

# 트렌치 수로에서 동수압을 고려한 난류흐름해석

Numerical simulation of turbulent flow with Hydrodynamic Pressure  
Model in trench channel

장원재\*, 이승오\*\*, 조용식\*\*\*

Won Jae Jang, Seung Oh Lee, Yong-Sik Cho

## 요    지

트렌치 수로에서 동수압을 고려한 자유수면 흐름을 해석하고 난류 모형의 적용성을 제시하였다. 본 연구에 사용된 지배방정식으로 비정상 상태의 비압축성 유체에 대한 연속방정식과 비점성 Navier-Stokes 방정식을 사용하였다. 난류완결문제를 해결하기 위해서  $\kappa-\varepsilon$ 방정식을 사용하여 난류 와 점성을 구할 수 있다. 자유수면과 동수압을 고려하기 위하여 3단계로 나누어서 해석하였다. 제 1단계에서는 운동량방정식을 연직방향에 대해 음해적으로 차분하였다. 제2단계에서는 유속과 동수압 보정 항으로 이루어진 식을 연속방정식에 대입하여 타원형 방정식인 동수압-포와송 방정식을 해석하여 얻어지는 유속은 질량보존법칙을 만족하게 된다. 마지막으로 자유수면과 최종유속을 보정 및 계산하였다. 본 연구에서 제시한 수치모형을 검증하기 위해서, 트렌치 수로에서 난류의 흐름에 변화를 고려하기 위해 수치모의를 하였다. 전반적으로 수치모의에 의한 결과와 실험 자료가 일치하는 경향을 보였다.

핵심용어: 자유수면 흐름, 동수압 교정, 자유수면 교정, 난류모형

## 1. 서 론

항만, 해일 방파제, 파이프 라인 및 수중 교통 터널 등의 설계에서 일반적으로 트렌치 지형이 고려된다. 수중구조물에 작용하는 힘의 측정과 트렌치 지형을 계산하기 위해서 난류흐름 영향을 고려하는 것이 매우 중요하다. 천수지역에서의 흐름계산은 2차원 수심적분 방정식인 천수방정식을 이용하여 계산할 수 있으며, 3차원 흐름해석은 정수압분포의 가정을 이용할 수 있다. 정수압 모형은 수심이 파의 길이에 비해 상대적으로 작은 경우에만 가능하며, 수심이 깊어지면 비물리적인 결과를 계산하게 된다. 그러므로 자유수면 흐름계산을 위해서 압력항을 정수압과 동수압으로 분리하여 계산하여야 한다.

본 연구에서 일반 좌표계를 사용함으로써 자유수면이 매 시간단계마다 변화하는 계산격자를 구성해야하는 문제점을 해결하였고, 또한 유한차분법의 단점인 지형변화의 적용성을 보완할 수 있었다. 자유수면과 동수압을 고려하기 위해서 계산단계를 3단계(정수압 계산, 동수압 보정, 자유수면 보정)로 나누어서 해석하였다. 수치모의는 트렌치 수로에서 난류 흐름 영향을 고려하기 위해서 모의를 하였다.

\* 정회원 · 한양대학교 토목공학과 석사과정 E-mail : jjjjwwwjjj@hanmail.co.kr

\*\* 정회원 · 한양대학교 토목공학과 박사 후 과정 E-mail: seungho.lee@gmail.com

\*\*\* 정회원 · 한양대학교 토목공학과 교수 · E-mail: ysc59@hanyang.ac.kr

## 2. 지배방정식 및 수치방법

본 연구에서는 일반좌표계( $\xi, \eta, \zeta$ )를 이용하여 시간은  $\tau = \tau(t)$ , 수평방향은  $\xi = \xi(x, y)$ ,  $\eta = \eta(x, y)$  그리고 연직방향은  $\zeta = \zeta(t, x, y, z)$ 로서 지배방정식을 시간과 3차원 공간의 함수로 나타내었다.

비정상 상태의 비압축성 유체에 대한 비압축성 Navier–Stokes 방정식을 일반 좌표계( $\xi, \eta, \zeta$ )의 식으로 나타내었다.

