

면외 굽힘하중과 내압의 복합하중을 받는 곡관의 소성하중

이국희* · 김윤재† · 박치용** · 이성호** · 김태룡**

Plastic loads of pipe bends under combined pressure and out-of-plane bending

Kuk-Hee Lee, Yun-Jae Kim, Chi-Yong Park, Sung-Ho Lee and Tae-Ryong Kim

Key Words : Combined load(복합하중), FE analysis(유한요소 해석), Pipe bend(곡관), Plastic load(소성 하중)

Abstract

Based on three-dimensional (3-D) FE limit analyses, this paper provides plastic limit and TES(Twice-Elastic-Slope) loads for pipe bends under combined pressure and out-of-plane bending. The plastic limit loads are determined from FE limit analyses based on elastic-perfectly-plastic materials using the small geometry change option, and the FE limit analyses using the large geometry change option provide TES plastic loads. A wide range of parameters related to the bend geometry is considered. Based on the FE results, closed-form approximations of plastic limit and TES plastic load solutions for pipe bends under out-of-plane bending are proposed.

기호설명

M_o	면외 굽힘하중이 가해지는 경우의 곡관의 한계하중/TES 소성하중
M_o^S	굽힘하중이 가해지는 경우의 직관의 한계하중 ($=4\sigma_o r^2 t$)
M_L	복합하중이 작용하는 경우의 소성 굽힘하중
P_o	곡관의 한계 압력
P_o^S	직관의 한계 압력 ($= (2/\sqrt{3})\sigma_o t/r$)
σ_o	탄성-완전 소성 재료의 한계 응력

1. 서론

플랜트 시설에서 사용되는 곡관(pipe bend)의 소성 하중(plastic load)은 곡관의 최대 하중 지지능력을 산출하기 위한 중요한 지표이다. 현재까지 곡관에 대한 다양한 연구가 수행되었지만^(1~13), 직관

에 비해 그 연구가 부족하여 연구가 계속 수행되고 있다. 면내 굽힘하중(in-plane bending)이 가해지는 곡관의 소성 하중에 대한 연구는 체계적으로 수행되었다^(6~9). 면외 굽힘하중(out-of-plane bending)이 가해지는 곡관의 소성 하중에 대한 몇몇 연구가 수행되었다^(10~13). 하지만, 더 체계적인 분석이 필요하여 본 연구를 수행하였다.

본 연구에서 내압과 면외 굽힘하중이 독립적으로 가해지는 곡관의 소성 하중 해석을 수행하고, 면외 굽힘하중과 내압의 복합하중이 작용하는 곡관의 소성 하중 해석을 수행하였다. 대변형 효과를 고려한 3 차원 유한요소 해석을 수행하였고, 탄성-완전 소성 재료를 사용하였다. 그리고 곡관의 변수(r/t , λ)를 체계적으로 변화시키면서 소성 하중을 제시하였다. 그리고 실제 사용되는 곡관에는 직관이 부착되어 있으므로 충분히 긴 직관이 접합된 곡관을 고려하였다.

2. 유한요소 한계해석

2.1 형상과 유한요소망

본 연구에 사용된 90° 곡관의 형상을 Fig. 1에 나타내었다. 평균 반경과 두께는 r 과 t 로, 곡률반경은 R 로, 직관의 길이는 L 로 나타내었다. 중요한 무차원 변수는 R/r 과 r/t 이고, 곡관 특성 변수

† 고려대학교 기계공학과
E-mail : kimy0308@korea.ac.kr
TEL: (02)3290-3372 FAX : (02)962-9290

