입자 유동 해석(PFC)을 통한 근접터널의 거동에 관한 연구 A Study on the Behavior of a Closely-spaced Tunnel by Using Particle Flow Code

서병욱¹⁾, Byung-Wook Suh, 조선아²⁾, Seon-Ah Jo, 정선아²⁾, Seon-Ah Jung, 이석원³⁾, Seok-Won Lee

¹⁾ (주) 태조엔지니어링 지반사업부, Tunnel & Underground Dept., Teso Engineering Corporation

²⁾ 건국대학교 사회환경시스템공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil and Environmental System Engineering, Konkuk University

³⁾ 건국대학교 사회환경시스템공학과 조교수, Assistant Professor, Dept. of Civil and Environmental System Engineering, Konkuk University

SYNOPSIS : In general, it is considered that a pillar between closely-spaced tunnel is sensitive for stress concentration. Stability of a pillar is key factor for excavation of closely-spaced tunnel. In this paper, the study is focused on tracing the behaviors, displacement and plotting damages around tunnels that is modelled with Particle Flow Code, PFC^{2D} . Parametric study was performed with changing distance between center of tunnels and coefficient of earth pressure(K). Scaled-model tests were also carried out to validate a numerical analysis model. It was found that PFC^{2D} could show dynamic visualized result in quite good agreement with the experimental test.

Key words : closely-spaced tunnel, particle flow code, scaled model test, tunnel behavior

1. 서 론

1.1 연구 배경

터널공사 표준시방서에 따르면 토질 조건이 탄성체인 경우는 터널의 중심 간격이 굴착 폭의 2배 이 상, 연약지반인 경우 굴착폭의 5배 이상인 경우 터널 상호간에 거의 영향을 미치지 않는 것으로 보고되 고 있다.

근래 지반의 역학적 안정성 해석에 수치 해석법이 널리 사용되고 있다. 아직 다양한 현실적인 안정 성 문제를 단일로 해석하기에는 여러 단계의 보완과 검증이 필요함에도 불구하고 편의성, 비용과 시간 의 절약, 개인 PC 성능의 발달과 해석 프로그램의 다양한 문제 접근으로 이용 분야는 꾸준히 넓어지고 있다. 현재까지 이러한 수치 해석법은 대상인 지반 거동의 역학적 관점에 따라 크게 연속체적 역학 (continuum mechanics) 거동 분석과 불연속체 역학 (non-continuum mechanics) 거동 그리고 이를 혼합한 모델링 (hybrid method) 분석으로 나뉜다. 각 수치 해석법은 해석 단계상이나, 수행 시간, 원 구 성방정식의 특성에 따라 장점과 한계가 분명하므로, 지반의 특성에 따라 적절한 모델링 방법을 결정하 는 것이 중요하다. 유한요소법(FEM), 유한차분법(FDM), 경계요소법(BEM) 등 연속체 역학을 기반으로 하는 해석 기법은 대단위 면의 지반을 해석하는데 효율적이고, 해석 수행 시간도 상대적으로 빠르다. 또 한 응력 해석 부분에서도 비교적 정확해 널리 이용되고 있다. 하지만, 연속체 수치 해석 기법은 암반의 절리나 변형에 따른 파괴 양상을 해석하기 어렵고, 지하 공간의 경우 락버스트(rock burst)나 스폴링 (spalling) 현상을 모델링할 수 없는 한계가 있다. 본 연구에서는 근접 터널의 이격거리에 따른 상호 간섭 영향을 알아보기 위해, 개별요소법 (Distinct Element Method) 해석 기법 중 Particle Flow Code (PFC) 모델을 이용하여, 이격거리와 측압계수 등 의 변화에 따른 터널 상호간의 거동을 분석하였다. 또한, 해석 모델의 적합성을 검증하기 위해 축소모형 실험을 병행하였다.

1.2 기존 연구 고찰

개별요소법은 Cundall(1985) 에 의해 지반공학적인 문제 해결을 위해 제안되었지만, 현재는 전자기 입자의 운동 연구(Kawamoto, 2004), 크리스탈 결정 성장 모델링 (Park and Lee, 2004) 등의 다양한 이공학적 연구와 산업분야의 분석 도구로 이용되고 있다.

