

마찰에 민감한 긴 파이프의 축관 및 확관 동시공정의 해석을 통한 마찰법칙의 평가

최인수[†] · 엄재근* · 전병윤** · 이민철*** · 전만수****

Evaluation of Frictional Laws through Analyzing a Friction-Sensitive Long-Pipe Shrinking and Expanding Process

InSu Choi, JaeGun Eom, ByungYoon Jun, MinCheol Lee and ManSoo Joun

Key Words : Bulk Metal Forming(체적소성가공), Frictional Law(마찰법칙), Friction Sensitive Metal Forming Process(마찰 민감 소성가공 공정), Coulomb Frictional Law(쿨롱마찰법칙), Constant Shear Frictional Law(일정전단마찰법칙)

Abstract

Frictional laws are criticized with emphasis on their application to bulk metal forming simulation in this paper. Coulomb frictional law and constant shear frictional law are investigated in detail in terms of their effect on metal forming process. A friction sensitive bulk metal forming process, a long-pipe simultaneously shrinking and expanding process, is introduced and the problems of the constant shear frictional law are revealed comparing the predictions obtained by the Coulomb frictional law and the constant shear frictional law with the experiments. It is shown that the constant shear frictional law is improper in the case that the normal stress varies very much from position to position and that the normal stress is low compared with flow stress of the adjacent material. It is also shown that the Coulomb frictional constant is more or less affected by the normal stress.

1. 서 론

마찰은 소성가공의 특성을 결정짓는 주요인자 중의 하나이다. 압연공정에서 물과 소재 접촉면에 마찰이 작용하지 않으면 압연이 불가능하므로 마찰은 필수적이다. 그러나 과도한 마찰력은 압하력을 증가시키고, 롤의 마모를 가속화시킨다. 단조공정의 경우, 마찰은 금속유동(Metal flow)의 형태를 결정짓는데 중요한 역할을 하지만, 금형의 수명을 떨어뜨리는 직접적 요인이 되고 있다. 일반적으로 필요 이상의 마찰력은 금형수명, 제품의 품질, 제조원가, 생산성 등에 악영향을 주며

로 주요 소성가공 공정에서 윤활제의 사용이 보편화되어 있다.

마찰에 영향을 미치는 주요 인자에는 접촉면의 압력, 윤활상태, 상대속도, 온도, 소재의 성질, 속도 등이 있다. 소성가공에서 마찰면은 고온·고압의 극한 상황이므로 마찰 인자가 마찰력에 미치는 영향을 정확히 분석하기란 쉽지 않으며, 아직까지 물리학, 재료학, 소성역학 등의 주요 연구대상 중의 하나로 남아 있다.

소성역학에서는 마찰력을 전통적으로 쿨롱마찰법칙(Law of Coulomb friction)과 일정전단마찰법칙(Law of constant shear friction)으로 수식화하여 사용해 왔다. 물론 이를 변형시킨 마찰법칙들이 다수 개발되어 있으나, 활용은 상대적으로 많지 않다. 쿨롱마찰모델에서는 마찰력이 법선력에 비례한다고 간주하는 반면, 일정전단마찰법칙에서는 전단항복응력의 일정비율에 해당하는 전단응력이 작용한다고 간주하고 있다. 따라서 일정전단마찰

† 경상대학교 대학원 기계공학과
E-mail : cisuo79@gnu.ac.kr
TEL : (055)751-5316 FAX : (055)751-5316
* (사) 경상대 수송기계부품기술혁신센터
** 진 ENG
*** 경상대학교 기계공학과
**** 경상대학교 기계항공공학부