* 고려대학교 기계공학과 대학원

** 한전 전력연구원

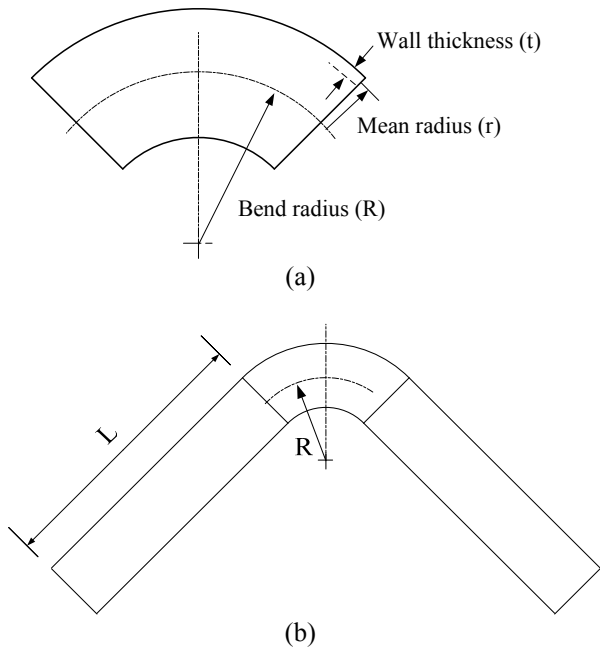


Fig. 1 Schematic illustrations of 90° pipe bends, considered in the present work, bends (a) without a straight pipe attachment, and (b) with the attachment.

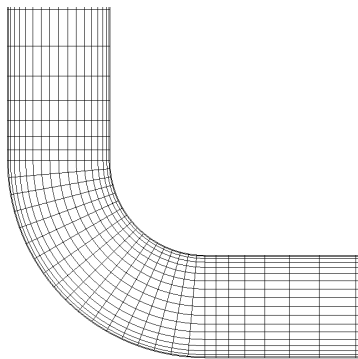


Fig. 2 A typical finite element mesh, employed in the present work.

(bend characteristic)는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = \frac{Rt}{r^2} = \frac{(R/r)}{(r/t)} \quad (1)$$

이 무차원 변수는 R/r 과 r/t 가 독립적으로 변화함으로써 소성한계하중에 대한 곡관의 기하학적 영향을 정량화한다.

곡관의 형상에 따른 효과를 정량화하기 위해서, r/t 는 $r/t=5\sim 50$, λ 는 $\lambda=0.1\sim 0.5$ 의 범위에서 체계적으로 조사하였다. 곡관에 부착된 직관의 길이는 평균 반지름의 20 배 ($L=20r$)로 설정하였고, 이는 적절한 길이이다⁽⁷⁾.

Fig. 2 는 본 연구에 사용된 유한요소망이다. 비

압축성에 수반되는 문제점을 해결하기 위해, ABAQUS 의 reduced integration elements (C3D20R)를 사용하였다. 10483 개의 요소와 52352 개의 절점을 사용하였다. 두께 방향으로 3 개의 요소를 사용하고 원주 방향으로 36 개의 요소를 사용하였다. 이는 소성 하중 해석에 충분한 수이다.

2.2 유한요소 해석

ABAQUS V6.4 를 이용하여 유한요소 해석을 수행하였다. 재료는 탄성-완전 소성으로 가정되고, 비경화 J_2 유동 이론(flow theory)이 사용되었다. 유한요소 해석에서 탄성 계수 $E=200\text{GPa}$, 포아송 비 $\nu=0.3$, 한계 응력 $\sigma_0=200\text{MPa}$ 으로 설정하였다.

2.2.1 내압이 가해지는 경우

내압은 유한요소 모델의 내면에 분포력으로 가하였다. 곡관 끝단의 단힘을 고려하여, 내압에 의한 축방향 응력을 곡관 끝단에 가하였다. 탄성-완전 소성 유한요소 해석시 수반되는 수렴문제를 해결하기 위해서, ABAQUS 의 RIKS 옵션을 사용하였다.

내압이 가해지는 경우, 소변형 한계 해석을 수행하였다. 내압의 경우 소변형 가정을 하여 얻는 해석 결과와 대변형 효과를 고려하여 얻는 해석 결과의 차이는 미미하다.

