

# 직관과 곡관의 경계 용접부에 존재하는 원주방향 표면균열에 대한 탄소성 파괴역학 해석

송태광\* · 오창균\*\* · 김윤재† · 김종성\*\* · 진태은\*\*

## Elastic-Plastic Fracture Mechanics Analyses For circumferential Part-through Surface Cracks At The Interface Between Elbows and Pipes

Tae-Kwang Song, Chang-Kyun Oh, Yun-Jae Kim, Jong-Sung Kim and Tae-Eun Jin

**Key Words :** Finite element analysis(유한요소해석),  $J$ -integral ( $J$ -적분), Pipe bend (곡관) limit load (한계하중), Reference stress(참조응력)

### Abstract

This paper presents plastic limit loads and approximate  $J$ -integral estimates for circumferential part-through crack at the interface between elbows and pipes. Based on finite element limit analyses using elastic-perfectly plastic materials, plastic limit moments under in-plane bending are obtained and it is found that they are similar those for circumferential part-through surface cracks in the center of elbow. Based on present FE results, closed-form limit load solutions are proposed. Welds are not explicitly considered and all materials are assumed to be homogeneous. And the method to estimate the elastic-plastic  $J$ -integral for circumferential part-through surface cracks at the interface between elbows and straight pipes is proposed based on the reference stress approach, which was compared with corresponding solutions for straight pipes.

## 1. 서론

발전소 배관 구조물의 설계 및 건전성 평가를 위해서 직관 또는 곡관에 위치한 균열이 배관의 건전성에 미치는 영향에 대한 연구가 다양하게 수행되어왔다<sup>(1-8)</sup>. 발전 설비는 종종 직관과 용접에 의해 연결된 곡관을 포함하며, 용접부는 결함이 발생하기 쉬운 부위이다. 그러나 지금까지 직관과 곡관의 경계 용접부에 위치한 균열에 대한 연구는 미미한 편이며, 경계 용접부에 존재하는 균열을 직관에 존재하는 균열로 가정하여 평가하는 방법

이 일반적이다. 본 연구에서는 직관과 곡관의 경계 용접부에 위치한 원주 방향 표면균열에 대한 탄소성 파괴역학 해석을 수행하였으며 그 결과 경계 용접부에 위치한 균열을 직관에 위치한 균열로 가정하는 방법은 비-보수적인 결과를 초래할 수 있음을 보이며, 따라서 경계면에 위치한 균열을 평가할 수 있는 방법을 제시하고자 한다.

## 2. 유한 요소 해석

### 2.1 형상 및 유한요소 모델

Fig. 1은 본 연구에서 고려한 배관 구조물로서 형상 변수인 배관의 평균 반경 및 두께, 곡관 반경(bend radius)은 각각  $r$ ,  $t$ ,  $R$  로 표현하였으며 균열 크기는 원주 방향 균열각( $\theta$ ) 및 내부 표면균열의 깊이( $a$ )를 통해 나타내었다. 그리고 곡관 변수  $\lambda$ 는 다음과 같이 정의한다.

† 책임저자, 회원, 고려대 기계공학과

E-mail : kimy0308@korea.ac.kr

TEL : (02)3290-3372 FAX : (02)926-9290

\* 회원, 고려대학교 기계공학과 원

\*\* 회원, 한국전력기술(주)

$$\lambda = \frac{Rt}{r^2} = \frac{(R/r)}{(r/t)} \quad (1)$$

용접부의 이종(heterogeneous) 특성은 고려하지 않았으며 곡관 형상이 한계 하중에 미치는 영향을 정량화하기 위해  $r/t$  및  $R/r$  은 각각  $5 \leq r/t \leq 20$ ,  $2 \leq R/r \leq 6$  범위에서 체계적으로 변화시켰다. 이러한 변수범위 선택을 통해 실제 발전소에서 곡관에 적용되는  $\lambda$ 의 범위인  $0.1 \leq \lambda \leq 0.5$ 를 만족할 수 있다. 또한 곡관에 연결되는 직관은 충분한 길이를 두었으며( $L=10r$ ) 이를 통해 굽힘 하중을 가하였을 때 직관의 길이가 한계 하중에 미치는 영향을 없앨 수 있었다<sup>(9-10)</sup>. Extrados 및 intrados 내부 표면에 대해 균열 열림 방향으로 굽힘을 가하였다.

