

불규칙한 교란을 받는 동적 시스템의 제어에 관한 실험적 연구

이종복[†]·조윤현*·양인범*·박성만*·허 훈**

Experimental Study on the Control for a Randomly Disturbing Dynamic System

JongBok Lee[†], YunHyun Cho^{*}, InBeom Yang^{*}, SungMan Park^{*} and Hoon Heo^{**}

Key Words: F-P-K Equation (포커-프랑크-콜로고로프 방정식), White Noise (백색 잡음),
Trajectory-Tracking Stochastic Controller (궤도 추적 확률 제어기),
Power Spectral Density (과위 스펙트럼 밀도)

Abstract

Experimental study on the control of randomly disturbing system is conducted. External and internal disturbances are imposed to the system in combined manner. A vertical propeller system exposed horizontal weak turbulent air flow is chosen as an experimental model. The aim of the control system is to maintain the angular position of vertical propeller in parallel to air flow. Trajectory Tracking Stochastic Controller (TTSC) is designed to ensure system's stability while following system command. The Trajectory Tracking Stochastic Controller is composed of two controller, one is stochastic controller to suppress internal random noise and the other one is trajectory-tracking controller to follow the command having random noise. The proposed hybrid controller, TTSC, shows remarkable performance in pitch control of vertical propeller system in wind-tunnel test

1. 서 론

불규칙 외란에 노출된 시스템의 안정화를 높이기 위한 제어기 설계에 관한 많은 연구가 진행되었다. 동적 시스템을 제어하는데 있어서 불규칙 외란은 제어기의 설계를 복잡하게 한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 확률 해석을 통한 제어기 설계의 연구가 진행 되어왔다.⁽¹⁾⁽²⁾

Fokker-Plank-Kolmogorov(F-P-K : 포커-플랑크-콜모고로프) 방정식에 의해서 동적 시스템을 해석하는 방법은 불규칙 외란에 노출된 시스템을 해석하는 방법으로 많은 분야에서 사용하고 있다.⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾ F-P-K 방법에 의한 확률 해석을 통해서 불규칙 외란의 크기는 Power Spectral Density(PSD : 과위 스펙트럼 밀도)의 값으로 변환된다. 불규칙 외란이 확률 영역에서는 상수의 값으로 변환되어 불규칙 외란에 대한 제어기의 설계를 용이하게 한다.⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾

대기 중의 난류나 제트유동 중에 노출된 동적 시스템의 경우 물리적 변수는 시간과 공간에 대해서 불규칙적으로 변한다. 이러한 동적 시스템을 제어하기 위해서 확률 해석을 통하여 비결정적 외란에 노출된 시스템을 제어하는 방법을 제안한다. 본 연구에서는 제안된 알고리즘을 실험

† 고려대학교 대학원 제어계측공학과

E-mail : drlee@korea.ac.kr

TEL : (02)3290-3995 FAX : (02)929-7808

* 고려대학교 대학원 제어계측공학과

** 고려대학교 제어계측공학과 교수

을 통하여 그 결과와 성능을 확인한다.

축소된 헬리콥터의 메인 로터 시스템과 난류 생성장치를 이용하여 시스템을 구성하였으며, 제안된 알고리즘을 사용하여 불규칙 외란에 노출된 시스템의 제어 성능을 확인하였다. 난류 생성 장치는 Open-Loop 형태의 소형 풍동 실험 장치를 사용하였으며, 동적 시스템은 축소된 헬리콥터 모델을 사용하였다. 본 연구에서의 실험은 확률 제어기의 성능을 확인하는 방법을 제안하였으며, 풍동 실험 장치와 헬리콥터 모델에 대한 시스템 해석은 간단한 시스템으로 가정하였다. 실험에서 사용한 제어기는 많은 시스템에서 사용되는 PID (Proportional-Integrate-Derivate) 제어기와 본 연구에서 제안하는 확률 제어기법을 사용하여 결과를 확인하였다.

2. 확률 해석

2.1 F-P-K 방법을 이용한 확률 해석

확률 영역으로의 해석 과정을 설명한다. 우선 불규칙 잡음은 평균이 0이고, 가우시안(Gaussian) 형태의 백색 잡음 과정으로 브라운 운동의 미분 형태로 나타낼 수 있으며 다음과 같은 특성을 갖는 위너(Wiener)과정으로 가정한다.