2.2.2 면외 굽힘하중이 가해지는 경우

면외 굽힘하중이 가해지는 경우, 곡관의 끝단의 절점을 ABAQUS 의 MPC(multi-point constraint)를 이용하여 구속시키고 충분한 회전을 통해 굽힘하중을 가하였다. ABAQUS 에서 일반적으로 MPC 으로 관의 끝단의 모든 절점을 구속시키고, 중심점을 기준으로 충분히 큰 회전 변위를 가하고 굽힘하중을 측정한다.

면외 굽힘하중이 가해지는 경우, 소변형 가정과 대변형 효과를 고려한 해석을 수행하였다. 굽힘하중이 가해질 때, 이러한 설정에 따라서 소성하중의 차이가 나타났다.

2.2.3 복합하중이 가해지는 경우

내압과 면외 굽힘하중의 복합하중이 가해지는 경우, 대변형 해석을 수행하였다.

2.2.4 소성 하중(Plastic Load)의 정의

Fig.3 에서 곡관의 유한요소 해석 결과를 모멘트-회전 변위 곡선으로 나타냈다. 곡관의 굽힘하중 M_0 은 직관의 한계 굽힘하중인 M_0^s 으로 무차원화하였다.

재료는 탄성-완전 소성이라 가정하고, 소변형 가정을 통해 해석하였을 때, 회전 변위가 증가함에 따라 굽힘하중은 수렴한다. 수렴하는 값을 한계하중(Limit Load)이라 지칭한다.

대변형 효과를 고려하면 탄성-완전 소성으로 가정하더라도 변위-모멘트 곡선이 수렴하지 않는

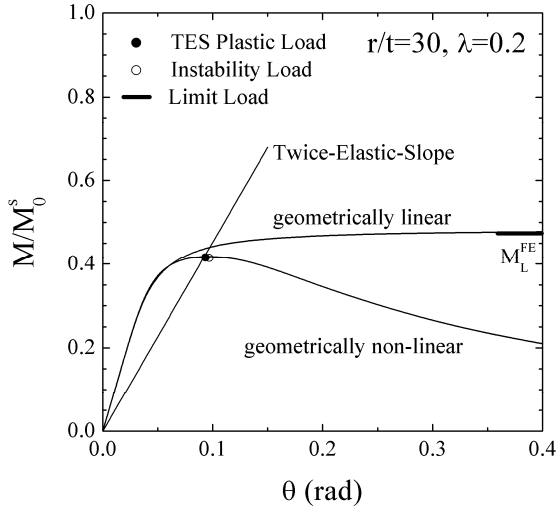


Fig. 3 Typical moment-rotation response from FE limit analyses.

다. 따라서, 한계하중을 나타낼 수 없고 2 배 탄성 구배법(Twice-elastic-slope method)을 이용하여 TES 소성 하중(TES plastic load)을 결정한다. 불안정 하중(instability load)는 변위-하중 선도에서 최대 하중을 의미한다. 면외 굽힘하중이 곡관에 작용하는 경우에 TES 소성 하중과 불안정 하중은 거의 일치한다. 하지만, 내압과 면외 굽힘하중의 복합하중이 작용하는 경우에는 TES 소성 하중보다 불안정 하중이 다소 높게 나타난다. 이 논문에서는 TES 소성 하중만을 언급하겠다.

3. 소성 하중

3.1 내압이 가해지는 경우

직관이 부착되지 않은 곡관의 한계 압력식을 Goodall⁽³⁾은 다음과 같이 제시하였다. von Mises 소성 기준을 사용하면 다음과 같다.

$$P_o = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_o \frac{t}{r} \right) \left[\frac{1-r/R}{1-r/(2R)} \right] \quad (2)$$

$$= P_o^S \left[\frac{1-r/R}{1-r/(2R)} \right]$$

여기서, P_o^S 은 직관의 한계 압력이다. 직관이 접합되지 않는 곡관에 대해서 위의 식과 유한요소 한계해석 결과는 잘 일치한다⁽⁹⁾.

