을 통해서 제작가능성을 고려하기에는 연속체 기반 방법⁽¹⁾의 체커보드, 국부최소점, 요소망 의존성 등과 같은 수치적 불안정성⁽²⁾에 의한 어려움을 논외로 하더라도 많은 문제를 안고 있는데 대표적인 것이 조립성(assembly)에 대한 고려이다.

조립 단계는 전체 생산 비용의 50%를 넘을 만큼 비용의 측면에서 큰 비중을 차지하고 제품의 성능과 품질에도 중요한 영향을 미친다. 따라서 구조물의 설계 단계에서 미리 조립 방법을 고려하는 것이 생산 비용을 낮추고 최종 생산물의 성능이나 품질을 향상시키는데 도움을 준다. 그러나 기존 방법에 의해서는 조인트에서 부재들의 조립성을 판단하기 어려운데, 이는 조인트 강성 평가 방법의 문제점으로부터

야기된다. 일반적인 위상 최적화 방법은 조인트에서 변형 에너지가 발생하지 않는다는 이상적인 상황을 가정, 모든 조인트들이 무한강성을 지닌다고 설정하고 조인트 효과를 무시하므로 부재들의 조립성을 판단하기 어렵다. 따라서 기존 방법들에 의해서 최적화된 구조물을 제작하기 위해서는 조인트 효과를 최소화하기 위해서 구조물 전체를 하나의 부재로 제작하는 것이 바람직하다. 그러나 이는 실질적으로 극히 단순한 형태의 구조물을 제외하고는 거의 불가능하다. 또한 조인트에서 부재들이 용접이나 볼트를 이용한 결합을 한다는 것을 고려하여 최적화 문제를 재 공식화 한다면 최적화된 구조물의 위상은 바뀔 가능성이 크다.

본 연구의 목적은 조인트에서 부재들간의 조립성(assembly)을 고려한 위상 설계기법을 개발하는데 있다. 이를 위하여 조인트가 무한 강성을 지닌다는 기존 최적화법의 가정에서 탈피하여 조인트를 최적화의 변수로 설정한다.(이를 조인트 변수법이라 일컫도록 한다.) 최적화된 결과에서 조인트들의 강성을 평가하여 구조물의 위상을 얻는 동시에 용접 등의 결합부위를 정함으로써 구조물을 제작함에 있어서 부재들간의 최적의 결합 방법을 찾고자 한다.

본 연구에서는 조인트 강성을 최적화의

[†] 회원, 군산대학교 기계공학부

E-mail : gangwon@kunsan.ac.kr

TEL : (063)469-4725 FAX : (063)469-4727

* 서울대학교 멀티스케일 설계 연구단

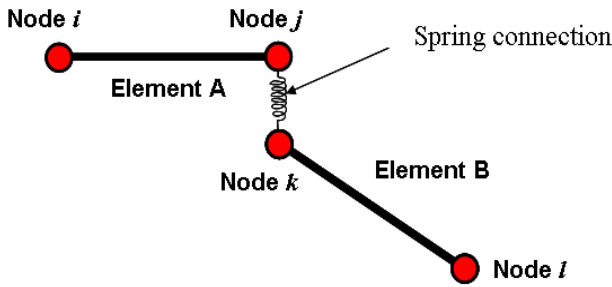


Fig. 1 The joint spring element to consider joint stiffness effect

변수로 설정하기 용이한 그라운드 구조체 기반 최적화법을 사용한다.⁽³⁾

2. 조인트 변수법

2.1 조인트 요소의 도입

설계영역이 보 요소만으로 구성된 기존의 위상 최적화 모델에서는 인접한 두 개의 보 요소는 하나의 절점을 공유하며 보와 보가 연결된 조인트 부분은 강체와 같은 거동을 한다. 조립을 고려한 설계를 수행하기 위해서는 조인트의 강성 평가를 통해서 그 조인트에 연결된 부재들의 결합성(예를 들어 용접)을 판단할 수 있어야 하는데, 기존의 모델은 조인트가 강체와 같은 작용을 하기 때문에 조인트의 강성을 고려할 수 없다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 Fig. 1 과 같이 두 보 요소가 만나는 지점에 요소마다 각기 다른 절점을 갖도록 하고 두 절점을 조인트 스프링 요소를 이용하여 연결하도록 구성하였다. 각 절점은 삼차원 보 요소의 경우 6 개의 자유도를 가지며, 스프링 요소 또한 3 개의 병진 운동에 대한 강성과 3 개의 회전 운동에 대한 강성을 가지도록 하였다 (이차원의 경우 2 개의 병진 운동 자유도와 1 개의 회전 운동 자유도를 지닌다.)