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = f(t) \quad [2-1]$$

$$\dot{z}(t) = \frac{dB_z(t)}{dt}$$

$$E[dB_z^2(t)] = D_z \Delta t$$

물리 영역에서의 지배 방정식 [2-1]은 다음에서 설명할 F-P-K방법에 의해서 확률 영역에서의 모멘트 방정식으로 변환 된다. (8)(9)(10)

다음과 같은 좌표변환을 이용하여 물리 영역에서의 지배 방정식은 Ito의 미분방정식의 형태로 구할 수 있겠다.

$$x = X_1, \quad \dot{x} = X_2$$

$$\dot{X}_1 = d\frac{X_1}{dt}$$

$$\rightarrow dX_1 = \dot{X}_1 dt = X_2 dt$$

[2-2]

$$\dot{X}_2 = d\frac{X_2}{dt}$$

$$\rightarrow dX_2 = \{-\omega_n^2 X_1 - 2\zeta\omega_n X_2 + f(t)\} dt$$

F-P-K 과정은 내·외부 및 상호 영향적인 불규칙 외란에 노출되는 계의 확률밀도 함수의 거동을 해석하는 방법 중의 하나이다. 이러한 F-P-K 방정식의 해는 계 응답의 확률적인 거동을 제공해 준다. F-P-K 방정식을 유도하는데 두 가지의 기본적인 가정이 필요하다. (1)(2)~(10)

첫째, 외란의 움직임이 불규칙 변동의 1차 미소 값의 중첩으로 연속적인 궤적의 형태로 표현될 수 있도록 불규칙 입력은 항상 충분히 작아야 한다. 두 번째로 랜덤과정은 과거에 영향을 받지 않는 마코프 과정이어야 한다. 부유(1차 증분모멘트)계수와 확산(2차 증분모멘트)계수로 구성된 일반적인 형태의 F-P-K 방정식은 식[2-3]과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} p(\mathbf{X}, t) \\ &= - \sum_{i=1}^n a_i(\mathbf{X}, t) \frac{\partial}{\partial X_i} p(\mathbf{X}, t) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}(\mathbf{X}, t) \frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j} p(\mathbf{X}, t) \end{aligned} \quad [2-3]$$

식 [2-3]을 이용하면 물리 영역에서의 지배 방정식은 확률 영역에서의 모멘트 방정식으로 변환된다.

$$\begin{aligned} & a_i(\mathbf{X}, t) \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[x_i(t+\Delta t) - x_i(t)] \\ & b_{ij}(\mathbf{X}, t) \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[x_i(t+\Delta t) - x_i(t) \\ & \quad x_j(t+\Delta t) - x_j(t)] \end{aligned} \quad [2-4]$$

F-P-K 방정식은 정상 백색잡음 형태의 불규칙 외란에 사용할 수 있으며, 방정식의 해는 계 응답의 확률론적인 거동을 나타내어준다.

F-P-K 방정식의 정상(定常: stationary) 혹은 비정상(非定常: non-stationary) 확률밀도함수의 해를 구하는 대신, 모멘트 응답으로 나타내어지는 미분방정식의 형태로 표현할 수 있다.

위에서 구한 확산계수와 부유계수를 식 [2-3]에 대입하면 다음과 같은 확률영역에서의 모멘트 방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{m} = A_m m + P_m D_z + B_m D_v \quad [2-5]$$

여기서 D_z 는 인가된 외란의 PSD이고, D_v 는 제어입력의 PSD이다.

다음의 그림 1은 궤도 추정 확률 제어기의 구성도이다. 궤도 추정 확률 제어기는 제어 명령을 추정하는 추정 제어기와 불규칙 외란에 대한 확률 제어기로 구성된다.

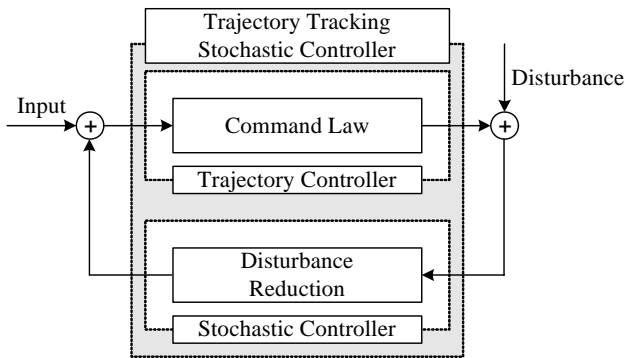


Fig. 1 Conceptual Block Diagram

3. 실험

본 연구에서는 불규칙 외란에 노출된 시스템의 제어 성능을 확률 제어기법을 도입하여 확인한다. 풍동 실험 장치와 실험에 사용된 축소된 형태의 헬리콥터에 대한 수학적 모델링은 일반적인 방법을 사용하였음을 가정한다.