지반공학 분야에서도 개별요소법을 이용한 프로그램인 PFC^{2D}(Particle Flow Code)는 Brazilian test (신중호 등, 2000), 삼축압축실험 (구자갑과 전제성, 2007) 등의 실내 실험에서 산지 사면안정해석 (Coccolo, 2002), 터널 라이닝 해석(Tannant and Wang, 2003) 과 같은 현장분석까지 활용이 자유롭 다. PFC^{2D}는 입력물성치를 정확히 산정하고 경계조건을 잘 모델링 한다면, 매우 정확한 분석이 가능하 다 (Yang et al., 2006). Tannant and Wang(2003)은 터널 막장 굴착 시 천단부의 노치(notch)형 파괴 와 스폴링(spalling) 현상을 시각적으로 모델링하였는데, 실제 현장의 데이터와 유사하였다. 입자유동해 석(PFC)을 이용한 국내의 터널 거동 연구는 외국에 비해 미진한 편으로, 심현진 등(2007)은 근접터널의 축소모형실험을 PFC^{2D}로 모사하여 터널 주변부의 파괴 이후 거동을 분석하였다.

2. 축소모형실험

2.1 개 요

수치해석에 의한 터널 굴착거동 결과 비교와 타당성 검증을 위해 먼저 축소모형실험을 수행하였다. 모형실험을 위해 토조 실험 장치를 제작하였고, 모형 재료로서 모래, 석고, 물의 혼합물을 사용하였다. 모형의 크기는 1000 × 600 × 100 ㎜ (가로 × 세로 × 폭)이고 터널은 지름이 140㎜인 원형으로 모사하 였다. 축소모형 실험은 측압계수(K)와 근접 터널의 터널중심 간의 이격거리(D) 조건을 달리하여, 표 2.1 과 같이 8가지 모델의 실험을 수행하였다.

Model	측압 계수(K)	터널 이격거리(D)
1	1.0	1.2
2	1.0	1.5
3	1.0	2.0
4	1.0	3.0
5	0.0	1.2
6	0.0	2.0
7	1.5	1.2
8	1.5	2.0

표 1. 축소모형 모델별 실험 조건

2.2 모형 시료 제작과 실험 과정

모형 제작은 [1:1:2.5] 중량비의 [모래:석고:물] 의 혼합물을 모형 틀에 붓고, 그림 1과 같이 실

내 양생, 건조시켜 일정 함수비(w=0.14) 에 도달했을 때 축소 모형시험을 수행하였다. 실험 장치의 상 부는 입력 하중에 따라 가압되도록 서보컨트롤 시스템이 적용되었고, 양 측벽 가압판은 유압식 잭을 연 결하여 측압계수(K)를 모사할 수 있도록 하였다. 하부면은 철판으로 고정되어 있고 전·후면은 20mm 강화 아크릴을 설치하여 실험 시 시료 폭 방향에 대한 변위를 구속하였다.



그림 1. 모형실험 시료

가압 하중과 시료의 목표 강도 추정을 위해, 원형 시편의 일축 강도 실험을 실시한 결과 180kh 의 파 괴 강도를 얻었다. 이로부터 시료의 한계 상태 유지를 위한 상부 가압 하중은 14kN 으로 산정하였다. 하중은 5단계에 걸쳐서 순차적으로 증가시켜 안정적인 가압이 이뤄지도록 했고, 동시에 계획된 측압 계 수에 따라 양 측벽에 가압이 유지되도록 했다. 목표 하중 도달 후, 굴착 단계 직전에는 일정한 시간을 두어 시료의 변형이 충분히 수렴할 수 있도록 하였다. 가압이 유지되고 있는 상태에서 지반의 선행과 후행 굴착을 모사하여 그림 2에서와 같이 직경 14cm 원형 터널을 전동드릴을 이용하여 순서대로 굴착 했으며, 각 단계에서는 변형이 수렴할 수 있는 일정한 시간 간격을 두었다.