2.2 조인트 요소를 이용한 그라운드 구조체 모델링

기존의 위상 최적법들에서는 보 요소의 제거 여부를 결정하기 위해 보의 단면 치수를 설계 변수로 정의한다. 그러나 제안된 조립을 고려한 위상 설계기법은 앞서 언급한 조인트 요소를 도입하여 그라운드 구조체를 구성, 조인트 요소의 강성값에 따라서 위상을 결정하며 조립성도 판단하게 된다. Fig. 2 와 같이 그라운드 구조체 내에서 여러 개의 조인트 스프링 요소가 만나는 곳에는 매개 절점을 위치시키고, 보 요소의 절점과 매개 절점 사이를 조인트 스프링 요소를

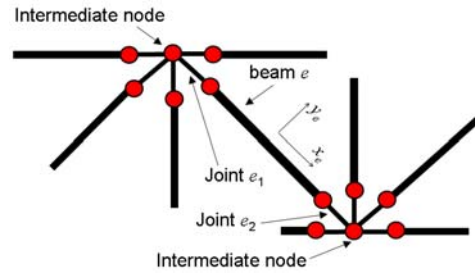


Fig. 2 Proposed joint modeling approach with joint spring elements and intermediate nodes

이용하여 연결하도록 하며 조인트 스프링 요소는 최적화 과정에서 설계 변수로 이용된다.

요소의 절점과 절점 사이에 스프링 요소를 도입하여 위상 최적화를 수행하는 방법은 Yoon and Kim⁽⁴⁾에 의해 밀도법에 의한 연속체 기반 위상 최적화에서 발생하는 수치적인 문제를 해결하기 위해 제안된 바가 있다.

2.3 조인트 강성의 설계 변수로의 정의

보 구조물을 이용한 위상 최적화에서 기존의 설계 기법은 주로 보 요소의 단면의 직경과 같이 치수를 나타내는 값을 설계 변수로 정의하였다. 본 연구에서 제안하는 조립을 고려한 위상 설계법에서는 조인트 스프링의 강성을 매개 변수를 이용하여 정의하는데, 이 매개 변수를 설계 변수로 설정한다.

조인트 스프링의 강성 특성은 밀도법에서 널리 사용되는 SIMP 모델⁽⁵⁾과 같은 방법을 이용하여 정의할 수 있다. 밀도법에서는 요소 e 의 탄성계수 E_e 를 밀도 γ_e ($0 < \gamma_e \leq 1$)와 원 재료의 탄성계수 E_0 를 이용하여 다음과 같이 정의한다.

$$E_e = E_0 (\gamma_e)^n, \quad 2 \leq n \leq 8 \quad (1)$$

제안된 방법의 조인트 요소의 스프링 강성 특성은 밀도법의 그것과 유사하게 이차원 문제의 경우 식 (2)와 같이 정의하였다.

$$k_i^u = k_0^u (\gamma_i)^{n_1} \quad (2a)$$

$$k_i^v = k_0^v (\gamma_i)^{n_2} \quad (2b)$$

$$k_i^\theta = k_0^\theta (\gamma_i)^{n_3} \quad (2c)$$

이고

$$0 < \gamma_i \leq 1, \quad 2 \leq n_j \leq 8 \quad (j=1,2,3).$$

식 (2)에서 k_i^u , k_i^v 와 k_i^θ 는 스프링 i 의 u , v , θ 변위 방향의 강성을 각각 의미하는데, 이

방향들은 스프링이 연결되어 있는 보의 축 방향, 굽힘 방향, 굽힘에 의한 단면의 회전 방향을 나타낸다. 식 (2)에서 벌칙 지수 n_1, n_2, n_3 는 단면의 특성에 따라서 다르게 정의될 수 있지만 편의상 같은 값을 쓰기로 한다.