법칙은 마찰력과 법선력의 상호관계를 반영하지 못하는 문제를 안고 있다. 마찰력이 법선력과 함수관계에 있으므로 쿨롱마찰모델 또는 유사 형태의 마찰법칙이 일정전단마찰법칙에 비하여 실제의 현상에 보다 가깝게 표현할 것임에 틀림없다. 그러나 일정전단마찰법칙이 계산시간, 수식화의 단순함 등의 장점 때문에 단조, 압연, 압출, 인발 등의 체적소성가공(Bulk metal forming) 공정의 해석을 위하여 광범위하게 사용되어 왔다. 물론 링 압축 문제에서 두 마찰법칙은 유사한 결과를 낳지만, 링 압축 문제에서 금형-소재 접촉면에 작용하는 법선응력의 분포가 비교적 균일하고, 마찰이 결정적인 역할을 하는 공정이 아니라는 사실이다[1]. 인발 및 유선형 금형을 사용한 압출의 경우, 법선응력의 변화가 금형의 전 접촉구간에서 비교적 적으므로 일정전단마찰법칙과 쿨롱마찰모델은 유사한 결과를 낳는다. 그러나 마찰언덕과 중립점 주위에서 접촉영역(Sticking region)이 존재하는 열간압연 공정과 변형형태가 비교적 복잡한 단조 공정의 경우, 두 마찰모델은 큰 차이를 낳을 수도 있다[2,3].

마찰은 소성유동에 큰 영향을 미칠 뿐만 아니라 금형의 마모수명을 좌우한다. 실제 단조 금형의 마모 형태를 조사해 보면, 국부적인 마모가 지배적임을 확인할 수 있다. 마모의 관점에서 마찰법칙간의 차이는 더욱 중요한 문제이다. 마찰현상의 모델링 및 수식화의 타당성의 중요성에도 불구하고, 이에 관한 심도있는 연구 결과는 흔하지 않다. 전만수 등[1]은 쿨롱마찰법칙과 일정전단마찰법칙의 차이를 단조 시뮬레이션 기술과 연계하여 매우 자세하게 분석하여 소개한 바 있다.

국제화의 흐름에 따른 대량 생산의 추세로 인하여 소성가공 기술의 적용이 확산되고 있다. 그 한 예가 파이프의 양단을 축관하거나 확관하는 경우가 증가하고 있다. 과거에는 여러 조각을 접합하여 제작하던 양단이 축관 또는 확관된 파이프 튜의 부품도 장 행정(Stroke)의 장비가 증가하고 생산량이 많아지면서 단일 조각의 부품으로 발전하고 있다. 그 대표적인 것이 최근에 저자들 [4]에 의하여 개발된 단조 공법으로 생산된 분기관을 들 수 있다.

다품종 소량생산 목적의 단조 공정의 설계에 있어서 단조 단수의 최소화는 매우 중요하다. 특히 한쪽 끝은 축관을 하고 그 반대편을 확관하는 경우 이를 동시에 성형할 수 있다면, 제조원가 측면에서 바람직한 일이다. 물론 각 단을 분리하여 성형하는 경우에는 공정 설계는 상대적으로

쉬운 일이지만, 생산성과 경제성의 면에서 양단 동시 성형에 비하면 훨씬 불리하다. 문제는 고려해야 할 설계변수가 작지 않다는 점이다. 파이프의 내경과 외경은 물론이고 파이프의 길이, 축관 및 확관의 정도, 금형의 형상(경사각 등) 등이 주요 고려 대상이 된다. 그리고 파이프가 길 경우에는 좌굴과 마찰의 영향을 세심하게 고려해 주어야 한다.

본 연구에서는 양단에서 축관 및 확관이 동시에 요구되는 소방용 장축 분기관의 양단의 동시 성형 시에 고려해야 할 마찰의 영향을 분석하여, 장축 분기관 제조 공정의 설계에 필요한 유용한 설계 정보를 제공하고자 한다.

이를 위하여 마찰에 민감한 파이프의 축관과 확관 동시 공정을 시뮬레이션하여 일정전단마찰법칙과 쿨롱마찰법칙의 차이점을 조사하고, 일정마찰법칙이 안고 있는 문제를 분석한다.