Fig. 2는 직관과 곡관 경계면에 존재하는 원주방향 표면균열을 나타내는 요한요소 모델이다. 유한요소 해석은 ABAQUS<sup>(13)</sup>를 사용하여 수행하였다. 대칭성을 이용하여 1/2 모델만을 고려하였지만 표면 균열을 포함하는 3차원 해석은 통상 많은 연산 시간을 필요로 하므로 해석 시간 단축을 위해 ABAQUS 에서 제공하는 Shell-to-Solid Coupling 옵션을 사용하였다. Fig. 2에서와 같이 경계면에 위치한 표면균열 부근은 3차원 등계수 사각주요소(C3D20R)를 사용하였으며 나머지 곡관 및 직관 부분은 shell요소(S8R)를 사용하였다. 재료는 탄성-완전 소성 물성으로 가정하였으며 소변형 해석을 수행하였다. 굽힘하중만을 고려하였으며 ABAQUS 에서 제공하는 MPC 옵션을 통해 직관 끝단에 굽힘 하중을 가하였다.

### 3. 한계하중(Limit load) 해석 결과

#### 3.1 곡관 중앙에 위치한 균열

곡관과 직관 경계면에 위치하는 원주방향 표면 균열 배관에 대한 한계하중해석에 앞서 비교를 위해 곡관 중앙부에 위치하는 균열에 대한 한계 하중을 살펴 볼 필요가 있다.

Fig. 3(a)는 곡관 중앙에 위치하는 extrados 표면 균열에 대한 한계하중을 균열 없는 직관의 한계하중(식(3))으로 무차원화한 값 및 같은 크기와 형상의 균열을 가진 직관의 한계하중식(식(2))과의 비교 결과다. 균열 크기( $\theta/\pi$ ) 및 균열 깊이( $a/t$ )가 작을 때 균열이 존재하는 곡관의 한계하중은 직관의 한계하중에 비해 작으며 특히  $\theta/\pi=0.1$ ,  $a/t<0.2$ 에서 그 차이는 최대 30%정도 발생함을 확인할 수 있다. 또한 균열각이 커지면 일정 균열 깊이 이상부

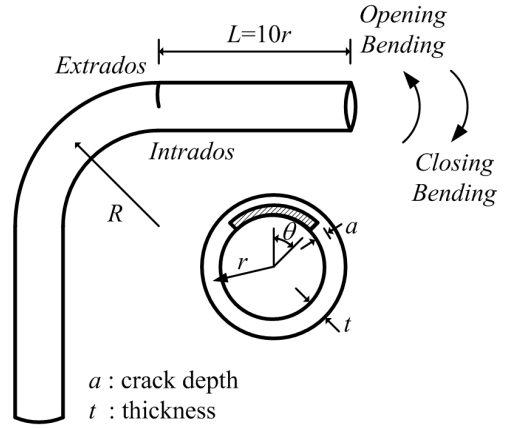


Fig. 1 Schematic illustration of a circumferential part-through surface crack at the interface between an elbow and attached straight pipe.

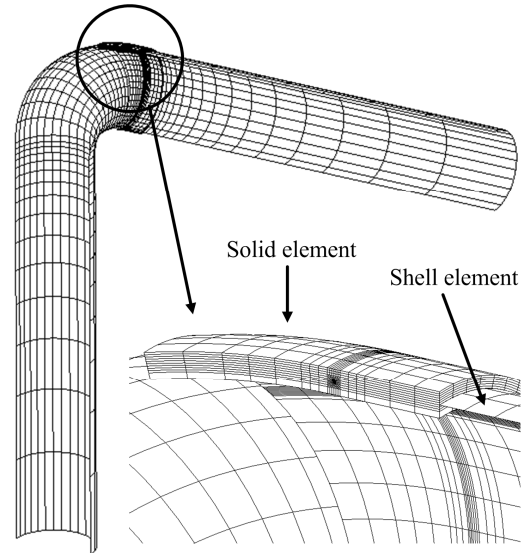


Fig. 2 Typical finite element meshes for circumferential part-through surface crack

터 균열 있는 곡관의 한계하중이 직관의 한계하중과 같아짐을 알 수 있다.  $\theta/\pi=0.5$ ,  $a/t>0.6$  에서 이를 확인할 수 있다.