식 (2)에서 k_0^u, k_0^v 와 k_0^θ 는 조인트 스프링이 연결되어 있는 보의 축 방향, 굽힘 방향 및 회전 방향의 강성 값 $k_{\text{beam}}^u, k_{\text{beam}}^v, k_{\text{beam}}^\theta$ 에 비해 충분히 큰 값을 지니도록 하며 다음과 같이 설정하도록 한다.

$$k_0^u = \kappa k_{\text{beam}}^u \quad (3a)$$

$$k_0^v = \kappa k_{\text{beam}}^v \quad (3b)$$

$$k_0^\theta = \kappa k_{\text{beam}}^\theta \quad (3c)$$

이고

$$\kappa \gg 1.$$

본 연구에서는 위 식의 κ 값으로서 충분히 큰 $\kappa=1000$ 을 사용하였다. 또한 조인트와 연결된 보가 길이 L , 탄성계수 E , 단면적 A , 굽힘 관성모멘트 I 의 값을 지닌다면 간단한 계산으로 아래의 강성 값들을 얻을 수 있다.

$$k_{\text{beam}}^u = \frac{EA}{L}, \quad k_{\text{beam}}^v = \frac{3EI}{L^3}, \quad k_{\text{beam}}^\theta = \frac{EI}{L} \quad (4)$$

2.4 최적화 문제 정식화

구조물의 위상은 조인트 스프링의 강성에 따라 결정된다. 하나의 보 요소는 그 양끝에 조인트 스프링 요소와 하나씩 결합하게 되는데 최적화 결과 두 개의 조인트 스프링 중에서 하나라도 작은 강성값을 지닌다면 그 요소는 전체 구조물의 위상을 고려할 때 제외 된다. 본 연구에서는 보 요소의 제거 기준으로서 조인트 스프링 강성이 최대값 대비 5% 미만이 될 때로 설정하였다.

본 연구에서는 구조물의 강성을 최대화 시키기 위하여 컴플라이언스를 최적화의 목적함수로서 설정하였고, 구속조건으로서 구조물의 질량을 제한하였다. 최적화 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\text{Minimize}_{\gamma \in \mathbb{R}^{NJ}} \quad f = \text{mean compliance} \quad (5a)$$

$$\text{subject to} \quad g = \sum_{e=1}^{NB} m_e (\gamma_{e_1} \cdot \gamma_{e_2})^t - M_0 \leq 0 \quad (5b)$$

여기에서 γ 는 식 (2)에서와 같이 조인트들의 강성값을 나타내기 위한 파라미터들의 벡터로서 설계 변수이다. 또한 m_e 는 보 요소 e 의 질량, M_0 는 구조물의 질량의 상한 값이고, NB 와 NJ 는 각각 그라운드 구조체를 구성하는 보 요소의 개수와 조인트 스프링의 개수이다. 식 (5b)의 γ_{e_1} 과 γ_{e_2} 는 보 요소 e 의 양단에 붙어 있는 조인트 스프링에 할당된 설계 파라미터들이다. 보 요소의 양단에 달려 있는 조인트 스프링 중에서 하나만 약하더라도 그 보 요소를 구조물의 위상에서 제외시키므로 식 (5b)의 질량 관계식이 γ_{e_1} 과 γ_{e_2} 의 곱으로 구성되어 있음을 주목하자.

3. 조인트 변수법에 의한 위상 최적화 결과 및 조립강도의 고려

제안된 조인트 변수법의 장점은 기존의 방법들과는 달리 보 구조물의 조인트 효과를 고려할 수 있다는 것이다. 조인트 강성을 최적화함으로써 구조물의 위상을 얻고 동시에 부재들 간의 최적의 결합 방법, 즉 조립 강도를 고려할 수 있다.

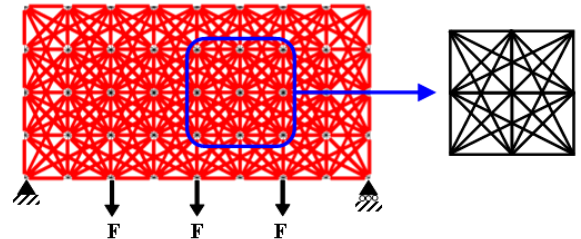


Fig. 3 Simply supported beam structure problem

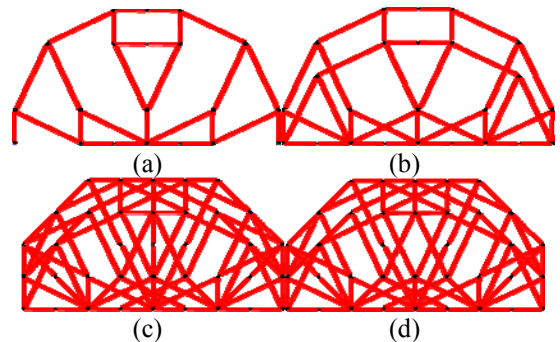


Fig. 4 Optimized topologies for various values of t in Eq. (4b): (a) $t = 0.35$, (b) $t = 0.5$, (c) $t = 1$ and (d) $t = 2$

