

사면구조 격자를 이용한 조석흐름 수치모의

Numerical analysis of a tidal flow using quadtree grid

김종호^{*} · 김형준^{**} · 남궁돈^{***} · 조용식^{****}

Kim, Jongho^{*} · Kim, Hyung-Jun^{**} · Nam-Gung, Don · Cho, Yong-Sik^{****}

Abstract

For numerical analysis of a tidal flow, a two-dimensional hydrodynamic model is developed by solving the nonlinear shallow-water equations. The governing equations are discretized explicitly with a finite difference leap-frog scheme and a first-order upwind scheme on adaptive hierarchical quadtree grids. The developed model is verified by applying to prediction of tidal behaviors. The calculated tidal levels are compared to available field measurements. A very reasonable agreement is observed.

key words : quadtree, shallow-water equations, tidal flow, tidal level

1. 서 론

항만 접안 시설과 교량 건설과 같은 해안구조물의 건설은 조석의 흐름과 해안환경에 영향을 미치게 된다. 조석의 변화는 예상치 못한 해안 범람을 일으킬 수 있으며, 해안가의 침식 및 퇴적과 같은 해안선의 변화를 일으키게 된다. 그러므로 구조물 건설에 우선하여 조석의 변화를 예측하고 주변의 환경에 미치는 영향을 사전에 파악하는 것이 매우 중요하다.

지난 십여년 동안 해안공학 분야에서는 수치해석모형의 개발에 대한 연구가 활발히 있었다. 유한요소법이나 유한체적법은 유한차분법에 비해 복잡한 지형의 경계를 잘 표현하고, 불규칙한 격자체계에서도 수치해를 구할 수 있는 장점이 있다. 하지만 질량과 운동량과 같은 물리량의 보존법칙을 만족시켜 주기 위해서는 충분히 작은 격자체계를 구성해 주어야만 하는 단점이 있다. 유한요소법이나 유한체적법이 전반적인 공학 분야에 걸쳐 널리 사용되고는 있지만, 유한차분법에 의한 모형개발이 가장 신뢰할 수 있는 결과를 제시하고 있다. 왜냐하면, 유한차분법은 그동안의 연구업적과 많은 검증들 통하여 이론적인 배경이 확실할 뿐만 아니라, 다양한 문제에 적용되어 충분히 신뢰할 수 있는 결과를 보여주었기 때문이다.

유한차분법을 이용한 수치모형으로 조위변화를 해석하는 경우, 관심 지역을 상세역으로, 상세역을 포함한 광범위한 전체의 대상 해역을 광역으로 설정한다. 기존의 해수유동 모의 방법은 먼저 큰 격자크기를 갖는 광역에서 전반적인 흐름 양상을 파악한 후, 그 결과를 통해 작은 격자크기를 갖는 상세역에서의 경계조건을 구해 해수유동을 두 번 모의하는 것이었다. 이러한 방법은 높은 해상도를 요구하는 상세역에 집중할 경우 컴퓨터의 용량 부족으로 인해 효율성 측면에서 볼 때 어쩔 수 없는 선택이었으나, 그로 인해 광역에서 구한 결과 값이 상세역에 경계조건으로 다시 입력됨으로서 수치에러가 중첩될 가능성이 있었다. 따라서 국부적으로 세분화된 격자를 생성할 수만 있다면 두 번에 걸쳐 수치모의를 하는 번거로움과 시간적인 효율성을 크게 향상시킬 수 있으며 수치에러 또한 제거할 수 있을 것이다.