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{U}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{V}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\tilde{W}}{J} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\mathbf{E} - \mathbf{E}_v) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v) = -\mathbf{p}_b - \mathbf{q} \quad (2)$$

여기서  $J = \bar{J}/z_\zeta$ 는 좌표변환의 Jacobian,  $\bar{J} = 1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)$ 는 2차원 수평방향의 Jacobian이고,  $U = \xi_x u + \xi_y v$ ,  $V = \eta_x u + \eta_y v$ ,  $\tilde{W} = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w$ 이며, 운동량방정식의 벡터는 식 (3)과 같이 나타낼 수 있고, 점성함은 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \frac{\mathbf{U}}{J} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \frac{\mathbf{V}}{J} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \frac{\mathbf{W} + \zeta_t}{J} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} \\ \mathbf{p}_b &= \frac{\mathbf{g}}{J} \begin{pmatrix} \xi_x h_\xi + \eta_x h_\eta \\ \xi_y h_\xi + \eta_y h_\eta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q} = \frac{1}{\rho J} \begin{pmatrix} \xi_x q_\xi + \eta_x q_\eta + \zeta_x q_\zeta \\ \xi_y q_\xi + \eta_y q_\eta + \zeta_y q_\zeta \\ \zeta_z q_\zeta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_v &= \frac{\nu_T}{J} \left\{ \nabla \xi \cdot \nabla \xi \begin{pmatrix} u_\xi \\ v_\xi \\ w_\xi \end{pmatrix} + \nabla \xi \cdot \nabla \eta \begin{pmatrix} u_\eta \\ v_\eta \\ w_\eta \end{pmatrix} + \nabla \xi \cdot \nabla \zeta \begin{pmatrix} u_\zeta \\ v_\zeta \\ w_\zeta \end{pmatrix} \right\} \\ \mathbf{F}_v &= \frac{\nu_T}{J} \left\{ \nabla \xi \cdot \nabla \eta \begin{pmatrix} u_\xi \\ v_\xi \\ w_\xi \end{pmatrix} + \nabla \eta \cdot \nabla \eta \begin{pmatrix} u_\eta \\ v_\eta \\ w_\eta \end{pmatrix} + \nabla \eta \cdot \nabla \zeta \begin{pmatrix} u_\zeta \\ v_\zeta \\ w_\zeta \end{pmatrix} \right\} \\ \mathbf{G}_v &= \frac{\nu_T}{J} \left\{ \nabla \xi \cdot \nabla \zeta \begin{pmatrix} u_\xi \\ v_\xi \\ w_\xi \end{pmatrix} + \nabla \eta \cdot \nabla \zeta \begin{pmatrix} u_\eta \\ v_\eta \\ w_\eta \end{pmatrix} + \nabla \zeta \cdot \nabla \zeta \begin{pmatrix} u_\zeta \\ v_\zeta \\ w_\zeta \end{pmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $W = \zeta_t + \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w$ 이다.

난류완결문제(turbulence colsed problem)을 해결하기 위해서, 본 연구에서  $\kappa - \epsilon$  모형을 사용하였다. 운동량방정식 내의 난류와 점성계수를 구하기 위한 경험식의 상수는  $c_\mu = 0.09$ ,  $c_{1e} = 1.44$ ,  $c_{2e} = 1.92$ ,  $\sigma_\kappa = 1.0$  그리고  $\sigma_\epsilon = 1.3$ 이다(Launder와 Sharma, 1974).

자유수면의 계산식은 연속방정식을 수심 적분하여 얻어지는 식(5)와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\bar{U}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\bar{V}}{J} \right) = 0 \quad (5)$$

여기서  $\bar{U} = \int_{z_b}^h u dz$ ,  $\bar{V} = \int_{z_b}^h v dz$ 이고  $z_b$ 는 하상의 높이이다.

자유수면을 갖는 흐름의 수치해석을 위해 총 3단계(정수압 계산, 동수압 보정, 자유수면 보정)로 나

누어서 해석하였다. 이를 위해서 본 연구에서는 교호격자망(staggered grid)을 이용하였다. 각 방향에 대한 유속은 각 방향에 따라 격자와 격자의 중간에 정의하였으며 자유수면변위와 동수압의 각 격자에 정의하였다.