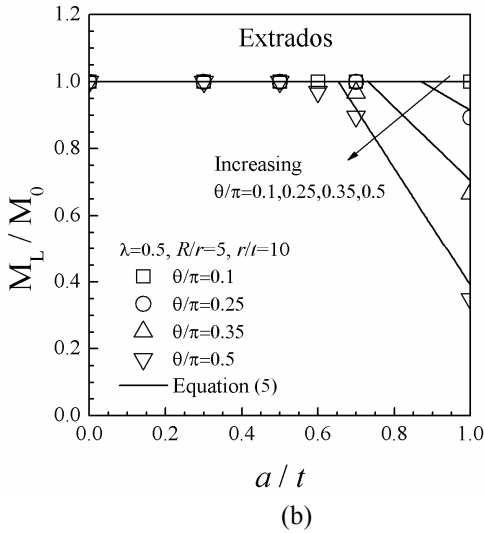
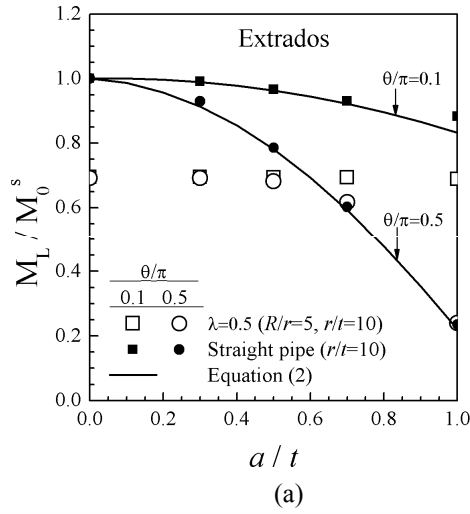
$$\frac{M_L}{M_o^s} = \left[ 1 + B_1 \frac{a}{t} + B_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2 \right] \frac{\left( \cos \left( \frac{\theta a}{2t} \right) - \frac{a \sin \theta}{t} \right)}{\left( \cos \left( \frac{\pi a \theta}{8t} \right) - \frac{a f(\theta)}{t} \right)} \quad (2)$$

with

$$B_1 = 0.0741 - 0.1693 \left( \frac{\theta}{\pi} \right) \quad B_2 = -0.0863 - 1.0127 \left( \frac{\theta}{\pi} \right)$$

$$f(\theta) = 0.7854\theta^2 - 0.09817\theta^4 + 0.0040906\theta^6 - 0.000085\theta^8$$

$$M_o^s = 4r^2 t \sigma_o \quad (3)$$



**Fig. 3** Comparisons of FE limit loads for extrados circumferential part-through surface cracked elbows under closing bending with (a) the straight pipe solution, Eq. (2) and (b) proposed solution Eq. (5)

Fig. 3(b)는 같은 경우에서의 한계하중을 균열없는 곡관의 한계하중으로 무차원화한 결과다. 균열없는 곡관의 한계하중은 최근 저자들의 연구에서 유한요소해석 결과를 바탕으로 제시한 바 있으며 식(4)와 같다<sup>(9)</sup>.

$$\frac{M_o}{M_o^s} = A(\lambda + B)^C \quad (4)$$

$$A = 0.6453 \left(\frac{r}{t}\right)^{0.0772}; B = 1.5398 \left(\frac{r}{t}\right)^{-0.6755}; C = 0.5157 \left(\frac{r}{t}\right)^{0.0601}$$