2. 마찰법칙의 수식화와 강소성 유한요소법

소성가공 공정에서 금형과 소재는 해석영역 V 와 경계영역 S 로 나누어지며 경계영역 는 표면력(traction)이 주어진 S_t , 속도가 $v_i = \bar{v}_i$ 로 주어진 S_v , 금형과 소재의 접촉면을 표현하는 S_c 등으로 세분화될 수 있다. 소재는 비압축성, 강소성, 등방성 경화(Isotropic hardening)의 성질을 가지고 있으며 von Mises 항복이론과 관련 유동법칙을 따른다고 가정한다. 그리고 가속도의 영향은 무시할 정도로 작다고 가정한다.

2.1 마찰법칙

쿨롱마찰법칙과 일정전단마찰법칙을 벌칙기법에 근거하여 수식화하면, 다음과 같다.

$$\sigma_t = \mu \sigma_n g(v_t) \text{ on } S_c \text{ (Coulomb friction)} \quad (2)$$

$$\sigma_t = m k g(v_t) \text{ on } S_c \text{ (Constant shear friction)} \quad (3)$$

여기서 σ_n , σ_t , μ , m 는 각각 법선응력, 마찰응력, 마찰계수(Frictional coefficient), 마찰상수(Friction factor)을 의미하고, k 는 전단항복응력을 의미한다. 함수 $g(v_t)$ 는 상대속도가 마찰에 미치는 영향을 고려하는 역할, 수치적 문제점을 완화시키는 역할, 쿨롱마찰법칙의 경우 고착상태($v_t = \bar{v}_t$)를 만들어 줌으로써 전단응력이 이론적 한계를 못 넘게 하는 역할 등을 수행하는 함수로써, Chen 과

Kobayashi[7]가 제안한 다음의 함수가 가장 널리 사용되고 있다.

$$g(v_i) = -\frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{(v_i - \bar{v}_i)}{a} \quad (4)$$

여기서 v_i 와 \bar{v}_i 는 각각 소재와 금형의 접선속도성분을 나타내며, a 는 아주 작은 양의 상수이다.

2.2 소성유동 문제의 유한요소수식화

소성가공 공정의 유동해석 문제는 속도장 v_i 와 정수압 p 를 구하자는 것이며, 경계치문제[5]로 수식화된다. 이 경계치 문제의 약형(Weak form)은 다음과 같다.

$$\int_V \sigma'_{ij} \omega'_{ij} dV - \int_V p \omega_{ii} dV - \int_V f_i \omega_i dV - \int_V v_{i,i} q dV - \sum \int_{S_i} t_i \omega_i dS - \int_{S_c} \sigma_n \omega_n dS - \int_{S_c} \sigma_t \omega_t dS = 0 \quad (5)$$

여기서 가중함수 ω_i 는 경계 S_v 에서 영의 값을 갖는 임의의 함수이고, 가중함수 q 는 전 해석영역에 대한 임의의 함수이다. 약형에서 $\omega_{ij} = \frac{1}{2}(\omega_{i,j} + \omega_{j,i})$ 이며, ω_n 과 ω_t 는 각각 ω_i 의 법선성분과 접선성분을 나타낸다. f_i 는 체적력(Body force)이고, 벡터 n_i 는 해석경계에서 정의되며 외향단위법선벡터(Outward unit normal vector)을 의미한다. 텐서량에서 상첨자 프라임(')은 편차성분(Deviatoric component)를 나타내며, 하첨자 t 와 n 은 각각 접선과 법선성분을 의미한다. 그리고 하첨자가 두번 반복되는 것은 덧셈에 대한 규약을 따른 것이며, 콤마(,) 뒤의 첨자는 편미분을 의미한다.

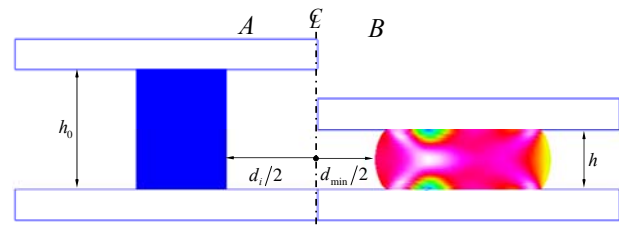
따라서 소성가공 공정 문제를 푸는 것은 임의의 가중함수 ω_i 와 q 에 대하여 약형을 항상 만족시키는 속도장 v_i 와 압력장 p 를 구하는 문제와 동일하다. 물론, 속도장은 필수경계조건을 만족해야 한다.