이격거리(D)는 터널 직경을 기본 단위(1.0D)하고, 두 원형 터널의 중심 간격을 기준으로 계획에 따라 굴착했다. 모형 시료의 변위 추적은 각 하중 단계와 굴착 단계마다 디지털 카메라로 촬영하고 계획에 따라 찍힌 포인트를 사진측량 software인 PhotoModeler Pro 5를 사용하여 계측하였다. 본 연구에서는 최소 계측한계를 0.01 mm로 설정하였다.



그림 2. 모형실험 굴착 계획

3. 입자 유동 해석 (Particle Flow Code) 모델링

3.1 소 개

본 연구에서는 모형 토조의 근접 병설 터널 거동을 수치 해석적으로 모사하기 위하여 개별요소법 (Distinct Element Method)을 근간으로 하는 PFC^{2D}(Itasca, 2004) 를 이용하였다. PFC^{2D}는 1985년 Cundall에 의해서 개발된 이후 지금까지 많은 보완과 수정을 거쳐 이공계의 다양한 분야에서 광범위하 게 이용되고 있다. 현재는 3차원 해석도 가능하도록 개발되었지만, 본 해석에서는 터널 대표 횡단면의 굴착과 평면 거동만을 모사하므로 2차원 해석으로도 충분히 이를 반영할 수 있다고 판단된다. 또한 대 상을 연속된 절점이나 망 요소로 모델링하는 유한요소법이나 유한차분법에서는 굴착 공동주위의 낙반과 파괴 양상을 모사할 수 없는데 반해, 불연속적인 원형 입자의 운동과 상호작용을 기본으로 하는 개별요 소법은 모델링과 해석 과정에서 이를 시각적으로 잘 모사할 수 있음도 확인할 수 있었다.

3.2 입력 물성치 산정 (Calibration process)

PFC^{2D}에서 결합모델을 구현하기 위해서는, 일련의 입력물성치의 산정과정이 필요하다. 이는 수치해석 에서 대상 모델을 구성하는 입자들의 미시적인 물성치를 변수로 거시적인 거동을 관찰하는 반복된 과정 이다. 이전의 연구들로부터 미시적인 변수를 정량적으로 산정하는 여러 방법들이 제안되긴 했으나 대상 재질의 다양한 물리적 성질을 반영하기에는 아직 한계가 있다.

본 연구에서는 석고와 모래 혼합물의 모델링을 위해 직경 100㎜, 높이 200㎜의 원형 시편을 제작하 여, 축소실험에서 사용된 시료와 동일한 함수비까지 양생, 건조시켜 일축압축 실험을 실시하고 결과를 얻었다. 그리고 이 결과를 PFC^{2D} 일축압축 모델링의 거동 응답 값과 비교하여 축소모형실험 모델링을 위한 최적의 입력 물성치를 산정했다. PFC^{2D}의 입자에 관한 입력 변수는 입자의 크기와 강성, 마찰계 수, 입자간의 결합력 등이 있다. 모델의 반복 해석결과 입자의 크기는 수치해석 결과에 큰 변수가 되진 않았고, 시편의 파괴 형상을 모사하기 위해 충분히 작은 크기의 입자를 생성하게 했다.

시편 혼합물은 비등방성 물체지만, 이를 정량적으로 모사하기에는 석고와 모래의 물리적 직경 차이가 커 입자 생성이나 해석 시간이 크게 늘어나는 문제점이 있었다. 따라서 모든 모델링의 입자는 모래를 기준으로 생성하였고, 석고 입자의 거동 모사는 입자간의 결합력으로 대신하였다. 입자 생성 시 입자의 크기 분포는 입자 배열 상태에 차이를 만들고, 이에 따라 파괴 강도와 형상에 많은 변화를 보였다. 입자 크기가 동일한 경우, 결합의 파괴는 등방성의 패턴으로 나타나는 경향을 보였고, 파괴 하중은 상대적으 로 낮았다. 본 연구에서 모사하고자 하는 재료는 혼합물로, 이런 현상을 소산하기 위해 입자의 최대입경 과 최소입경의 비를 적절히 늘리고, 평균 입경을 중심으로 정규분포 생성을 하였다. PFC^{2D} 수치해석 보 정(calibration) 과정을 통해 얻은 최종 입력 물성치는 다음 표 2와 같다.