3.1 실험 장치

전체 실험 장치의 구성은 다음과 같다.

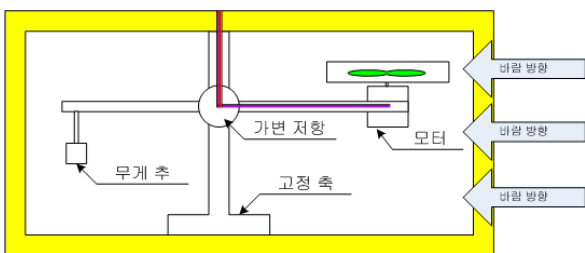


Fig. 2 Block Diagram of Experiment

그림 2에서 보듯이 실험에 사용되는 시스템은 불규칙 외란을 발생시키기 위한 풍동 장치와 풍동 장치에 설치된 축소된 헬리콥터 모델을 대상으로 실험을 진행하였다. 바람의 방향은 풍동 내부로 바람이 불어 들어가도록 설계되었다.

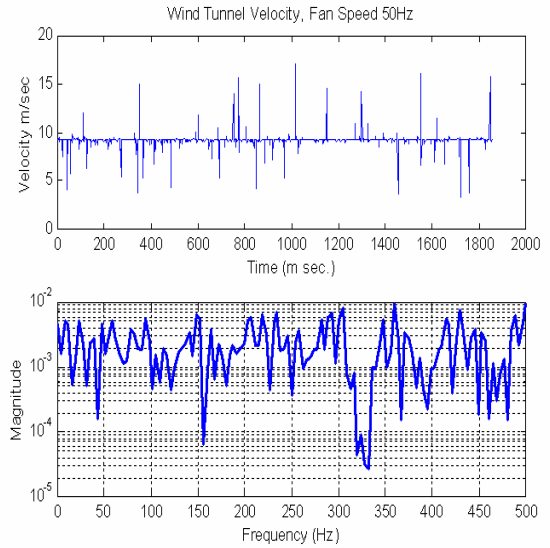


Fig. 3 Wind Tunnel Velocity

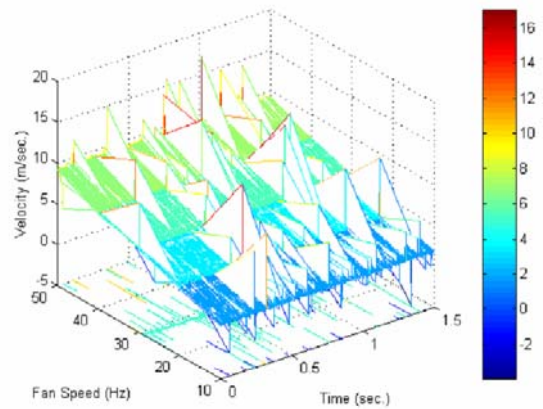


Fig. 4 Velocity with Fan Speed

위의 그림 3과 4는 풍동 장치의 팬의 속도에 따른 바람의 속도를 측정된 결과이다. 풍동의 최대 바람 속도는 25m/sec까지 바람을 생성할 수 있도록 제작되었다. 실험에서 사용한 바람의 세기는 다음의 공식을 사용하여 풍압을 측정하였다.

$$W = C \times F \times \rho \times \frac{v^2}{2} \quad [3-1]$$

여기서 C 는 저항계수, F 는 바람을 직각으로 받는 판의 면적, v 는 속도를 나타낸다.

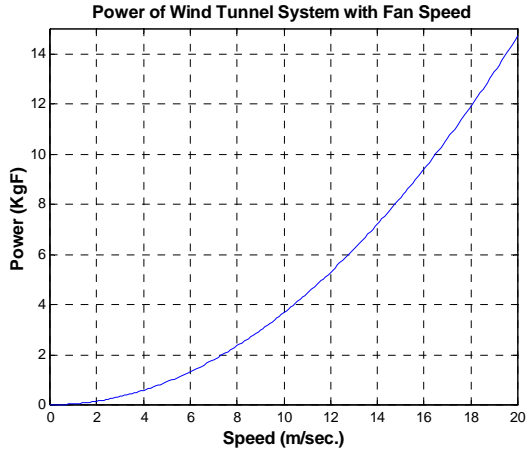


Fig. 5 Power of Wind Tunnel System with Fan Speed

다음의 그림 5는 위의 식 [3-1]을 이용하여 풍동의 팬 속도에 따른 헬리콥터 시스템에 적용되는 풍압을 나타낸다. 표로 나타내면 다음의 표 1과 같다.

