

Type-2 퍼지 셋 기반의 FCM 설계

김인재*, 오성권*
수원대학교*

Design of FCM Based on Type-2 fuzzy set

In-Jae Kim*, Sung-Kwon Oh*
Suwon University*

Abstract - 본 논문에서는 Type-2 퍼지 논리 시스템을 설계하고, 불확실한 정보를 갖는 입력 데이터에 대하여 Type-1 퍼지 논리 시스템과 성능을 비교한다. Type-1 퍼지 논리 시스템은 외부 잡음에 민감한 단점을 가지고 있는 반면, Type-2 퍼지 논리 시스템은 불확실한 정보를 잘 표현 할 수 있다. 따라서 Type-2 퍼지 논리 시스템을 이용하여 이러한 단점을 극복 하고자 한다. 본 논문에서는 실험을 통하여 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템 보다 Type-2 퍼지 논리 시스템이 효율적 이라는 것을 보인다.

1. 서 론

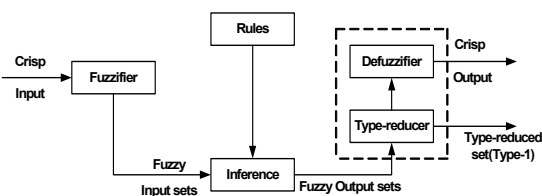
복잡한 실 시스템은 비선형성, 파라미터의 변동, 모델링 오차의 복합적인 문제를 포함하고 있으며, 일반적인 수학적 방법의 적용에는 상당한 어려움이 있다. 비선형 공정의 복잡성과 불확실성을 제어하기 위해 많은 연구가 계속되고 있으며, 퍼지 모델은 수학적인 방법으로 해결하지 못했던 문제들의 어려움을 해결하고 있다.

기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템은 퍼지 집합을 멤버십 함수로 이용하여 규칙의 불확실성을 직접적으로 다루지 못한다. 반면에 Type-2 퍼지 논리 시스템[1][2]은 퍼지 규칙의 전반부 또는 후반부를 Type-2 퍼지 집합을 이용함으로써 규칙의 불확실성을 직접적으로 다룬다. Type-2 퍼지 논리 시스템은 퍼지화, 규칙, 퍼지 추론, 출력 연산부 그리고 Type-1 퍼지 집합의 출력을 생성하는 Type-reduction 과 Crisp 값을 가지는 비퍼지화 과정으로 구성되어 있다. Type-2 퍼지 논리 시스템은 IF-THEN 규칙으로 이루어지며, 규칙의 전반부 또는 후반부는 Type-2 퍼지 집합으로 구성된다. 따라서 주어진 환경이 대단히 불특정하고, 노이즈에 의해 데이터가 훼손되었을 때, 효율적으로 이용할 수 있다.

규칙 전반부 멤버십 함수의 중심 결정에는 FCM(Fuzzy C-Means) Clustering Method[4]를 사용하고, 규칙 후반부 멤버십 함수의 중심 결정에는 입자 군집 최적화(Particle Swarm Optimization)알고리즘[3]을 사용하여 동정한다. 비선형 모델 평가에 주로 사용되는 가스로 시계열 데이터[5]를 제한된 모델에 적용하고, 실험을 통하여 불확실한 정보에서 Type-2 퍼지 논리 시스템이 Type-1 퍼지 논리 시스템보다 효율적 이라는 것을 보인다.

2. Type-2 퍼지 논리 시스템

Type-2 퍼지 논리 시스템 구조는 Crisp 출력 값을 Type-1 집합에서 얻는다. 그러므로 Type-1 비퍼지화 방법의 확장된 형태를 사용하여 Crisp 값을 얻을 수 있다. 이러한 과정을 'Type-reduction' 이라고 하며, 그림 1을 통해 Type-2 퍼지 집합에서 Type-1 퍼지 집합을 얻을 수 있다.