약형에는 속도장 u_i 와 압력장 p , 가중함수 ω_i 와 q 등이 바탕을 형성하고 있다. 그 이외의 것은 이들로로부터 파생된 것이다. 따라서 이 네 개의 함수를 유한요소보간하여 식(5)에 대입함으로써 속도와 압력이 미지수인 비선형연립방정식을 얻을 수 있다. 유한요소방정식의 유도 및 해법에 관한 내용은 참고문헌[5]에서 상술하였다.

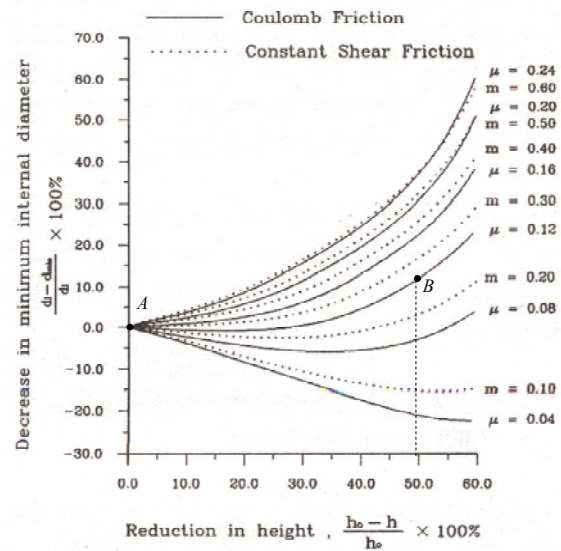
3. 마찰평가기준곡선과 문제점

링 압축은, 변형 형태가 마찰조건에 민감한 영

향을 받기 때문에, 마찰상태의 평가 목적으로 널리 사용되고 있다[5,8-13]. 링 압축시 마찰상태에 따라 링의 높이와 내경의 변화 형태와 변화 과정은 다르다. 이러한 변화 과정을 도시한 것이 마찰



(a) Ring compression



(b) Calibration curves

Fig. 1 Ring compression test and calibration curves for friction evaluation of pure aluminum

평가기준곡선이다. 링 압축 실험에서 시편의 높이와 내경의 변화 과정을 실측하여 마찰평가기준곡선과 비교함으로써 마찰계수 또는 마찰상수를 실험적으로 구할 수 있다.

Fig. 1은 변형저항식이 $\bar{\sigma} = 50.3(1 + \bar{\epsilon}/0.05)^{0.26}$

MPa로 표현되는 순수알루미늄에 대한 마찰평가기준곡선으로, 마찰계수 및 마찰상수에 따른 링의 높이와 내경의 변화 과정을 도시한 것이다. 이 곡선을 만드는데 사용된 링의 외경:내경:높이의 비는 6:3:2이다. 일반적으로 마찰평가기준곡선은 소재에 따라 약간씩 다르다. Fig. 1은 속도비의 존재료에 관한 마찰평가기준곡선이지만, 속도의 존재료에 대한 마찰평가기준곡선도 비슷한 형태의 결과를 나타낸다[1].