직관이 곡관에 접합된 경우에 있어서, $r/t=20$ 이고 $\lambda \sim 0.2$, $r/t=15$ 이고 $\lambda \sim 0.3$, $r/t=10$ 이고 $\lambda \sim 0.5$ 인 경우에 유한요소 결과와 식(2)은 잘 일치하나, 그 이외의 범위에서는 잘 일치하지 않는다⁽⁹⁾. r/t 와 λ 가 감소함에 따라서 차이가 증가한다. 이는 곡관

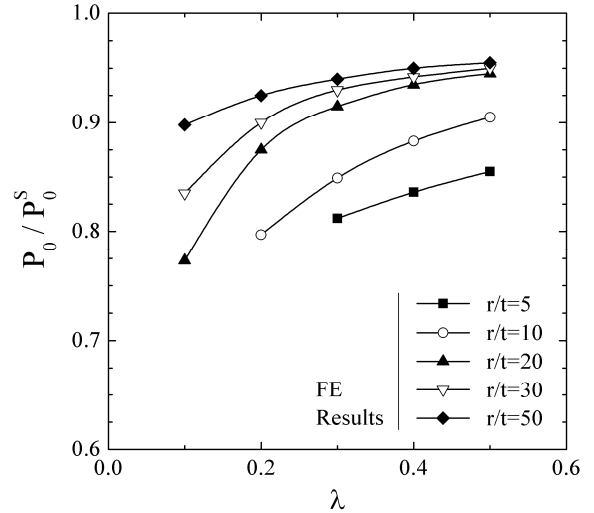


Fig. 4 FE limit loads under internal pressure

에 접합된 직관이 한계 압력에 큰 영향을 미치기 때문이다⁽⁷⁾.

Fig. 4 에서 직관이 접합된 곡관의 무차원화된 한계 압력인 P_o/P_o^S 으로 유한요소 한계해석 결과를 $5 \leq r/t \leq 50$ 과 $0.1 \leq \lambda \leq 0.5$ 의 범위에서 나타내었다.

3.2 면외 굽힘하중이 가해지는 경우

곡관에 면외 굽힘하중이 가해지는 경우의 소성 하중을 유한요소 해석을 통해서 측정하였다. 소변형과 대변형 조건에서 각각 수행하였다.

3.2.1 소변형 가정을 한 경우

Fig. 5 는 소변형 가정을 한 경우의 유한요소 한계해석 결과를 나타낸다. 한계하중은 직관의 한계 하중(M_o^S)으로 무차원화하였다. 무차원 한계하중(M_o^S/M_o)은 r/t 가 증가함에 따라 감소하고, λ 에 따라 선형적으로 증가한다. 이러한 경향을 바탕으로 다음 보간식을 제안한다.

$$\frac{M_o^S}{M_o} = A\lambda + B \quad (3)$$

$$A = -0.492 \exp(-(r/t)/15.52) + 0.628$$

$$B = 0.464 \exp(-(r/t)/16.31) + 0.280$$

Fig. 5 에서 식(3)과 유한요소 결과가 3% 이내에서 잘 일치함을 볼 수 있다.

3.2.2 대변형 효과를 고려한 경우

Fig. 6 은 대변형 효과를 고려한 유한요소 해석 결과를 나타낸다. TES 소성하중은 직관의 한계 하중(M_o^S)으로 무차원화하였다. 무차원 소성하중(M_o^S/M_o)은 r/t 가 증가함에 따라 감소하고, λ 에 따라 선형적으로 증가한다. 이러한 경향을 바탕으로 다음 보간식을 제안한다.