본 연구에서는 관심 있는 지역에 원하는 해상도로 격자를 생성할 수 있는 계층적 구조의 사면구조(hierarchical quadtree) 기법을 이용하여 상세역을 세분화하였다. Leap-frog 기법과 풍상차분기법을 이용한

* 한양대학교 토목공학대학원·석사과정·E-mail: jhjeheh@hanyang.ac.kr

** 한양대학교 토목공학대학원·박사과정·E-mail: john0705@hanyang.ac.kr

*** 한양대학교 토목공학대학원·박사과정·E-mail: ngdon@dic.co.kr

**** 교신저자·정회원·한양대학교 토목공학과·교수·E-mail: ysc59@hanyang.ac.kr

수치모형을 이용하여 광양항과 묘도 근해의 조석변화를 모의하였고 그 결과를 조위 관측소에서의 실측 결과와 비교하였다.

2. 사면구조 격자 기법

본 연구에서는 계층적 구조의 사면구조 격자(hierarchical quadtree grids)를 이용하여 격자를 구성하고 수치모형에 적용한다. 사면구조 격자를 생성하기 위해서는 먼저, 관심 대상영역을 단위길이의 정사각형에 규격화시킨다. 그리고 격자를 관심 영역에 대하여 원하는 해상도를 만들기 위해 씨앗점들을 지정한다. 정사각형 한 개가 씨앗점이 하나만을 포함하게 될 때까지 정사각형은 2:1 비율에 의해 4개의 정사각형으로 분할되는 작업을 계속한다. 만약, 이웃하는 격자가 2:1의 비율을 만족하지 않으면 인접 격자들은 조건에 맞도록 자동적으로 더욱 분할된다. 이러한 과정은 대상 격자와 이웃하는 격자가 1차 레벨 이상 차이가 나는 것을 제한함으로써 보존법칙이 정확하게 유지된다(Park,1999).

계층적 격자구조를 이루고 있는 사면구조는 각각의 격자를 정의하거나 인접한 격자에 대한 정보를 얻고자 할 때 매우 유용한 체계이다. 모든 격자는 기억 지시자(pointer)에 의해 저장되고 뿌리(root) 격자까지의 경로에 대한 정보가 정의되어 있다. 따라서 어떤 주어진 대상 격자와 이웃하는 격자를 분별하기 위해서는 계통도의 상향으로 진행하여 최소 길이의 경로를 통해 하향 진행하여 이웃 격자에 도달하게 된다. 각각의 격자는 계통도 내에서의 절점, 모서리 수, 격자의 고유번호를 기억장소에 보관한다. 그림 1은 씨앗점에 대하여 격자가 분할되는 과정을 간단하게 나타낸 것이며, 그림 2는 그림 1의 격자가 이루고 있는 계층적인 격자구성을 도식화한 것이다. 본 연구에서는 대상해역의 해수유동상황을 재현하고 조위변화를 예측하기 위해 상세역에 씨앗점을 선정하여 세분화하였다. 모든 격자가 2:1의 보존 법칙을 만족하면서 각 격자에 한 개의 씨앗점만을 포함할 때까지 분할되어 그림 3과 같은 66973개의 면을 포함하는 사면구조 격자를 생성하였다.

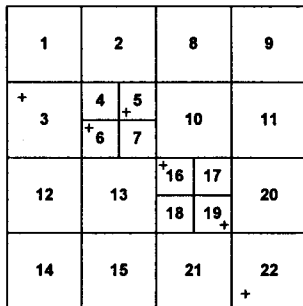


그림 1. 사면구조 분할

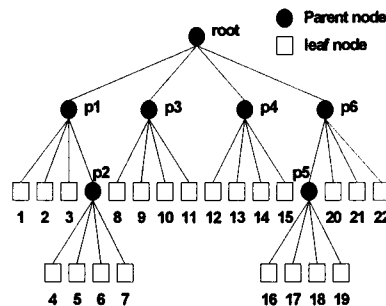


그림 2. 사면구조계통도

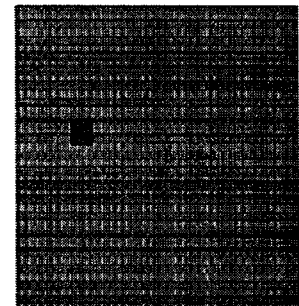


그림 3. 사면구조격자

3. 지배방정식 및 수치모형

3.1 지배방정식

조석에 의한 해수면 변화는 파장이 수심에 비해 상대적으로 길어 연직방향의 유속성분이 거의 없으므로, 3차원 Navier-Stokes 방정식을 수심에 대해 적분한 2차원 비선형 천수방정식(2-dimensional nonlinear shallow-water equations)에 의해 지배된다(Cho and Yoon, 1998).