균열없는 곡관의 한계하중으로 무차원화한 결과 충분히 큰 균열크기 및 균열 깊이가 아니면 균열이 존재하는 곡관의 한계 하중은 균열 없는 곡관의 한계 하중과 같음을 알 수 있다. 그리고 이러한 경향은 본 연구에서 고려한 모든 기하 형상 ( $\lambda, r/t, R/r$ ) 및 균열 크기 ( $\theta/\pi, a/t$ )에서 확인할 수 있었으며 균열 위치(extrados, intrados)에도 상관없이

나타났다. 이를 바탕으로 곡관의 중앙 외호부에 존재하는 표면균열에 대한 한계하중을 다음과 같은 식을 통해 제시할 수 있다<sup>(10)</sup>.

$$\frac{M_L}{M_o} = \min \left\{ 1.0, -4.4 \left( \frac{\theta}{\pi} - 0.1 \right) \left( \frac{a}{t} \right) + \left( 2.3 \frac{\theta}{\pi} + 1.0 \right) \right\} \quad (5)$$

식(5)는 유한요소 한계하중해석 결과를 바탕으로 식으로  $\theta/\pi \leq 0.5$  에서 유효하며, 관통균열시( $a/t \rightarrow 1$ ) 곡관 중앙 외호부에 존재하는 관통균열식인 식(6)에 수렴한다<sup>(10)</sup>.

$$\frac{M_L}{M_o} = \begin{cases} \min \left\{ 1.0, -2.10 \left( \frac{\theta}{\pi} \right) + 1.44 \right\} & \text{for } 0 \leq \frac{\theta}{\pi} \leq 0.5 \\ 3.12 \left( 1 - \frac{\theta}{\pi} \right)^3 & \text{for } 0.5 \leq \frac{\theta}{\pi} \leq 1.0 \end{cases} \quad (6)$$

곡관 중앙 외호부(extrados) 표면 균열에서 나타나는 이와 같은 특성은 곡관 중앙 내호부(intrados) 표면 균열에서도 비슷하게 나타나며 한계하중식은 식(7)과 같이 제안할 수 있다<sup>(10)</sup>.

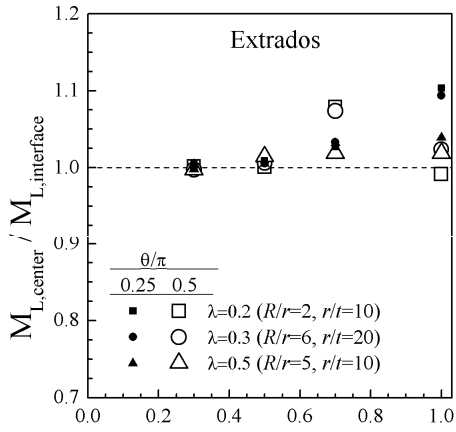
$$\frac{M_L}{M_o} = \min \left[ 1.0, \left( -3.4 \frac{\theta}{\pi} + 0.14 \right) \left( \frac{a}{t} \right) + \left( 1.62 \frac{\theta}{\pi} + 1.07 \right) \right] \quad (7)$$

곡관 내호부 관통균열시( $a/t \rightarrow 1$ ) 식(7)은 곡관 내호부 관통균열식인 식(8)에 수렴한다<sup>(10)</sup>.

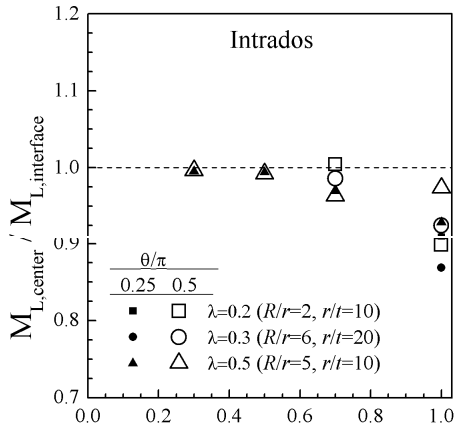
$$\frac{M_L}{M_o} = \begin{cases} \min \left\{ 1.0, -1.78 \left( \frac{\theta}{\pi} \right) + 1.21 \right\} & \text{for } 0 \leq \frac{\theta}{\pi} \leq 0.5 \\ 2.56 \left( 1 - \frac{\theta}{\pi} \right)^3 & \text{for } 0.5 \leq \frac{\theta}{\pi} \leq 1.0 \end{cases} \quad (8)$$