Table 1 Power of Wind Tunnel System

바람 속도 (m/sec.)	풍압 (KgF)
1	0.0368
2	0.1472
3	0.3311
4	0.5886
5	0.9197

3.2 실험 방법 및 결과

실험 방법은 풍동을 가동 시킨 후에 시스템에 제어기를 적용한 방법을 적용하였다. 실험에 사용된 제어 방법은 본 논문에서 제안한 확률제어기와 기존의 제어 방법인 PID Tracking Controller를 사용하였다.

축소된 헬리콥터 모델은 일정한 각도를 유지하도록 Tracking Controller를 사용하여 각도가 0도인 지점까지 제어기를 사용하여 이후 0도를 유

지하기 위한 PID 제어방법을 적용한다. 연구에서 제안한 확률 제어 방법은 시스템이 안정화된 이후에 불규칙 외란에 노출 되었을 경우에 확률 제어기법을 적용하여 불규칙 외란에 대한 안정성을 확보하는 제어기를 설계하였다.

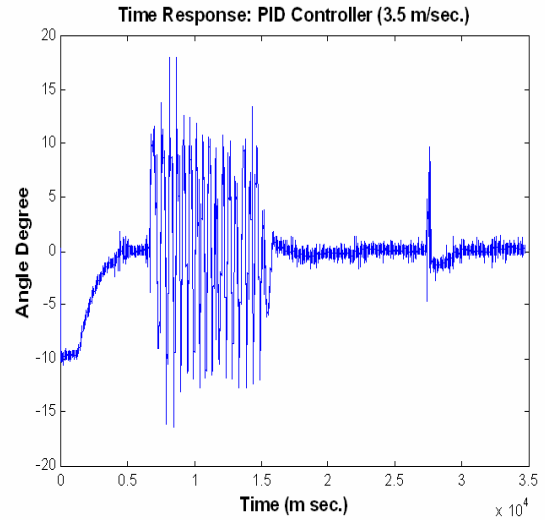


Fig. 6 Time Response: PID Controller

위의 그림 6은 풍속 3.5 m/sec.의 풍압 0.4506(KgF)이 헬리콥터 시스템에 비 결정 외란으로 적용되었을 때의 경우이며, PID Tracking Controller를 사용한 결과이다. 그림에서 보듯이 7초에서 15초 사이에 불규칙 외란에 의해서 시스템이 안정성을 잃고 불안하게 작동 하는 것을 확인할 수 있다.

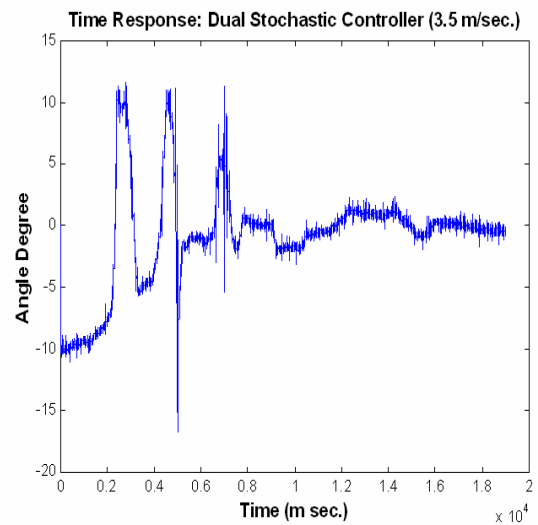


Fig. 7 Time Response: Stochastic Controller
위의 그림 7은 그림 6과 같은 조건으로 실험을

진행하였으며, 본 연구에서 제안한 확률 제어기법을 적용한 결과이다. 결과에서 보듯이 2초와 8초 사이 동안 불안한 상태이지만 곧 시스템이 안정화됨을 확인할 수 있다.

다음의 그림은 위의 그림 6과 7의 결과를 Mean Square Response 응답으로 본 결과이다.