〈그림 1〉 Type-2 퍼지 논리 시스템

2.1 Upper and Lower 멤버십 함수

Type-2 퍼지 논리 시스템에서 Upper와 Lower 멤버십 함수는 모든 계산과정을 간단히 하는데 중요한 역할을 한다. 멤버십 함수

$\mu_{\bar{F}_k}(x_k)$ 와 $\mu_{\underline{F}_k}(x_k)$ 를 $\mu_{\bar{F}_k}$ 에 대한 lower와 upper 멤버십 함수라고 하는데, 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템과 달리 Type-2 퍼지 논리 시스템에서는 FOU (Footprint Of Uncertainty) 형태를 취해 각각의 embedded를 형성한다. 본 논문에서는 전 • 후반부의 FOU 형태를 취하기 위해 PSO를 이용하여 최적의 값을 찾는데, 퍼지화 상수 $m1=1.64$, $m2=1.00$ 값을 얻어 전반부 FOU를 형성 하였으며, 후반부는 불확실성(θ)을 68%로 FOU를 형성한다.

2.2 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템에 대한 추론

본 논문에서는 Secondary membership grade가 퍼지 집합으로 구성되는 General Type-2 퍼지 논리 시스템과는 달리 계산상 편의를 위해 Secondary membership grade가 항상 '1'의 값을 가지는 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템을 다룬다. <그림 2>에서 어두운 부분이 2.1에서 언급한 FOU 형태이다.

<Step 1> 입력과 전반부(upper and lower)의 연산을 한다.

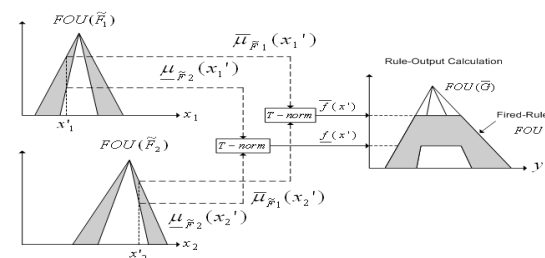
$$F^l(x') = [\underline{f}^l(x'), \bar{f}^l(x')] = [\underline{f}^l, \bar{f}^l] \quad (1)$$

<Step 2> R^l번째 규칙에 대한 fired 출력 값을 구한다.

$$\mu_{\bar{B}^l}(y) = \int_{b \in [\underline{f}^l * \mu_{\bar{C}^l}(y), \bar{f}^l * \mu_{\bar{C}^l}(y)]} 1/b \quad (2)$$

<Step 3> 최종 출력 값을 구한다.

$$\mu_{\bar{B}}(y) = \int_{b \in \{[\underline{f}^1 * \mu_{\bar{C}^1}(y)] \vee \dots \vee [\underline{f}^R * \mu_{\bar{C}^R}(y)], [\bar{f}^1 * \mu_{\bar{C}^1}(y)] \vee \dots \vee [\bar{f}^R * \mu_{\bar{C}^R}(y)]\}} 1/b \quad (3)$$



〈그림 2〉 Interval Type-2 Inference

2.2 Centroid of Set(COS) Type Reducer and Defuzzifier

본 논문에서는 Type-2 퍼지 논리 시스템의 최소 • 최대 무게 중심 결정에 Karnik와 Mendel이 제안한 KM 알고리즘을 사용한다.[2]

[Step-1] 각 규칙 후반부 멤버십 함수의 최소 • 최대 무게 중심을 구한다. $[y_l^l, y_r^l]$

[Step-2] 각 규칙에 대한 fired set을 구한다. $[\underline{f}^l, \bar{f}^l]$

[Step-3] 최소 가중 평균 무게 중심(y_l^l)과 최대 가중 평균 무게 중심(y_r^l)을 구한다.