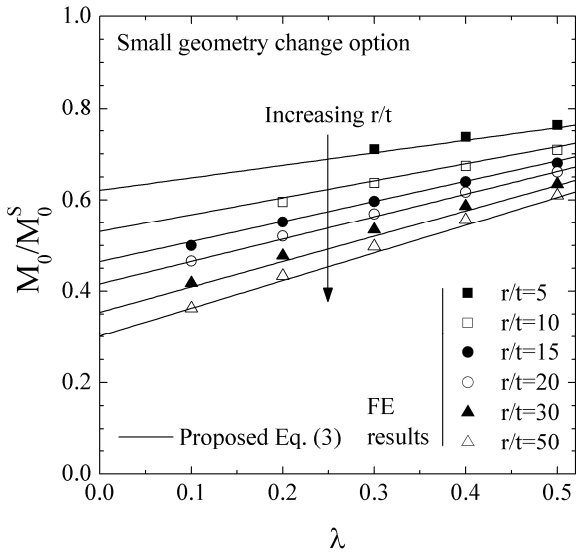


Fig. 5 Comparisons of the FE limit loads using the small geometry change (geometrically linear) option with the proposed closed-form solution, Eq. (3).

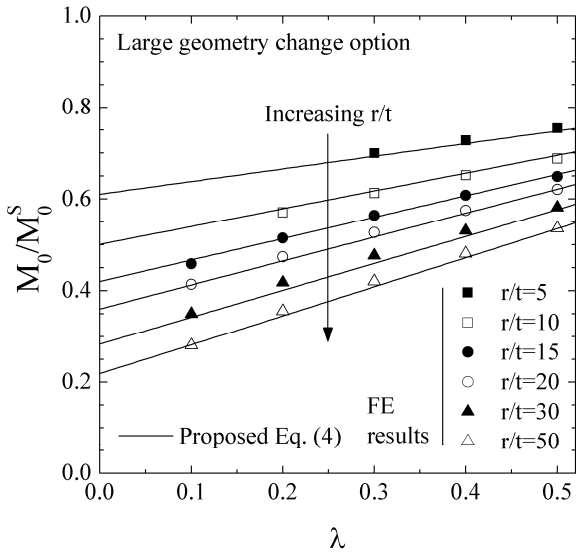


Fig. 6 Comparisons of the FE TES plastic loads using the large geometry change (geometrically non-linear) option with the proposed closed-form solution, Eq. (4).

$$\frac{M_0}{M_0^S} = A\lambda + B \quad (4)$$

$$A = -0.535 \exp(-(r/t)/13.80) + 0.648$$

$$B = 0.568 \exp(-(r/t)/16.54) + 0.191$$

Fig. 6에서 식(4)와 유한요소 결과가 3% 이내에 잘 일치함을 볼 수 있다.

Fig. 6의 대변형 해석 결과(TES 소성하중)는 Fig. 5의 소변형 해석 결과(한계하중)보다 다소 낮

다. Fig. 3의 굽힘각-모멘트 선도에서 볼 수 있듯이, 대변형 해석에서는 기하학적 변형을 고려하므로 이러한 차이가 나타난다. r/t 가 증가함에 따라, 이러한 차이가 증가한다.

3.3 복합하중이 가해지는 경우

내압과 면의 굽힘하중의 복합하중이 가해지는 경우에, 대변형 유한요소 해석을 수행하였다. 이를 통하여 TES 소성하중을 결정하였다.

Fig. 7은 유한요소 해석 결과를 보여준다. 내압(P)은 곡관의 유한요소 한계 압력(P_0^{FE})로 무차원화하여 가로축에 나타내었다. 각 내압에 따른 소성 굽힘하중(M_L)은 내압이 가해지지 않은 상태의 소성 굽힘하중(M_0)으로 무차원화하여 세로축에 나타내었다.

Fig. 7(a), (b)는 $r/t=5, 10$ 인 경우이다. λ 에 따른 소성하중에 변화는 미미하다. 그리고 내압이 증가함에 따라 소성 굽힘하중은 약간 증가하고 이후 차차 감소한다.