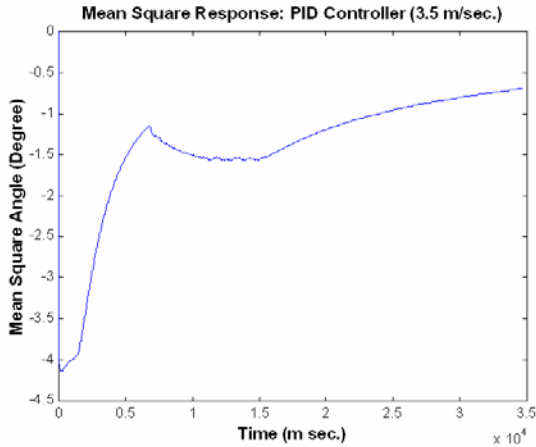


Fig. 8 Mean Square Response : PID Controller

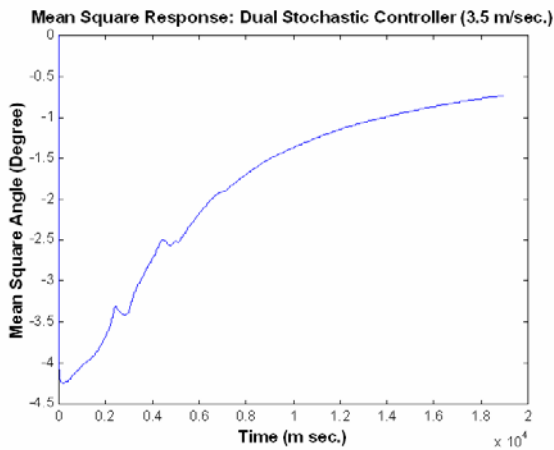


Fig. 9 Mean Square Response : Stochastic Controller

그림 8과 9에서 보듯이 확률 제어기법을 적용한 경우 불규칙 외란에 노출된 시스템의 안정성을 더욱 빨리 확보하는 것을 확인할 수 있다. 그림 8과 9에서 -(Minus)값은 시스템의 안정화된 각도를 0 일 때의 기준 각도 보다 아래에 위치하는 것을 나타낸다. 그림 8의 PID 제어 방법을 사용하였을 경우 5초에서 15사이에 기준 각도보다 많이 낮아지는 것을 확인한 반면 확률 제어기법을 적용하였을 경우는 계속해서 기준 각도에 도달하려는 결과를 확인할 수 있다.

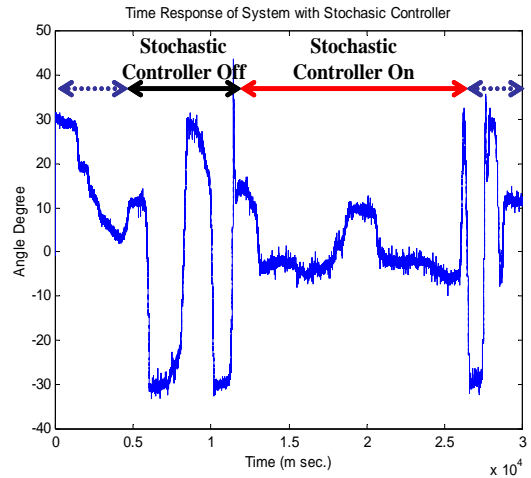


Fig. 10 Time Response: Stochastic Controller

그림 10은 확률 제어기법을 적용하여 시스템을 제어한 결과이다. 바람의 세기는 4 m/sec.로서 시스템에 가해지는 풍압은 0.5886(KgF)이다. 그림 9의 결과는 확률제어기법을 적용하기 전과 적용한 후의 시스템의 응답을 나타낸다. 시작 시점에서 5초까지와 25초에서 30초 사이는 어떠한 제어기도 사용하지 않은 상황이며, 5초에서 10초 사이는 확률제어기를 사용하지 않은 결과이고, 10초에서 25초 사이는 확률제어기법을 적용하여 시스템을 제어한 결과이다. 그림에서 보듯이 확률 제어기법을 적용하였을 경우 시스템이 더욱 안정화 되는 것을 확인할 수 있다.