[Step-4] 최소 가중 평균 무게 중심(y_l^l)과 최대 가중 평균 무게 중심(y_r^l)의 평균을 취하여 최종 모델 출력을 구한다. 이는 Type-2 퍼지 논리 시스템에서 비퍼지화 과정에 속한다.

$$y(x) = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (4)$$

3. FCM (Fuzzy C-Means) Clustering Method

클러스터링 방법(Cluster Method)[4]이란 데이터의 분류를 위해서 사용되는 것으로 데이터의 내부가 비슷한 패턴, 속성, 형태 등의 기준을 통해 데이터를 분류하여 내부의 구조를 찾아내는 것이다.

Bezdek에 의해 제안된 FCM 클러스터링은 식(5)와 같이 목적함수를 최소화하도록 하는 반복적인 알고리즘으로서 주어진 데이터로부터 유사한 클러스터를 나누며 생성된 클러스터는 시스템의 특성적인 동작을 기술하는 규칙으로서 사용되어진다.

$$J = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^n u_{ij}^m \|t_j - c_j\|^2 \quad (5)$$

FCM 클러스터링 알고리즘의 클러스터 추정순서는 다음과 같다.

[Step 1] fuzzifier parameter(m) ($1 < m < \infty$)과 클러스터 수 c ($2 \leq c \leq n$)를 설정한다.

[Step 2] 초기 분할 행렬 $U^{(0)}$ 와 역치 ϵ 를 설정하고 반복지수 0에서 p까지 정한다, 여기서 $U([u_{ij}]_{i=1 \dots c, j=1 \dots n})$

[Step 3] $U^{(p)}$ 와 식(6)을 이용하여 각각의 클러스터 중심 $c_i^{(p)}$ ($i = 1, 2, \dots, c$)를 계산한다.

$$c_i = \frac{\sum_{j=1}^n u_{ij}^m t_j}{\sum_{j=1}^n u_{ij}^m} \quad (6)$$

[Step 4] $c^{(p)}$ 와 식(7)을 이용하여 다음 번 분할 행렬 $U^{(p+1)}$ 을 구한다.

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^c \left(\frac{d_{ij}}{d_{kj}}\right)^{2/m-1}} \quad (7)$$

[Step 5] $|U^{(p)} - U^{(p+1)}| \leq \epsilon$ 만족하면 멈추고, 그렇지 않으면 [Step 3]으로 가서 p=p+1로 설정한다.

여기서, 결정된 각 클러스터는 시스템의 특성을 기술하는 퍼지 규칙으로 되며, 식(8)과 같은 퍼지 규칙이 사용된다.

$$R^i = \text{If } t_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } t_2 \text{ is } A_2^i \text{ and } \dots t_m \text{ is } A_m^i \text{ then } \hat{A} \quad (8)$$



〈그림 3〉 지수의 가중 m값을 변환하여 Interval Type-2 퍼지 집합으로 확장한 예제

본 논문에서는 전반부 멤버십의 정점에 불확실성을 표현하기 위해, 〈그림 3〉에서와 같이 FCM 알고리즘의 지수의 가중 m값을 변화시켜, FOU를 형성한다. 형성된 Upper와 Lower 값을 각각의 최대 값과 최소 값으로 분류하여 새로운 Upper와 Lower를 형성하여 전반부의 불확실성을 표현한다.[4] 퍼지화 상수 m값은 PSO를 사용하여 최적 값을 찾는다. 본 논문에서는 m1=1.64, m2=1.00값으로 동정한다.

4. 입자 군집 최적화 (Particle Swarm Optimization) 알고리즘

규칙의 후반부 멤버십 함수의 정점 결정은 입자 군집 최적화(Particle Swarm Optimization) 알고리즘[3]을 사용하여 동정한다. PSO 알고리즘은 새, 벌 등의 군집 생활을 하는 생물체들의 이동 모습과 그 원리를 모방한 최적화 알고리즘이다. 집단은 여러 개의 Particle로 이루어져 있으며, 각각의 Particle의 위치는 풀고자 하는 문제에 대한 가능한 각각의 해가 된다, 각각의 Particle들은 매번 반복하여 자신의 위치, 즉 해를 변화시키게 되는데, 이 과정에서 모든 Particle 위치 중에 가장 좋았던, 즉 적합도가 높았던 위치와 각 Particle들의 위치 변화 중 가장 적합도가 높았던 위치를 고려하여 위치를 변화 시킨다.