우선 식 (5b)의 질량 제한조건에 쓰이는 파라미터 t 의 영향을 이해하기 위하여 Fig. 3의 단순지지 구조물의 최적화 문제를 살펴보기로 한다. 식 (2)의 지수 값들은 모두 $n=5$ 가 사용되었고 질량 사용은 전체 구조물의 10%로써 제한되었다. 최적화의 결과는 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4에서 지수 값이 커질수록 구조물의 사용되는 질량이 커짐을 알 수 있는데 이는 식 (5b)에서 사용되는 빔의 질량 계산식이 중간 밀도 설계 변수들에 의한 빔의 질량을 과대평가하기 때문이다. 식 (5b)에서 두 개의 설계 변수 γ_{e1} 과 γ_{e2} 의 값은 1보다 작기 때문에 이들의 곱은 1보다 큰 지수 파라미터 t 에 의하여 더 작아지게 된다. 따라서 식 (5b)의 질량 평가식은 더 많은 빔들을 설계 공간에서 사용하게 되는 것이다. 본 연구에서는 $t=0.35$ 를 사용하였다.

부재들 간의 최적의 결합 방법은 최종적으로 구조물의 위상에 포함된 조인트 스프링들의 강성의 크기를 고려함으로써 결정할 수 있다. 즉, 조인트 강성의 크기에 따라 조인트 순위를 매긴 다음 조인트 강성이 낮은 곳은 용접강도를 상대적으로 약하게 하여도 전체 구조물의 강성에 큰 영향을 주지 않는다고 판단할 수 있다. 반대로 최적화된 조인트 강성이 높은 곳은 하나의 부재로 제작하거나 용접 점의 수를 늘리는 것이 바람직하다.

앞의 단순지지 구조물 문제의 경우 최적화된 결과의 조인트 강성값은 Table 1과 같다. 표의 조인트 번호는 Fig. 5에 표시한 바와 같고, 표의 맨 오른쪽 칸에는 조인트의 강성 순서대로 JSI (Joint Significance Index)를 부여하여 이를 Fig. 6에 표시하였다. 조인트들의 JSI를 고려하여 부재들 간의 최적의 결합 방법을 표시하면 Fig. 7과 같고 각각의 결합 방법에 대한 설명은 다음과 같다.

- JSI 1-6: one-piece manufacturing,
- JSI 7-12: class A assembly (highest strength welding or bolting is required),
- JSI 13-22: class B assembly (high strength welding or bolting is required),
- JSI 23-28: class C assembly (moderate strength welding or bolting is permissible).

Fig. 7을 살펴보면 구조물의 맨 바깥 프레임은 JSI가 매우 높게 설정되어 있으며, 따라서 이 부분은 하나의 부재로 제작되는 것이 구조물의 강성을 높이는데 유리하다는 것을 알 수 있다.

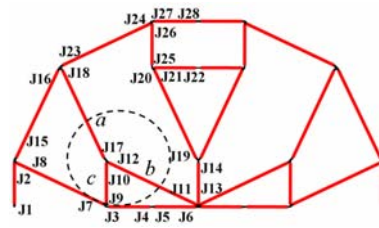


Fig. 5 Optimized topology and joint number

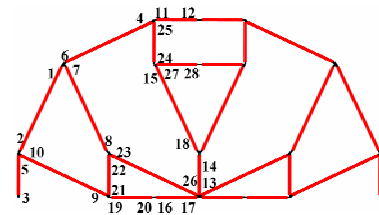


Fig. 6 Joint significance index

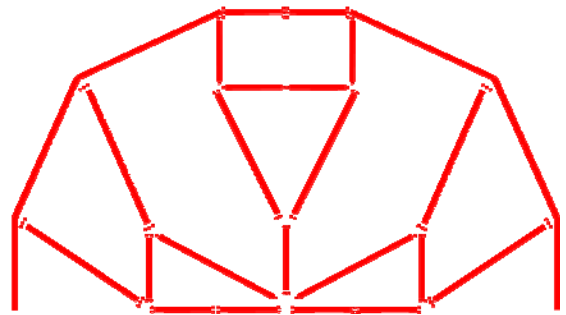


Fig. 7 A suggested assembly according to the joint significance index (••• : class A assembly, •• : class B assembly, and • : class C assembly)