Fig. 1에서 곡선의 기울기를 비교해 보면, 압하율이 적을 경우, 쿨롱마찰모델과 일정전단마찰모

델은 전반적으로 유사한 결과를 낳고 있으며, 마찰계수와 마찰상수가 작을수록 유사성이 증가함을 확인할 수 있다. 마찰이 작아지면, 균일압축 (homogeneous compression)에 가깝게 되기 때문에 비록 쿨롱마찰법칙을 사용하더라도 마찰응력의 큰 변화는 예상되지 않기 때문에 이 결과는 예상된 것이다. 순수알루미늄에 대한 마찰계수와 마찰상수의 관계는 50%의 압축비를 기준으로 Fig. 1로부터 Fig. 2와 같이 구할 수 있다. 이 그림으로부터 다음의 마찰계수-마찰상수의 관계식이 구해진다.

$$m = 3.08\mu^{1.158} \quad (6)$$

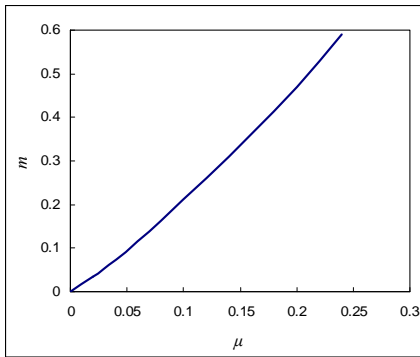


Fig. 2 Relationship between frictional coefficient and friction factor

한편, 소재의 변형저항식에 따라 마찰평가기준 곡선은 약간의 차이가 발생하지만, 큰 차이가 아니므로 Fig. 1을 일반적인 재료의 마찰기준곡선으로 간주하여도 무리는 아니다.

저 변형상태에서 식 (6)은 매우 잘 맞지만, 링의 높이가 약 50% 이상 압축되면, 링의 압축비와 마찰이 증가할수록 곡선의 기울기 차이가 증가하고 있다. 이러한 현상은 링이 압축됨에 따라 형상비 (소재의 평균폭/평균높이로 정의함)가 증가하게 되고 이로 인하여 발생한 법선응력의 크기 차이가 일정단마찰모델에서는 마찰력에 반영되지 않는 반면, 쿨롱마찰법칙에서는 그것이 반영된 결과라고 볼 수 있다. 물론 이러한 경향은 마찰계수가 클수록 심화되고 있다.

한편, 링 압축은 마찰에 민감하지만, 마찰법칙에는 둔감한 문제이므로 이를 바탕으로 마찰법칙을 논하는데는 다소 주의가 필요하다고 사료된다. Fig. 3에 마찰계수가 0.24이고 압축비가 50%일 때 법선응력의 분포를 나타내었다. 이 그림에서 보는 바와 같이 비교적 큰 마찰계수 하에서도 법선응력의 최대값과 최소값의 차이가 38% 밖에 나지 않기

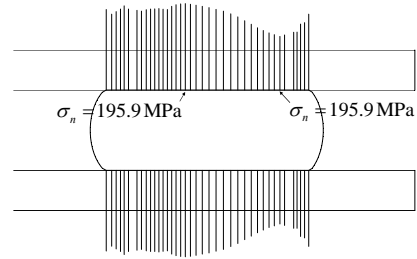


Fig. 3 Relation between coefficient of Coulomb friction and friction factor

때문에 일정단마찰법칙을 사용하더라도 링의 거동특성은 근본적으로 큰 차이가 날 수 없다. 윤활제를 사용하는 냉간소성가공에서 마찰계수 0.24는 매우 큰 값이다. 경험적으로 볼 때[1], 마찰이 크고 비교적 높이에 비하여 반경이 큰 단조 공정인 경우, 마찰법칙에 따라 재료의 변형거동 특성이 크게 달라진다. 따라서 링 압축 시험 결과를 바탕으로 두 마찰법칙의 유사성을 논하는 것은 위험할 수 있다.

4. 마찰에 민감한 긴 파이프의 축관과 환관 동시 공정의 해석

경험적으로 볼 때, 파이프의 축관과 환관 동시 공정은 마찰에 매우 민감하다. Fig. 4의 파이프의 축관과 환관 동시 공정에서 하부 금형의 형상이 고정되어 있고, 파이프의 외경이 고정되어 있다고 하자. 그러면 공정 설계자가 선택할 수 있는 것은 마찰밖에 없다. 만약 압출 부가 원하는 것에 비하여 길게 되면, 압출 부에서 마찰을 크게 하고 하금형의 중간 부위의 내경을 가급적 작게 하여 마찰을 유도하여야 한다. 반대로 원하는 것에 비하여 압출 부의 성형이 작게 될 경우에는 반대로 압출 부에서 마찰을 줄여야 하고, 하금형의 중간 부위의 내경이 소재와 닿지 않도록 해야 한다. 물론 파이프가 길 경우에는 좌굴을 감안하여야 한다.