Micro properties	Value
Rmin (mm)	2.5
Rmax/Rmin	1.66
Particle density (<i>kg/m³</i>)	717
Particle contact modulus, <i>Ec(MPa)</i>	130
Particle normal/shear stiffness, <i>Kn/Ks</i>	6.5
Friction coefficient, u	10.0
Contact bond normal strength (N)	1300
Contact bond shear strength <i>(N)</i>	1300

표 2. 입력 물성치

실험실 실험과 산정된 입력 물성치를 통해 얻은 모델링의 일축 압축 실험의 결과는 그림 3과 같다. 실험수치와 수치해석 모델의 수치가 거의 동일하게 나타남을 알 수 있다. 그림 4는 일축압축실험 시료 의 균열을 표시하였는데, 균열 결과 역시 비슷한 형상으로 나타났다.



그림 3. 실험실 실험과 PFC^{2D} 모델의 일축압축강도 결과 비교



그림 4. 일축압축 모델 균열 결과 비교

4. 모델 생성과 해석 과정

4.1 시료 생성

앞서의 입력 물성치를 기본으로 축소모형실험을 모델링 하였다. 입자 물성치는 보정 과정에서의 물성 치와 동일하고, 약 12,000개 입자가 생성되었다. 상대적으로 넓은 boundary에 많은 입자들이 한 번에 생성될 때, 입자들의 분포가 부분적으로 조밀해지는 현상이 나타난다. 입자의 수가 작을 때는 문제되지 않지만, 많아지면 불평력을 제거하는 시간도 길어지고 비효율적인 해석도 많아지며, 최종적으로는 시료 의 입자결합에서 전체적으로 불균형이 일어나기도 한다. 이를 피하기 위해 분할하여 입자를 생성하였는데, 이 때 boundary 요소인 벽(wall)의 전단 강성은 제 로(zero)로 설정하여 생성된 입자가 미끄러짐 마찰에 영향을 받지 않도록 했다. 보정 과정을 통해 수치 해석 수행 시, 석고 혼합물 시료의 물리적 거동을 잘 모사하는 결합이 접촉결합(contact bond)임을 알 수 있었고, floating입자가 제거된 시료에 표 2의 수직과 전단의 접촉결합력으로 결합시료를 생성하였다.

4.2 모델별 해석 수행

접촉결합이 부여된 시료를 기본으로 표 1의 이격거리와 측압계수 조건에 따라 모델별 해석을 수행하였다. 해석 모델의 가압 조건은 축소모형실험과 동일하게 상부와 두 측벽 모두 일정한 하중이 유지되는 조건에서 각 측점의 변위를 기록하였다.

그림 5는 수치해석 분석의 수행과정을 단계에 따라 네 가지로 나누어 그린 것이다. 각 그림의 화살표 들은 가압판에 작용하는 하중을 시각적으로 표시한 것이다. 각 수치해석 모델의 수행 시작과 함께 하중 은 일정한 단계로 나누어 가압량을 점진적으로 증가시킨다. 그리고 그림 5의 (a)와 같이 최종 모형실험 재료의 추정되는 파괴 한계 상태에서 servo control 시스템으로 가압(~130㎞) 을 유지한다. 유지된 압 력 하에서 모든 측점의 변위가 수렴되는 단계(step)에 이르면 이격거리 조건에 따라 첫 번째 터널을 굴 착하고 완전히 수렴되는 단계까지 기다려서 두 번째 터널을 굴착한다. 그림 5의 (b)와 (c)그림이 이 과 정을 나타낸 것이다. 그림 5의 (d)는 굴착 후 수렴할 때를 기다려 파괴하중(~160㎞) 까지 가압하여 파 괴형상을 관찰하는 단계를 나타낸 것이다. 이상 모든 측점의 변위가 수렴을 마치면 한 모델의 수치 해 석 수행을 종료한다. 해석을 통한 결과는 각 측점의 변위 벡터, 누적 변위의 두 영역으로 나누어 기록하 였다.