Fig. 7(c), (d), (e)는 $r/t=20, 30, 50$ 인 경우이다. λ 에 따른 소성하중에 변화가 현저하게 나타난다. 그리고 내압이 증가함에 따라 소성 굽힘하중은 크게 증가하고 이후 급격하게 감소한다. 이는 내압이 곡관 단면의 ovalization을 방지하여, 곡관의 강성을 증가시키고 소성 굽힘하중을 증가시킨다. 이는 내압과 면내 굽힘하중의 복합하중이 곡관에 가해지는 경우에도 비슷한 경향을 보인다⁽⁸⁾.

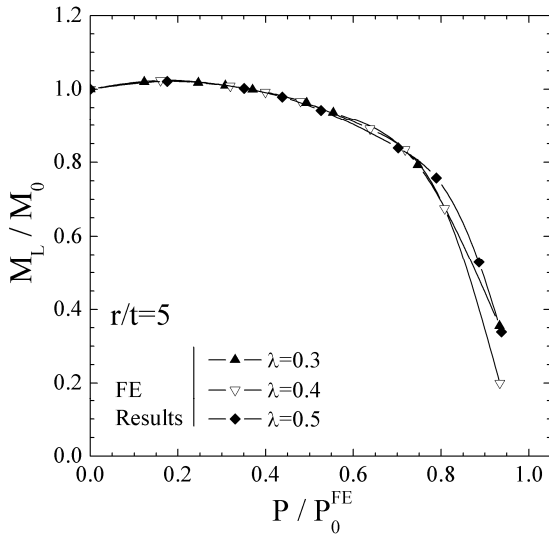
Fig. 8은 특정한 곡관 형상($r/t, \lambda$)에서 최대 소성 굽힘하중이 나타나게 하는 내압을 나타낸다. $r/t=5\sim 10$ 인 경우와 $r/t=20\sim 50$ 인 경우의 경향은 다소 다르게 나타난다. λ 가 증가함에 따라서 최대 소성 굽힘하중이 나타나게 하는 내압은 감소한다.

4. 결론

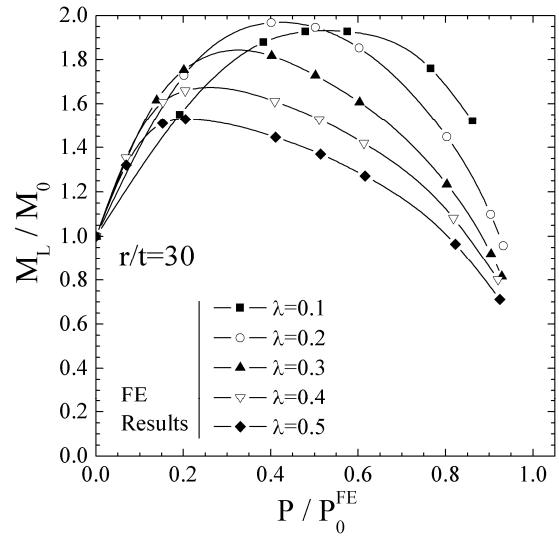
본 논문에서 내압과 면의 굽힘하중이 작용하는 곡관의 소성 하중 해석을 수행하였다. 대변형 효과를 고려한 3차 유한요소 해석을 수행하였고, 탄성-완전 소성 재료를 사용하였다. 실제 사용되는 곡관에는 직관이 부착되어 있으므로 충분히 긴 직관이 접합된 곡관을 고려하였다.

내압이 가해지는 경우의 한계 하중을 Fig. 4에 나타냈다. 면의 굽힘하중이 가해지는 경우에 대해서 소변형과 대변형 해석을 수행하였다. 무차원 소성하중은 r/t 가 증가함에 따라 감소하고, λ 에 따라 선형적으로 증가한다. 소변형 해석 결과는 Fig. 5에 나타내었고 한계하중식(3)을 제안하였다. 그리고, 대변형 해석 결과는 Fig. 6에 나타내었고 소성하중식(4)을 제안하였다.