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{H} \right) + gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \tau_x H = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{H} \right) + gH \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \tau_y H = 0 \quad (3)$$

식(1)-(3)에서의 ζ 는 자유 수면변위이며 P 와 Q 는 x-축과 y-축 방향의 체적흐름율이며, 각각 $P=uH$ 와 $Q=vH$ 로 정의된다. H 는 총 수심으로 $H=\zeta+h$ (여기서, h 는 정수면에서의 수심)과 같다. 바닥마찰 효과는 천해구간에서 중요시되기 때문에, 본 연구에서는 다음과 같이 Manning의 경험식을 적용하였다.

$$\tau_x = \frac{gn^2}{H^{10/3}} P \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad \tau_y = \frac{gn^2}{H^{10/3}} Q \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (4)$$

식 (4)에서의 n 은 Manning의 마찰계수이며, 본 연구에서는 $n=0.02$ 을 사용하였다.

3.2 수치모형

본 연구에서는 2차원 천수방정식을 해석하기 위하여 양해법의 일종인 leap-frog기법과 운동량방정식에 포함된 비선형항의 정확도를 향상시키기 위하여 1차 정확도의 풍상차분기법(1st-order upwind scheme)을 사용하였다(인태훈 등, 2003). Leap-frog기법에서는 경계조건의 설정 및 계산상의 편의를 위하여 변수 h, P, Q 의 계산점을 겹치지 않도록 배치한 엇갈림격자(staggered mesh in time and space)를 사용하였다. Leap-frog기법을 이용한 연속방정식의 차분식은 다음과 같다.

$$\frac{h_C^{n+1/2} - h_C^{n-1/2}}{\Delta t} + \frac{P_E^n - P_W^n}{\Delta x} + \frac{Q_N^n - Q_S^n}{\Delta y} = 0 \quad (5)$$

운동량방정식에 포함된 비선형 이송항을 풍상차분기법을 사용하여 차분식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{h} \right) &= \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{(P_C^n)^2}{h_C^n} - \frac{(P_{WW}^n)^2}{h_{WW}^n} \right] \quad (P_C^n \geq 0) \quad (6) & \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{h} \right) &= \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{(PQ)_C^n}{h_C^n} - \frac{(PQ)_{SS}^n}{h_{SS}^n} \right] \quad (Q_C^n \geq 0) \quad (7) \\ &= \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{(P_{EE}^n)^2}{h_{EE}^n} - \frac{(P_C^n)^2}{h_C^n} \right] \quad (P_C^n < 0) & &= \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{(PQ)_{NN}^n}{h_{NN}^n} - \frac{(PQ)_C^n}{h_C^n} \right] \quad (Q_C^n < 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{h} \right) &= \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{(PQ)_C^n}{h_C^n} - \frac{(PQ)_{WW}^n}{h_{WW}^n} \right] \quad (P_C^n \geq 0) \quad (8) & \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{h} \right) &= \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{(Q_C^n)^2}{h_C^n} - \frac{(Q_{SS}^n)^2}{h_{SS}^n} \right] \quad (Q_C^n \geq 0) \quad (9) \\ &= \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{(PQ)_{EE}^n}{h_{EE}^n} - \frac{(PQ)_C^n}{h_C^n} \right] \quad (P_C^n < 0) & &= \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{(Q_{NN}^n)^2}{h_{NN}^n} - \frac{(Q_C^n)^2}{h_C^n} \right] \quad (Q_C^n < 0) \end{aligned}$$

4. 모형의 적용

본 연구의 대상해역은 그림 4와 같이 광양항과 묘도 근해의 영역으로, 수치모형에 동-서로는 53km이고 남-북으로는 48km에 이르는 해역을 설정하였다. 광양항 근해 관측소에서의 조석자료를 이용하여 모의에 사용할 경계조건을 추출하였고 해수유동을 모의하였다. 광역에서의 격자 간격은 $\Delta x=207.03m, \Delta y=187.50m$ 으로, 상세역에서의 격자 간격은 $\Delta x=103.52m, \Delta y=93.75m$ 으로 설정하였고 각 격자의 수심은 해도로부터 구하였다.