첫 번째 정수압 단계에서는  $x$ ,  $y$ 축 운동량 방정식을 이용하여 3중-대각행렬을 구성할 수 있으며 Thomas 알고리즘을 이용하면 유속성분을 구한다. 두 번째 동수압 단계에서는 증가된 동수압을 고려하기 위해서 fractional step 기법을 이용하며, 연속방정식에 대입하여 동수압-포와송 방정식을 얻을 수 있다. 그 결과 19중-대각행렬을 구성할 수 있으며, 수평방향의 격자와 관계없이 자유수면 변위가 존재하면 비대칭행렬이 된다. 이러한 비대칭행렬을 풀기 위해서 BICGSTAB(Bi-Conjugate Stabilized)방법을 이용한다. 마지막으로 자유수면 보정단계에서는 자유수면 변화를 계산하고, 이 변화량에 따라 수심적분된 식을 이용하여 유속장을 계산한다. 최종적으로 9중-대각행렬을 BICGSTAB 방법을 이용하여 계산할 수 있다. 또한 난류흐름을 고려하기 위해서  $\kappa-\varepsilon$  방정식을 사용하여 난류 운동에너지(TKE)와 난류 운동에너지 소산률을 구한다.

### 3. 수치모의

트렌치 지형에서 난류의 흐름 영향을 고려하기 위해서  $x$ 방향에 대해서 2.8m인 트렌치를 수치 모의를 하였다(그림 1 참조). 계산영역은 연직방향으로 30개의 층을 갖는 전체 격자수는  $56 \times 10 \times 30 = 16800$ 개다. 길이 방향으로는 0.05m의 동등한 격자를 사용하였다.

그림 1은 수치모의 결과에 의한 수평 유속( $u$ )과 실험 데이터(van Rijn, 1982)를 비교하였다. 정수압과 동수압은 전반적으로 일치하는 경향을 보이고 있으나, 동수압의 경우 정수압의 경우보다 좀 더 정확한 결과를 보이고 있다.

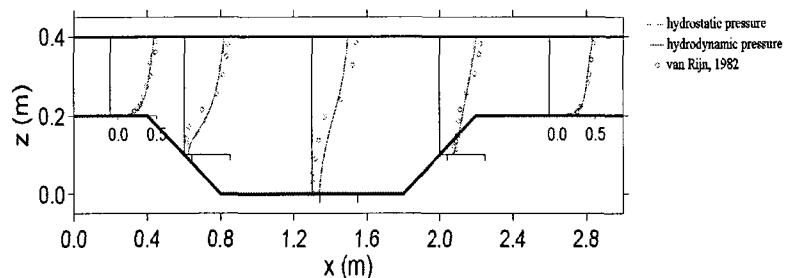


그림 1  $y = 0.25m$ 인 중심에서 수치해와 실험치의 유속 비교

바닥경계에 대해서 Rodi(1993)가 제안한 식을 이용하여 전단속도( $U_b$ )를 구할 수 있으며, 실험적인 데이터(Van Rijn, 1982)와 비교하였다. 동수압과 실험데이터를 비교한 결과 특히 트렌치의 시작과 끝 부분 근처에서 좀 더 정확한 수치 결과를 얻을 수 있다.

### 4. 결 론

본 연구에서는 트렌치 수로에서의 난류흐름해석을 위해서 동수압 모형을 총 3단계(정수압 계산, 동수압 보정, 자유수면 보정)로 구성하였다. 정수압 계산 단계에서는 운동량방정식을 삼중대각행렬로 구성하여 해석하였고, 동수압 보정 단계에서는 동수압-포와송 방정식을 풀어하여 동수압을 계산하

고 유속장을 보정한 후 자유수면 보정 단계를 통해 자유수면과 최종 유속장을 계산하였다. 트렌치 지형에서 수치모의 결과에 의한 수평유속 및 전단유속이 실험치와 잘 일치하는 경향을 보였다.

### 감사의 글

본 연구는 소방방재청 자연재해지감기술개발사업(지진해일 방재대책 수립) 연구비 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

### 참고문현

1. Launder, B. E. and Sharma, B. I. (1974). "Application of the energy--dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc." Letters in Heat and Mass Transfer, Vol. 1, pp. 131-138.
2. Li, B. and Fleming, C. A. (2001). "Three-dimensional model of Navier--Stokes equations for water waves." Journal of WaterWay, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 127, pp. 16-25.
3. Rodi, W. (1993). Turbulence Models and Their Application in Hydraulics-A State-of-the-Art Review. IAHR, 3rd edition.
4. van der Vorst, H.A. (1992). "BI-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of nonsymmetric linear systems." SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, Vol. 13, No. 2, pp. 631-644.
5. van Rijn, L. C. (1982). The computation of the flow and turbulence field in dredged trenches. Technical report, Delft Hydraulics Laboratory.