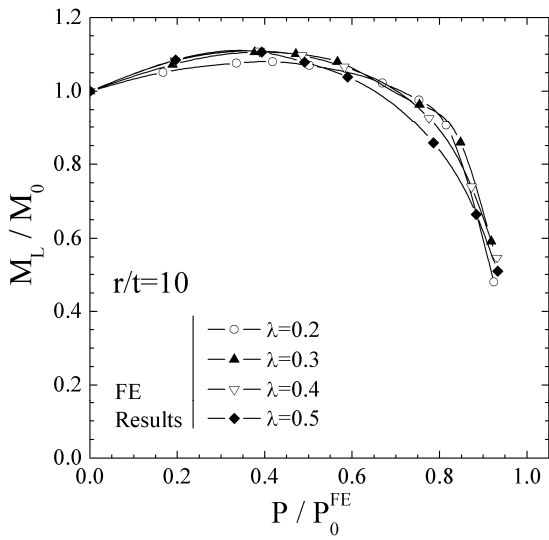
내압과 면의 굽힘하중의 복합하중이 곡관에 가해지는 경우에 있어서, 대변형 유한요소 해석을 수행하였다. 이를 통해서 TES 소성하중을 결정하



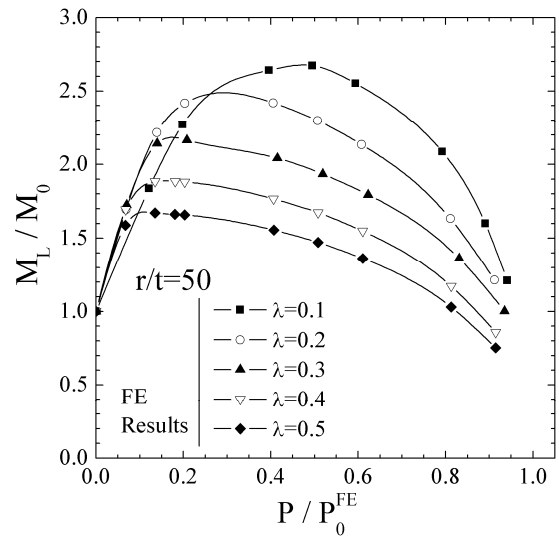
(a)



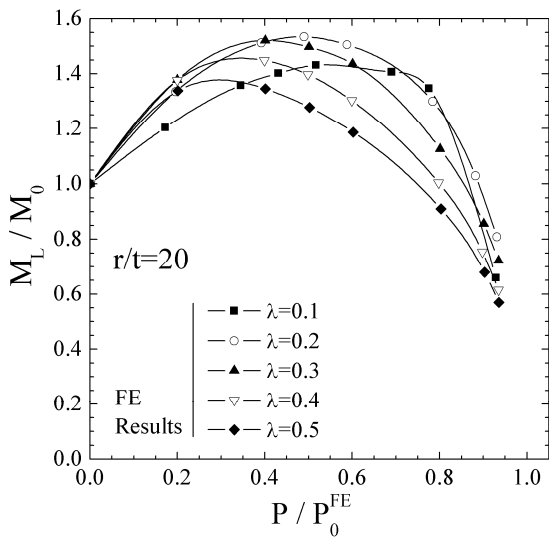
(d)



(b)



(e)



(c)

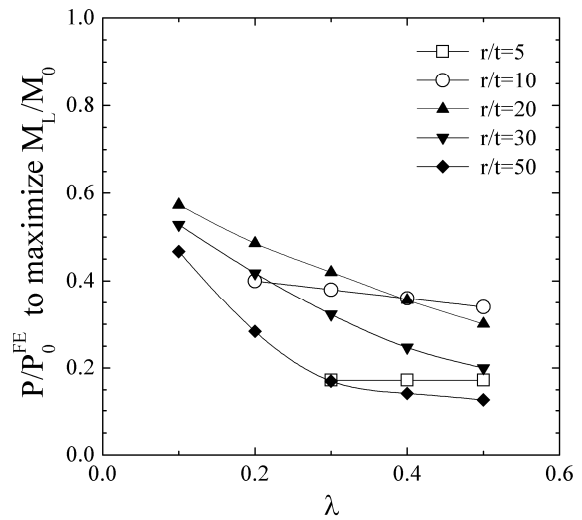


Fig. 7 FE TES plastic loads under combined internal pressure and out-of-plane bending.