4.1 경계조건

경계조건은 영역의 모든 개방경계를 따라 각 시간간격마다 다음과 같이 입력시켜 주었다. 표 1에서, A 는

각 경계점의 조위(m), ω 는 조석의 각진동수(angular frequency)를 나타내며, κ 는 우측하단 경계를 기준으로 한 지각의 차이를 의미한다. 또한 수치계산에 사용된 진폭과 지각은 표 1에 도시하였다. 각 경계점 사이의 값들은 조석이 장파인 점을 고려하여 각 경계점에서의 조위값을 선형 보간(linear interpolation)하여 입력하였다.

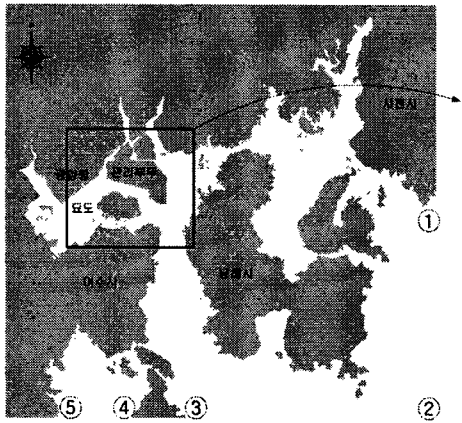


그림 4. 대상영역(광역)



그림 5. 상세역 및 관측소 위치

표 1. 조위 개방경계조건

위 치	진폭(M2+S2)	지각	조위 경계조건	비 고
No. 1	1.671m	250.49°	$\eta = A(1) \cos(\omega t - \kappa(1))$	우측상단 경계
No. 2	1.711m	250.53°	$\eta = A(2) \cos(\omega t - \kappa(2))$	우측하단 경계
No. 3	1.649m	247.56°	$\eta = A(3) \cos(\omega t - \kappa(3))$	하단중앙우측 경계
No. 4	1.625m	249.45°	$\eta = A(4) \cos(\omega t - \kappa(4))$	하단중앙좌측 경계
No. 5	1.679m	252.09°	$\eta = A(5) \cos(\omega t - \kappa(5))$	하단좌측 경계

4.2 수치 모의결과

대상해역의 주변에 위치한 4개소 조석관측소의 평균해수면높이를 평균하여 본 대상해역의 평균해수면 높이로 설정, 수치모의를 수행하였다. 기존의 관측값과 본 과업에서 적용한 수치모형의 계산결과를 비교하고 대상해역의 조위 변화를 알아보기 위하여 광양항 기준점조소(PT-3)와 관리부두 검조소(T-1)를 선정하여 그림 6과 그림 7과 같이 비교하였다. 모의결과를 살펴보면, 광양항 기준점조소와 관리부두 검조소에서의 조위는 각각 대조시 고조위는 3.7m, 3.81m이고 저조위는 0.28m, 0.32m로 나타났으며, 조위 변화에 대하여 비교한 결과, 수치모형 실험결과가 실제현상을 매우 잘 재현하고 있음을 알 수 있었다.