따라서 긴 파이프의 축관과 환관 동시 공정은 마찰에 매우 민감한 극단적인 문제에 속한다. 무엇보다도 성형 중 소재에 작용하는 정수압이 작기 때문에 긴 파이프의 소재-금형 접촉면에 작용하는 법선응력이 중실축에 비하여 매우 작다. 그리고 압출비가 클 경우, 소재-금형 접촉면이 매우 넓고, 파이프의 중간 영역이 탄성과 소성 경계영역에 머무르기도 하기 때문에 마찰력이 전체적인 거동특성에 미치는 영향이 매우 크다.

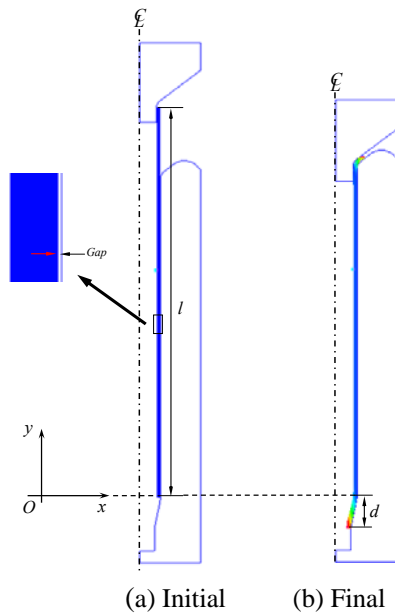


Fig. 4 A long-pipe simultaneously shrinking and expanding process

이러한 점을 가시화하기 위하여 Coulomb 마찰 법칙과 일정전단마찰법칙을 이용하여, 긴 파이프의 축관과 환관 동시 공정의 해석을 실시하였다. 비교 대상의 마찰계수와 마찰상수는 식 (6)의 관계를 만족하도록 선정하였으며, 세 가지의 마찰계수(마찰상수), 0.025(0.043), 0.05(0.096), 0.075(0.153) 등에 대하여 조사하였다.

단조 시뮬레이션 목적으로 AFDEX2D 가 사용되었으며, 해석결과를 Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7 에 나타내었다[6]. 그림에서 보는 바와 같이 링 압축시험에서 동등한 마찰계수와 마찰상수가 예측한 결과는 세 경우 모두 매우 상이함으로 알 수 있다. 이 점을 정량적으로 나타내기 위하여 마찰계수와 마찰상수의 변화에 따른 Fig. 4 에서 정의된 돌출 길이 d 값의 변화를 Fig. 8 에 도시하였다. 이 그림으로부터 긴 파이프의 축관과 환관 동시 공정의 관점에서 볼 때 쿨롱마찰법칙과 일정전단마찰법칙은 동질성이 없음을 알 수 있다. 대개의 경우, 학계와 산업계에서 0.05-0.1 범위의 마찰계수가 널리 사용하고 있다. 이러한 사실과 마찰 및 마찰이론을 근거로 판단할 때, 본 연구결과는 마찰계수를 압력의 함수이며 압력이 작을수록 마찰계수는 작아진다는 일반적인 추론을 검증하는 결과라고 할 수 있다.