### 3.2 곡관 및 직관 경계면에 위치한 균열

Fig. 4는 곡관 중앙에 위치한 extrados 및 intrados 표면균열 유한요소 한계하중을 곡관 및 직관 경계면에 위치한 extrados 및 intrados 표면 균열에 대한 유한요소 한계 하중에 대한 비로 나타낸 결과다. 3 가지 기하형상( $\lambda=0.2, 0.3, 0.5$ )에 대해  $a/t$ 가 증가할수록 extrados 균열의 경우 경계면 표면균열 한계하중은 곡관 중앙 표면균열 한계하중에 비해 최대 10% 정도 작으며(Fig. 4(a)), intrados 균열에서는 경계면 표면균열 한계하중은 곡관 중앙 표면균열 한계 하중에 비해 최대 10%정도 큼을 확인할 수 있다(Fig. 4(b)). 이와 같이 곡관과 직관 경계면에 존재하는 표면균열 배관에서의 한계하중은 곡관 중앙에 존재하는 한계하중과 큰 차이가 없으며, 따라서 곡관 중앙 intrados 표면균열 한계하중식(식(7))을 통해 나타낼 수 있다. Fig. 5는 곡관 및 직관 경계면에 존재하는 extrados 및 intrados 표면균열에 대한 유한요소 한계하중을 식(7)과 비교한 결과로 균열 위치(extrados, intrados) 및 균열 크기( $\theta/\pi, a/t$ ), 곡관 형상( $\lambda, r/t, R/r$ )에 상관없이 잘 일치함을 확인할 수 있다.



(a)



(b)

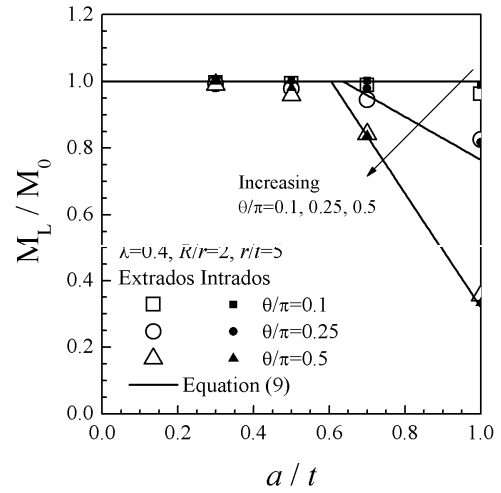
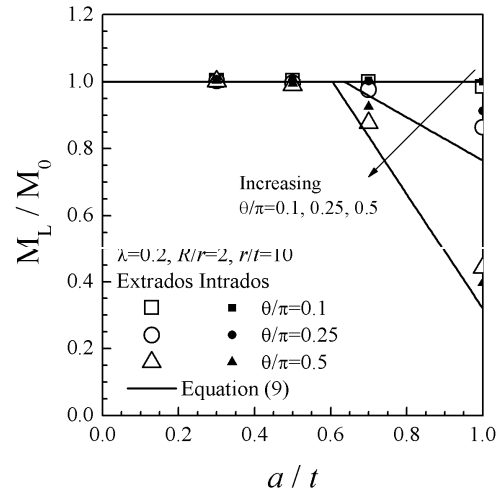
**Fig. 4** Ratios of FE limit moments for circumferential part-through surface cracks in the center of elbows to those at the interface between elbows and straight pipes : (a) extrados cracks under closing bending and (b) intrados cracks in the opening bending.