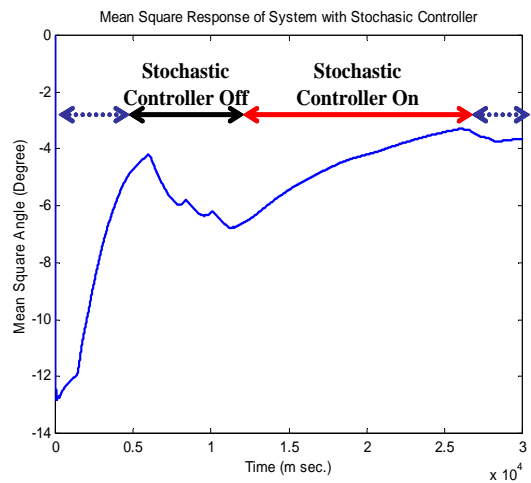


Fig. 11 Mean Square Response : Stochastic Controller

위의 그림 11은 그림 10의 결과를 Mean Square 응답으로 나타낸 그림이다. 시스템을 제어하기

시작에서 5초까지와 25초와 30초 사이에서는 어떠한 제어기도 사용하지 않은 결과이다. 그림 11의 결과에서 확률 제어기법을 적용함으로써 시스템이 안정화되는 것을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 불규칙 외란에 노출된 시스템의 안정성을 확보하기 위하여 확률 제어기법을 제안하였으며 실험을 통하여 확률 제어기의 성능을 확인하였다. 확률 제어기법은 물리 영역에서의 시스템을 확률 영역에서의 모멘트로 변환하며, 이때 불규칙 외란의 정보가 확률 영역에서 상수의 값을 갖게 된다. 따라서 불규칙 외란에 대해서 제어기를 용이하게 설계할 수 있게 된다. 불규칙 외란에 노출된 시스템에 대해서 실제 실험 장치를 이용하여 실험을 진행하였다. 그림 5와 6에서의 결과와 같이 기존의 Tracking Controller만을 사용하였을 경우와 본 연구에서 제안한 확률 제어기법을 적용 하였을 때 시스템의 안정도가 차이가 있는 것을 얻을 수 있었다. 그림 10과 11에서는 불규칙 외란에 노출된 시스템에서 확률 제어기법을 적용하였을 경우와 그렇지 않았을 경우에 대해서 시스템의 응답이 결과와 같이 달라지는 것을 확인할 수 있다. 불규칙한 비 결정적인 외란에 노출된 시스템에 확률 제어기법을 적용하면 기존의 방법보다 시스템의 안정성을 크게 확보할 수 있다는 것을 실험을 통하여 검증하였다.

참고문헌

- (1) Hoon Heo, Jeong Yup Han, Dae Jung Kim, Yun Hyun Cho, 2003, "A Design Method of Heo-stochastic Controller in Stochastic Domain", Patent in Korea No. 0327508.
- (2) Hoon Heo, Yun Hyun Cho, Dae Jung Kim, 2003, "Stochastic control of flexible beam in random flutter", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 267, Issue 2, Pages 335-354.
- (3) Z.H. Liu, W.Q. Zhu, 2007, "Stochastic averaging of quasi-integrable Hamiltonian systems with delayed feedback control", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 299, Pages 178-195

- (4) E. Mamontov, 2005, "Nonstationary invariant distributions and the hydrodynamics-style generalization of the Kolmogorov - forward / Fokker - Planck equation", *Applied Mathematics Letters*, Vol. 18, Pages 977-982.
- (5) M.F. Dimentberg, 2005, "Random vibrations of a rotating shaft with non-linear damping", *International Journal of Non-linear Mechanics*, Vol. 40, Pages 711-713.
- (6) Rubin Wang, Kimihiko Yasuda, Zhikang Zhang, 2000, "A generalized analysis technique of the stationary FPK equation in nonlinear systems under Gaussian white noise excitations", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 38, Pages 1315-1330.
- (7) T.H. Young, C.S. Juan, 2003, "Dynamic stability and response of fluttered beams subjected to random follower forces", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 38, Pages 889-901.
- (8) D. J. Kim, S. T. Park, J. W. Chung, H. Heo, 1999, "An Experimental Study on the Stochastic Control of a Aeroelastic System", *Journal of KSME(A)*, Vol. 23, No. 11, Pages 2007-2013.
- (9) Yong-Kwan Kim, Jong-Bok Lee, Hoon Heo, 2005, "A study of 'Mode Selecting Stochastic Controller' for a Dynamic System Under Random Vibration", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 19, No. 10, Pages 1846-1855.
- (10) Jong-Bok Lee, Yun-Hyun Cho, Tae-Young Ji, Hoon Heo, 2006, "Model Tracking Dual Stochastic Controller Design under Irregular Internal Noises", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 20, No. 5, Pages 652-657.