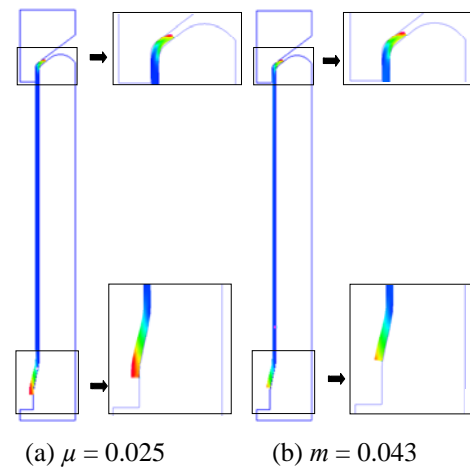


Fig. 5 Simulation results for $\mu(m)=0.025(0.043)$

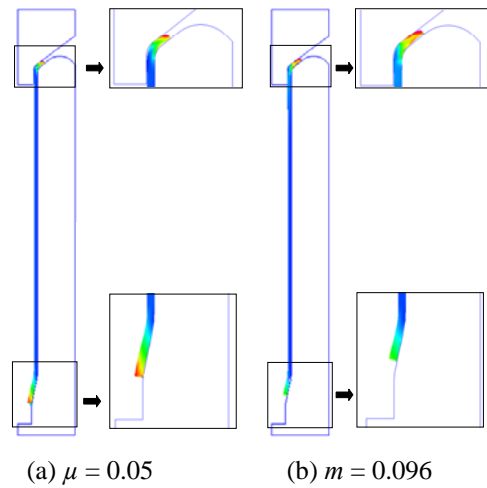


Fig. 6 Simulation results for $\mu(m)=0.050(0.096)$

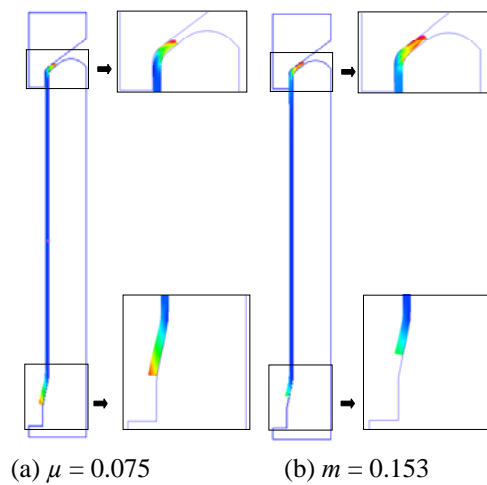


Fig. 7 Simulation results for $\mu(m)=0.075(0.153)$

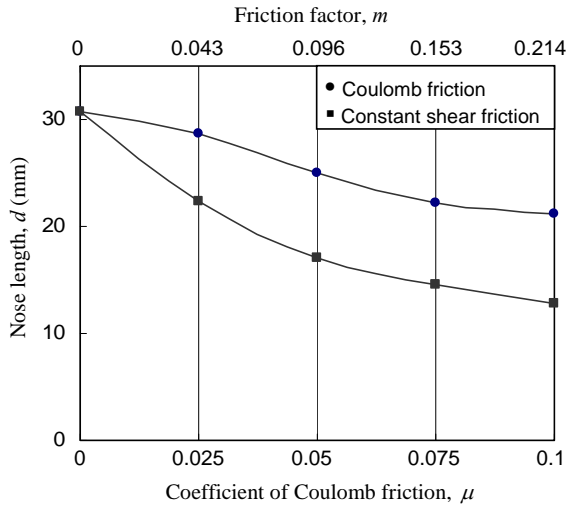


Fig. 8 Variation of predicted nose length d with friction

5. 결론

본 연구에서는 마찰에 민감한 긴 파이프의 축관과 환관 동시공정의 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 널리 사용되고 있는 쿨롱마찰법칙과 일정전단마찰법칙을 평가하였다.

링 압축시험으로부터 구한 기존의 마찰평가기준 곡선으로부터 두 마찰법칙의 유사성을 논하는 것이 위험하다는 사실이 강조되었다. 즉, 링 압축 문제에서 접촉면에서의 접선응력의 변화가 문제의 특성상 비교적 작기 때문에 두 마찰법칙은 유사한 결과를 낼 수밖에 없다는 사실을 시뮬레이션 결과를 통하여 강조하였다.