본 논문에서는 후반부에 불확실성을 표현하기 위해 PSO를 사용하여 최적의 불확실성(θ)을 찾아서 FOU를 형성한다. 본 논문에서는 불확실성(θ)을 표현하기 위해 68%를 취한다.

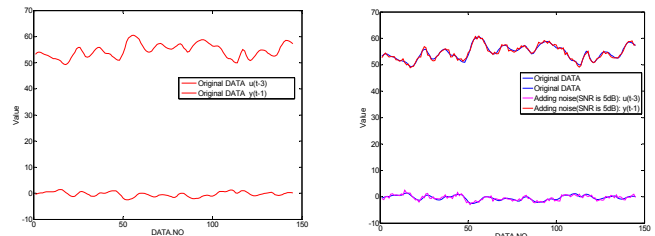
〈표 1〉 모델링을 위한 초기 파라미터

파라미터	값
세대수	20
개체 수	200
최대 이동 속도	탐색 공간의 20%
관성 계수 [w_{min}, w_{max}]	[0.4 0.9]
가속 상수 (C_1, C_2)	2.0 2.0
정점 탐색 공간	[45.0 61.0]

5. 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 논문에서는 가스로 시계열 데이터[5]를 적용하여, 모델 평가를 수행한다.

가스로 시계열 데이터는 비선형성이 강하며, 최종목적인 미래 값을 예측하기 위해 과거 값을 이용하는 것이다. 본 논문에서는〈그림 4〉 [u(t-3),y(t-1); y(t)]입출력 구조를 이용하여 2입력 1출력으로 모델링 하였으며, 각각의 Original Data와 인위적인 5dB Noise Data를 인가했을 때 Type-1 퍼지 논리 시스템과 Type-2 퍼지 논리 시스템의 성능을 비교한다.



(a) Original Data (b) Original Data+5dB Noise Data
〈그림 4〉 u(t-3),y(t-1) 입력 데이터

본 논문에서는 비선형 시스템에 적용시켜 성능분석을 하고자 한다. 〈표 2〉에서와 같이 실험을 통하여 전반부 • 후반부 Upper 와 lower 부분에 불확실한 정보에서 Type-2 퍼지 논리 시스템이 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템보다 효율적 이라는 것을 보인다.

〈표 2〉 Type-1/Type-2 퍼지 논리 시스템 성능 분석

Type	세대수	개체수	불확실성(θ)	PI	e_PI
Type-1	20	200	0%	1.3153	1.2823
Type-2	20	200	68%	0.8257	1.1976

감사의 글

이 논문(저서)은 2007년도 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (F01-2007-000-10058-0).

참고 문헌

- [1] N.N, Karnik and J.M. Mendel, "Centroid of a type-2 fuzzy set", Information Sciences, vol. 132, pp.195-200,2001
- [2] Dongrui Wu, Jerry M. Mendel, "Uncertainty measures for interval type-2 fuzzy set", Los Angeles, CA : 12 July 2007
- [3] J. Kennedy, "Minds and culture; Particle Swarm implications. Socially Intelligent Agents", Paper from the 1997 AAI Fall Symposium, 1997
- [4] GangHwa Lee, YoonChul Lee, SoonHak Kwon and SukGyu Lee, "Majority-Voting FCM Algorithm in the Vague Fuzzy Classification," The 10th IEEE International Fuzzy System Conference, vol. 2, 2001
- [5] G. E. P. Box, G. M. Jenkins, "Time Series Analysis, Forecasting and Control", San Francisco, CA : Hidden Day, 1970.