Table 1 Optimum joint stiffness and joint significance indices

Joint	Percentage to maximum stiffness	SI (significance index)
J1	79.50	3
J2	79.28	5
J3	61.95	19
J4	61.84	20
J5	63.46	16
J6	63.30	17
J7	73.94	9
J8	73.20	10
J9	60.58	21
J10	60.17	22
J11	53.10	26
J12	55.83	23
J13	65.76	13
J14	65.76	14
J15	84.20	2

J16	85.32	1
J17	74.16	8
J18	74.67	7
J19	63.25	18
J20	64.55	15
J21	44.28	27
J22	44.01	28
J23	78.07	6
J24	79.29	4
J25	54.02	24
J26	53.82	25
J27	67.46	11
J28	66.66	12

4. 수치 예제

4.1 자동차 서브 프레임 설계

제안된 조인트 변수법을 이용하여 자동차의 서브 프레임의 최적의 부재 결합 방법에 대하여 살펴보도록 한다. 이는 위상최적화와 직접적인 연관성은 없으나 제안한 방법을 효과적으로 적용할 수 있는 문제로서 Lyu and Saito⁽⁶⁾에 의하여 최초로 제시되었다.

Fig. 8의 서브 프레임은 한 단은 고정되어 있고 다른 끝단에 $T = 1000 \text{ Nm}$ 의 비틀림 모멘트를 받고 있다. 질량 제한 조건 80%를 부과하고 식 (5)의 최적화 문제를 수행한 후 조인트 강성 지수 값들(JSI)을 Table 2에 나타내었다. Fig. 9 (a)는 JSI를 나타낸 그림이며 여기에 기반하여 Fig. 9 (b)에 최적의 결합 강도를 표시하였다. Fig. 9 (b)의 결과는 Lyu and Saito⁽⁶⁾의 결과와 정확히는 일치하지 않는데 이는 Lyu and Saito⁽⁶⁾는 조인트의 강성을 실험에 기반한 값들로 부여한 반면 본 연구에서는 식 (2), (3)에 의하여 일괄적으로 부여했기 때문이다.

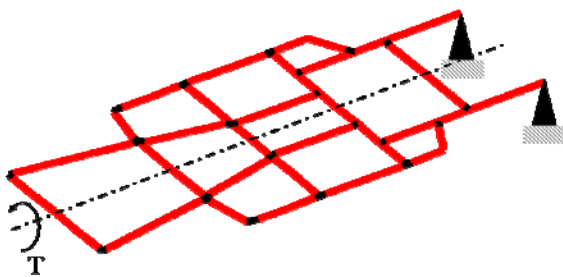


Fig. 8 Layout for an automobile sub-frame assembly problem

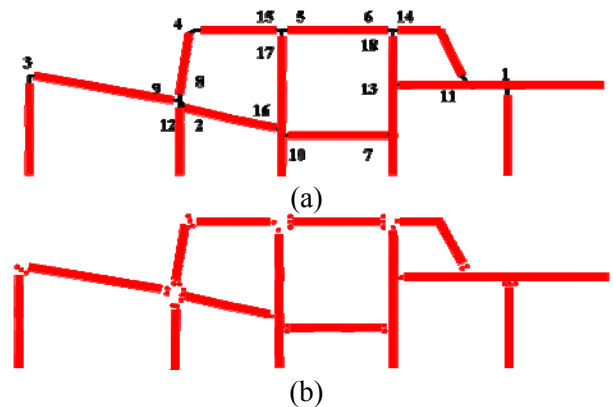


Fig. 9 Optimum assembly of the sub-frame: (a) JSI, and (b) assembly strength (••• : class A assembly, •• : class B assembly, and • : class C assembly)