이러한 점을 보다 강조하기 위하여 마찰에 매우 민감한 긴 파이프의 축관과 환관 동시공정을 두 마찰법칙을 이용하여 시뮬레이션하였으며, 그 결과를 비교 분석하였다. 그 결과, 마찰응력이 작고 금형과 소재의 접촉면적이 큰 문제에서 일정전단마찰법칙은 실제의 현상과 동떨어진 결과를 낳게 된다는 사실을 입증하였다. 그리고 실험을 통하여 쿨롱 마찰계수 역시 압력이 작은 경우에는 그 값이 일반적인 경우에 비하여 작아진다는 점을 확인하였다.

후 기

본 연구는 산업자원부의 지역혁신 인력양성사업의 연구결과로 수행되었음.

- (1) Joun, M. S., Moon, H. G., Hwang, S. M., 1996, "Consideration on Friction Laws and their Effect on Finite Element Solutions in Bulk Metal Forming ", *KSPE*, Vol. 13, No. 2, pp. 233~227.
- (2) Bland, D. R. and Ford, H. "The Calculation of Roll Force and Torque in Cold Strip Rolling with Tension," *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, Vol.159, pp.144-163, 1948.
- (3) Li, G. J. and Kobayashi, S., 1982, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Plane Strain Rolling," *ASME Trans., J. Eng. for Ind.*, Vol.104, pp.55-64.
- (4) Jun, B. Y., Shin, S. H., Lee, M. C., Suh, K. S., Joun, M. S., 2006, "New Design of Sprinkler Branch Outlet for Fire-Extinguishing Purposes and Its Manufacturing Process," *KIFSE*, Vol. 20, No. 4, pp. 10~25.
- (5) Hwang, S. M., Joun, M. S. and Park, J. S., 1990, "A Penalty Rigid-Plastic Finite Element Method for the Determination of Stress Distributions at the Tool-Workpiece Interface in Metal Forming," *Trans. of NAMRI of SME*, Vol. XVIII, pp.13-19.
- (6) Hwang, S. M., Joun, M. S. and Kang, Y. H., 1993, "Finite Element Analysis of Temperatures, Metal Flow, and Roll Pressure in Hot Strip Rolling," *ASME Trans., J. Eng. for Industry*, Vol. 115, pp. 290-298.
- (7) Chen, C. C. and Kobayashi, S., 1978, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression," *Appl. of Num. Methods to Forming Process, ASME*, AMD 28, pp.163-174.
- (8) Hawkyard, J. B. and Johnson, W., 1967, "An Analysis of the Changes in Geometry of a Short Hollow Cylinder during Axial Compression," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.9, pp.163-182.
- (9) Male, A. T. and Depierre, V., 1970, "The Validity of Mathematical Solutions for Determining Friction from the Ring Compression Test," *Lubrication Technology*, pp.389-397.
- (10) Lee, C. H. and Altan, T., "Influence of Flow Stress and Friction Upon Metal Flow in Upset Forging of Rings and Cylinders," *ASME Trans., J. Eng. for Ind.*, Vol.94, p.775.
- (11) Hwang, S. M. and Kobayashi, S., 1983, "A Note on Evaluation of Interface Friction in Ring Tests," *Proc. XIth NAMRC, SME*, pp.193-196.
- (12) Park, C. Y., Yang, D. Y., 1992, "Effects of Work-Hardening Exponent and Strain-Rate Hardening Exponent on the Determination of Friction Factor," *KSTP*, Vol. 1, No. 1, pp. 42-51.
- (13) Choi, Y. M. and Kim, N. S., 1993, "Determination of Flow Stress and Friction Factor by the Ring Compression Test(I)," *Conference of KSTP*, pp.12-22, 1993.
- (14) Wusatowski, Z., "Fundamentals of Rolling", 1969, Pergamon Press.
- (15) Joun, M. S. and Lee, H. I., 2000, "From Continuum Mechanics to Finite Element Method", Prentice Hall.