#### 4. 참조응력법 기반 $J$ -적분 예측

##### 4.1 탄-소성 유한요소 해석

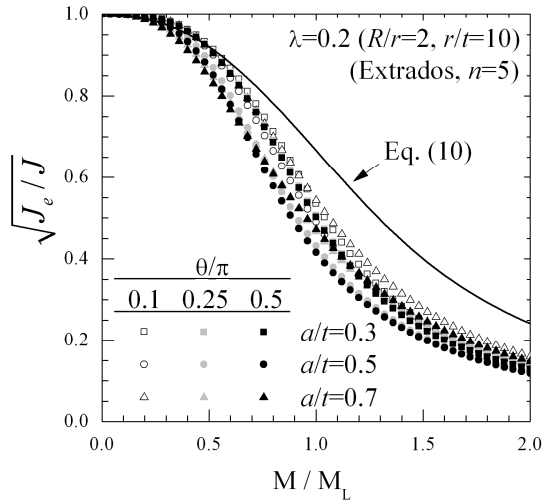
탄-소성 파괴역학 해석에서  $J$ -적분은 구조물의 건전성을 평가할 수 있는 중요 지표다. ABAQUS를 통해  $J$ -적분을 구할 수 있으며, 이 때 재료의 인장 물성은 Ramberg-Osgood 관계식을 적용하였다.

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (9)$$

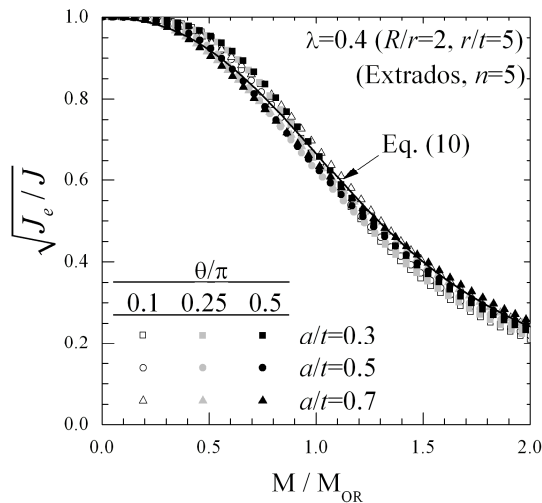
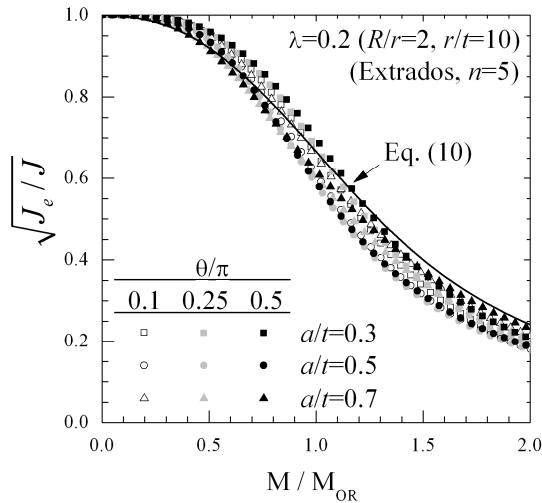


**Fig. 5** Comparisons of FE limit load results for circumferential part-through surface crack at the interface between elbows and straight pipes with the proposed solution, Eq. (xx)

여기서,  $\sigma_0$ 는 재료의 0.2% 오프셋 항복강도이며  $\varepsilon_0$ 는  $\sigma_0$ 에 해당하는 변형률로  $\varepsilon_0 = \sigma_0 / E$ 를 만족한다.  $\alpha$ ,  $n$ 은 재료상수로서 본 연구에서는  $\alpha=1$ 로 고정하며 가공경화지수( $n$ )는 두 가지 값( $n=5, 10$ )에 대해 그 영향을 알아 보았다. 그리고 곡관의 형상은 한계하중 해석에서와 마찬가지로  $0.2 \leq \lambda \leq 0.6$  범위에서 체계적으로 변화시켰으며,  $0.1 \leq \theta/\pi \leq 0.5$ ,  $0.3 \leq a/t \leq 0.7$  범위의 균열 크기에서 탄-소성  $J$ -적분해석을 수행하였다.  $J$ -적분은 작용하중의 함수 형태로 영역 적분(domain integral) 방법을 통해 구하였으며, 본 논문에서의 관심 대상이 균일한 깊이를 가지는 원주방향 표면균열배관이므로 균열 중앙 최심점에서 방사(radial) 방향으로  $J$ -적분을 구하였다.