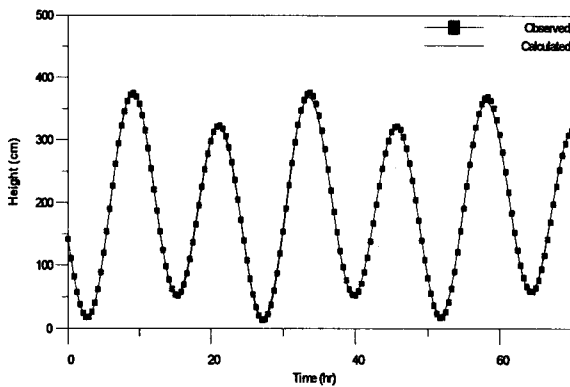


그림 6. PT-3 지점에서의 조위비교

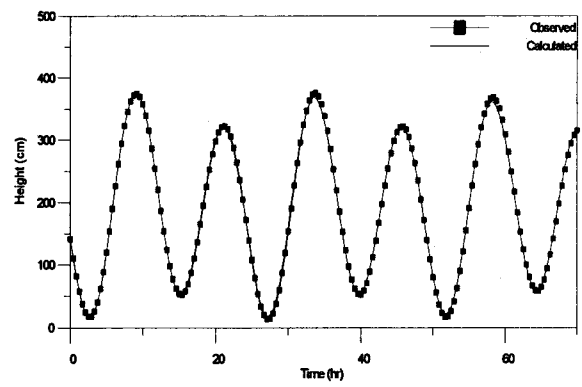


그림 7. T-1 지점에서의 조위비교

5. 결 론

본 연구에서는 2차원 비선형 천수방정식을 사면구조 격자를 이용하여 동수역학 모형을 구축하였다. 수치 모형은 유한차분법을 이용하였으며 기본적으로 leap-frog 기법을 이용하여 지배방정식을 차분화 하였으며, 운동량방정식의 비선형항은 1차 정확도의 풍상차분기법을 이용하였다. 광역과 상세역을 구분하여 모의하는 시간적 비효율성과 비정확성을 개선하기 위해, 사면구조 격자를 이용하여 상세역 부분을 세분화할 수 있는 격자 생성 기법을 개발하였다. 본 연구에서 개발된 모형을 검증하기 위하여 대상해역인 광양해역의 조석을 모의하여 관측값과 비교하였고, 그 결과 조석모형의 수치모의 결과와 현장관측한 조위 변화가 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있었다. 한편, 본 모형은 이론적으로 광역의 큰 격자에 비해 상세역의 작은 격자를 $1/2^5$ 이상으로 세분화 시킬 수 있으나 실제적으로 본 연구에서는 해수유동 문제의 사면구조 격자 적용성을 검토하기 위해 상세역의 격자를 광역 격자의 $1/2$ 으로 세분화하였다. 만약, 큰 격자와 작은 격자의 크기가 일치하지 않으면 수치기법의 안정성을 요구하는 시간 간격의 제약이 따르므로 안정성 측면에서 불안한 면이 있다. 따라서 앞으로의 연구에서는 이러한 안정성 문제를 해결하기 위한 local time stepping과 같은 연구가 필요할 것이다.

감사의 글

본 연구는 (주)대림산업에 의해 재정적 지원을 받았습니다.

참고문헌

1. Imamura, F. and Goto, C. (1988). "Truncation error in numerical tsunami simulation by the finite difference method", *Coastal Eng. in Japan, JSCE*, Vol. 31, pp. 245-263.
2. Park, K.-Y., (1999). Quadtree grid numerical model of nearshore wave-current interaction. Ph. D. thesis, Oxford University.
3. Park, K.-Y. and Borthwick, A.G.L., (2001). "Quadtree grid numerical model of nearshore wave current interaction." *Coastal Eng.* Vol. 42, pp. 219-239.
4. Cho, Y.-S. and Yoon, S.-B. (1998). "A modified leap-frog scheme for linear shallow-water equations." *Coastal Engineering Journal*, Vol. 40, No. 2, pp. 191-205.
5. Shyy, W. (1985). "A study of finite difference approximations to steady state, convection dominated flow problems" *Journal of Computational Physics*, Vol. 57, pp. 415-438.