Table 2 Optimum joint stiffness and joint significance indices of the sub-frame

Joint	Percentage to maximum stiffness	SI (significance index)
J1	80.35%	3
J2	69.23%	9
J3	67.58%	12
J4	70.73%	8
J5	74.65%	4
J6	83.71%	2
J7	53.48%	16
J8	58.70%	15
J9	51.88%	18
J10	68.76%	10
J11	72.34%	7
J12	68.76%	6
J13	73.38%	5
J14	52.14%	17
J15	66.11%	13
J16	64.10%	14
J17	67.99%	11
J18	97.49%	1

4.2 커플 굽힘 하중을 받는 구조물 설계

Fig. 10의 설계 영역을 지니는 문제에 대하여 조인트 변수법을 적용시키고자 한다. 설계 영역에는 총 244개의 보 요소와 488개의 조인트 스프링 요소가 사용되며, 질량 구속 조건은 15%이다. 최적화 결과 얻은 조인트들의 JSI 값을 고려하여 정한 다양한 부재수에 대한 부재들 간의 최적 결합 방법은 Fig. 11에 나타내었다. 구조물의 비틀림 강성 확보를 위하여 맨 위와 맨 아래 부재의 조립은 강한 결합이 요구됨을 알 수 있다.

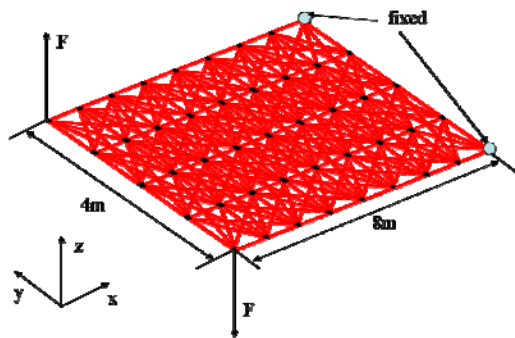


Fig. 10 Layout optimization involving multiple cross sections for a force couple ($F = 100$ N and 10% mass usage)

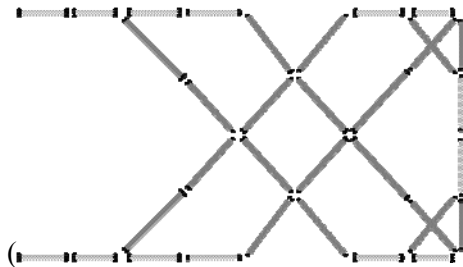


Fig. 11 Results for a force couple case in Fig. 18 (•• : class A assembly, •• : class B assembly, and • : class C assembly)

5. 결론

본 연구에서는 조인트 스프링의 강성을 최적화의 변수로 설정하는 그라운드 구조체 기반 조인트 변수법을 제안하였다. 조인트 강성을 최적화함으로써 구조물의 위상을 얻는 동시에, 조립을 위한 부재들간의 최적의 결합 방법을 찾을 수 있었다. 조인트 강성이 낮게 최적화된 곳은 적은 수의 용접 점을 써서 조립하여도 구조물 전체의 강성성능에 크게 영향을 끼치지 않는 반면, 조인트 강성이 높은 곳은 하나의 부재로 제작하거나 용접 점의 수를 늘리는 것이 구조물의 강성을 향상시키는데 바람직하다.

참고문헌

1. Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N, 1998, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method," *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **71**, pp. 197-224.
2. Sigmund, O. and Petersson, J., 1998, "Numerical Instabilities in Topology Optimization: A Survey on Procedures Dealing with Checkerboards, Mesh-

independencies and Local Minima," *Structural Optimization*, Vol. 16, pp. 68~75.

3. Ben-Tal, A. and Bendsøe, M. P., 1993, "A new method for optimal truss topology design," *Society for Industrial and Applied Mathematics Journal on Optimization*, Vol. 3, pp. 322~358.
4. Yoon, G. H. and Kim, Y. Y., 2005, "Element Connectivity Parameterization for Topology Optimization of Geometrically Nonlinear Structures," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, No. 7, pp. 1983~2009.
5. Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., 1999, "Material Interpolation Schemes in Topology Optimization," *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 69, pp. 635~654.
6. Lyu, N. and Saitou, K., 2005, "Topology Optimization of Multi-Component Structures via Decomposition-Based Assembly Synthesis," *Transactions of ASME, Journal of Mechanical Design*, Vol. 127, No. 2, pp.170~183.