**Fig. 6** Comparisons of FE  $J$ -integral with the reference stress based  $J$ -integral estimates using the reference stress defined by the plastic limit moments, Eq (7)



**Fig. 7** Comparisons of FE  $J$ -integral with the reference stress based  $J$ -integral estimates using the reference stress defined by the optimized limit moments, Eq (13) : Results for the  $n=5$ .

## 4.2 참조응력법 기반 $J$ -적분 예측

참조응력법에 기반한  $J$ -적분은 식(10)와 같이 구할 수 있다.

$$\frac{J}{J_e} = \frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_o} \right)^2 \frac{\sigma_{ref}}{E\varepsilon_{ref}} \quad (10)$$

여기서,  $\sigma_o$ 는 0.2% 오프셋 항복강도이며  $\sigma_{ref}$ 는 참조응력이다.  $\sigma_{ref}/\sigma_o$ 는 구조물에 작용하는 하중의 함수로 구할 수 있으며 식(11)과 같다.

$$\sigma_{ref} = \frac{M}{M_{ref}} \sigma_o \quad (11)$$

여기서,  $M_{ref}$ 는 일반적으로 탄성-완전소성 인장 물성을 바탕으로 한 한계하중이며  $M$ 은 구조물에 작용하는 하중을 나타낸다.  $J_e$ 는 탄성 인장물성에서의  $J$ -적분으로 다음과 같이 정의된다.

$$J_e = \frac{K^2}{E'} \quad (12)$$

여기서,  $K$ 는 응력확대계수(SIF, Stress Intensity Factor)를 나타내며 탄성 유한요소해석으로 쉽게 구할 수 있다.  $E'$ 는 재료의 탄성계수(Young's Modulus)로 평면응력(Plane Stress) 조건에서  $E'=E$ , 평면변형률(Plane Strain)조건에서  $E'=E/(1-\nu^2)$ 이다.

참조응력법에 기반한  $J$ -적분(식(10))은 구조물의 건전성 평가에 있어 가장 보편적으로 쓰이는 FAD (Failure Assessment Diagram)를 통해 Fig. 6과 같이 표현할 수 있다. Fig. 6은 직관과 곡관 경계면에 위치하는 extrados 표면균열에 대해  $\lambda=0.2$ 에서 다양한 균열 크기에 대한 유한요소해석  $J$ -적분 결과를 나타낸다. 이 때, 참조하중은 소성한계하중을 사용하였으며 평가식을 통한  $J$ -적분이 유한요소해석에 의한  $J$ -적분에 비해 다소 비 보수적인 결과를 나타냄을 확인할 수 있다. 이 같은 경향은 다른 형상조건( $\lambda=0.3\sim 0.6$ ) 및 intrados 표면균열에서도 나타났다. 3장의 결과를 바탕으로 생각할 때, 직관의 한계하중을 참조하중으로 사용한 평가식의 비 보수성은 더욱 증가하게 됨을 예측할 수 있으며, 따라서 직관과 곡관의 경계면에 존재하는 균열 평가 시 직관으로 가정하는 기존의 평가방법은 세심한 주의를 필요로 한다. 그러나 직관과 곡관 경계면 표면균열 배관의 소성한계하중을 참조하중으로 사용한 평가식 역시 유한요소해석 결과와 비교할 때 비 보수적인  $J$ -적분을 나타내므로 식(13)과 같이 보정계수를 이용해 평가식의 비 보수성을 줄일 수 있다.

$$M_{OR} = \gamma \left( \frac{\theta}{\pi} \right) M_L = 0.45 \left[ \left( \frac{\theta}{\pi} \right)^2 - \left( \frac{\theta}{\pi} \right) + 2.0 \right] M_L \quad \text{식(13)}$$

여기서  $M_{OR}$ 은 최적화 참조 한계하중(Optimized Reference Limit load)이며, 보정계수는 다양한 균열 크기 및 곡관 형상 조건에서의 유한요소 해석 결과를 바탕으로 식(13)과 같이 제안하였다.