Fig. 8 P/P_0^{FE} to maximize M_L/M_0 under combined internal pressure and out-of-plane bending.

고, 유한요소 해석 결과를 Fig. 7 에 나타내었다. 내압이 증가함에 따라 소성 굽힘하중은 크게 증가하고 이후 급격하게 감소한다. 이는 내압이 곡관 단면의 ovalization 을 방지하여, 곡관의 강성을 증가시키고 소성 굽힘하중을 증가시킨다. 이러한 소성 굽힘하중의 상승은 r/t 가 증가함에 따라서 뚜렷하게 커진다.

참고문헌

- (1) Spence, J. and Findlay, G. E., 1973, "Limit load for pipe bends under in-plane bending", *Proc. 2nd Int. Conf. On Pressure Vessel Technology*, San Antonio, 1-28, pp. 393~399.
- (2) Calladine, C.R., 1974, "Limit analysis of curved tubes", *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 16, pp. 85~87.
- (3) Goodall, I. W., 1978, "Lower bound limit analysis of curved tubes loaded by combined internal pressure and in-plane bending moment", *CEGB report RD/B/N4360*, Central Electricity Generating Board.
- (4) Touboul, F., Ben Djedidia, M. and Acker D., 1988, "Design criteria for piping components against plastic collapse, application to pipe bend experiments", *Pressure Vessel Technology*, Proceedings of the 6th International Conference, Beijing.
- (5) Chattopadhyay, J., Natahani, D. K., Dutta, B. K. and Kushwaha, H. S., 2000, "Closed-form collapse moment equations of elbows under internal pressure and in-plane bending moment", *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 122, pp. 431~436.
- (6) Kim, Y. J. and Oh, C. S., 2006, "Limit loads for pipe bends under combined pressure and in-plane bending based on finite element limit analysis", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 83, pp. 85~90.
- (7) Kim, Y. J. and Oh, C. S., 2007, "Effect of attached straight pipes on finite element limit analysis of pipe bends", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 84, pp. 177-184.
- (8) Kim, Y. J. and Oh, C. S., 2006, "Closed-form plastic collapse loads of pipe bends under combined pressure and in-plane bending", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 73, pp. 1437~1454.
- (9) Kim, Y. J., Lee, K. H., Oh, C. S., Yoo, B. and Park, C. Y., 2007, "Effect of bend angle on plastic loads of pipe bends under internal pressure and in-plane bending", *International Journal of Mechanical Sciences*, In Press, (Accepted Manuscript, Available online 23 March 2007).
- (10) Tan, Y., Wilkins, K., Matzen, V., 2002, "Correlation of test and FEA results for elbows subjected to out-of-plane loading", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 217, pp. 213-224.
- (11) Mourad, H. M., Younan, M. Y. A., 2000, "The effect of modeling parameters on the predicted limit loads for pipe bends subjected to out-of-plane moment loading and internal pressure", *Trans. ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 122, pp. 450-456.
- (12) Mourad, H. M., Younan, M. Y. A., 2001, "Nonlinear analysis of pipe bends subjected to out-of-plane moment loading and internal pressure", *Trans. ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 123, pp. 253-258.
- (13) Mourad, H. M., Younan, M. Y. A., 2000, "Limit load analysis of pipe bends under out-of-plane moment loading and internal pressure", *Trans. ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 124, pp. 32-37.