Fig. 7은  $n=5$ , 외호부 균열 시  $M_{OR}$ 을 이용한 FAD로 평가식을 통한  $J$ -적분이 유한요소 해석 결과와 잘 일치함을 확인할 수 있으며  $n=10$ 에서도 이를 확인할 수 있었다.

## 5. 결론

본 논문에서는 곡관과 직관 경계 용접부에 존재하는 원주 방향 표면균열에 대해 탄성-완전소성 기반 한계하중 해석과 탄-소성 파괴역학 해석을 수행하였다. 용접부의 이종특성은 고려하지 않았으며 소변형 이론을 바탕으로 한 한계하중 해석 결과 곡관과 직관 경계면 균열에 의한 한계 하중은 같은 크기의 균열을 가진 직관의 한계 하중과 비교 시, 균열 크기가 클 때는 같게 나타나지만 균열 크기가 작을 때는 최대 30% 정도 낮게 나타남을 확인할 수 있었다. 이 같은 결과를 바탕으로 직관과 곡관 경계면에 존재하는 원주방향 표면균열에 대한 새로운 한계하중식을 제안하였다. 그리고 탄-소성 파괴역학 해석을 수행하였으며 참조응력법에 입각하여  $J$ -적분을 간략적으로 예측할 수 있는 방법을 제안하였다. 이상의 결과를 바탕으로 직관과 곡관 경계면에 위치하는 표면균열에 대한 평가가 가능할 것으로 생각되며 추가적으로 용접부 특성을 고려한 연구가 필요하다고 본다.

## 참고문헌

- (1) Zahoor, A., 1991, "Ductile Fracture Handbook", *Novotech Corp, USA*
- (2) Kumar, V., German, M. D., 1988, "Elastic-plastic fracture analysis of through-wall and surface flaws in cylinder", *EPRI Report*, NP-5596
- (3) Wilkowski, G., Ahmad, J., Brust, F., Ghadiali, N., Krishnaswamy, P., Landow, M., Marchall, C., Scott, P., 1991, "Short cracks in piping and piping welds", *NUREG/CR-4599*, USNRC
- (4) 2001, "Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects", *R6 Revision 4*, British Energy.
- (5) Miller, A.G., 1988, "Review of limit loads of structures containing defects", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 32, pp, 191-327.
- (6) Kim, Y-J., Shim, D-J., Nikbin K, Kim Y-J., Hwang S-S., Kim J-S., 2003, "Finite element based plastic limit loads for pipes with part-through surface cracks under combined loading", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 80, 527-540
- (7) Kim, Y-J., P. J. Budden, 2002, "Reference stress approximations for J and COD of circumferential through-wall cracked pipes", *International Journal of Fracture*, Vol. 116, pp. 195-218
- (8) Rahman, S., Brust, F., Ghadiali, N., Wilkowski, G., 1998, "Crack opening area analyses for circumferential through-wall cracks in pipes-Part II :model validation", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 75, pp.375-396
- (9) Kim, Y-J., Oh, C-S., 2006, "Limit loads for pipe bends under combined pressure and in-plane bending based on finite element limit analysis", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 83, 85-90.
- (10) Kim, Y-J., Kim, Y-I. and Song, T-K., 2006, "Finite element plastic loads for circumferential cracked pipe bends under in-plane bending", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, pp. 643-668
- (11) Ainsworth, R.A., 1984, "The assessment of defects in structures of strain hardening materials", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.19, pp633-42.
- (12) British Energy Generation Ltd., 2001, "R6:Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects", *Revision 4*
- (13) ABAQUS, 2003, "ABAQUS Standard/User's Manual, Version 6.4", Hibbit Karlsson & Sorensen, Inc., Pawtucket, RI, USA.