그림 5. 해석 수행 단계별 모식도

5. 해석 결과

5.1 터널 중심간 이격거리에 따른 분석

본 연구에서는 측압계수와 이격거리의 영향에 관한 정밀한 분석을 위하여 표 2의 8개의 축소모형실

험 모델 외에 모델의 다양한 측압계수와 이격거리에 대하여 추가적인 수치해석을 수행하였다.

그림 6은 측압계수별로 이격거리에 따른 변위를 나타낸 것이다. 변위측정은 후행터널 굴착 후 모든 측점이 수렴하였을 때를 기준으로 하였다. 그림 6에서 (a), (b), (c)에 해당하는 측압계수(K)가 0.0부터 1.0까지의 변위 그래프를 보면 이격거리가 커질수록 천단부와 필러부의 변위량은 함께 감소하며, 이격 거리가 2.0이 넘어가면 그 영향은 줄어들어 거의 차이가 없는 것으로 나타났다. 기존 문헌에서 지반이 탄성거동 조건일 때, 근접터널의 이격거리가 터널 폭의 2배 이상이면 터널 상호간에 영향이 거의 없다 고 언급하는 것을 고려하면, 이는 비교적 타당한 결과로 생각된다.

그림 6의 (d), (e), (f)에 해당하는 측압계수(K)가 1.5부터 3.0까지의 변위 그래프에서, 필러부의 변위 는 앞서와 같이 측압계수가 커짐에 따라 감소하는 경향을 보이나, 천단부의 변위는 이격거리에 따른 경 향은 나타나지 않고, 측압이 증가할수록 변위량은 크게 증가하여 나타난다. 이는 필러부의 경우 측점이 모델 중앙에 위치함에 따라, 필러 폭이 좁지 않은 경우 입자 결합 파괴이후에도 가압에 의해서만 변위 가 일어난다. 하지만, 천단부를 비롯한 터널 주변의 측점은 입자 결합 파괴 이후, 실제 터널 굴착시의 낙반과 같이 터널 공동 안으로 떠밀려오는 모습을 관찰할 수 있다.



그림 6. 측압계수별 중심간 이격거리에 따른 변위량 비교

5.2 측압계수 변화에 따른 분석

그림 7은 이격거리별로 모델의 측압계수 변화에 따른 측점별 변위를 나타낸 것이다. 변위 측정은 후행 터널 굴착 후 모든 측점이 수렴하였을 때를 기준으로 하였다. 모든 이격거리 조건에서 측압이 증가함에 따라 누적 변위량은 감소하는 경향을 보이며, 측압계수가 2.0 이상에서는 앞서 언급한 바와 같이 터널 주변부의 입자 결합 파괴로 인해 변위량이 급격히 증가하여 나타났다. 또한 높은 측압계수 상태에서 선 행터널의 천단부 변위가 후행터널 천단부 변위보다 크게 나타나는 것은, 강한 내부압 조건에서 선행터널 굴착만으로 측점의 변위가 모델 총변위에 가깝게 나타났고, 후행터널 굴착 후에는 상대적으로 작은 변위 가 관찰되었다. 필러부는 이격거리가 작은 그림 7 (a)를 제외하면 대체로 큰 변화는 보이지 않았다.



그림 7. 이격거리별 측압계수에 따른 변위량 비교

6. 모델의 적용성 검증

본 연구는 근접터널의 입자유동해석 (Particle Flow Code) 모델 검증을 위하여 같은 조건의 축소모 형실험 결과와 비교하였다. 입자유동해석의 모든 모델과 실험조건은 축소모형실험과 동일하다. 그림 8과 그림 9는 각각 축소모형실험과 수치해석모델에 대한 터널 중심 간격에 따른 총변위를 나타내고 있다. 그림 8과 그림 9를 비교해 보면, 축소모형실험과 수치해석의 결과 총변위 경향은 대체로 비슷하다. 또 한, 기존 연구 결과와 같이 터널 중심 간격(D)이 2.0 이상에서는 터널간의 간섭효과가 거의 없음을 확 인할 수 있다.



그림 8. 축소모형실험 터널 중심 간격에 따른 총변위 (측압계수 1.0)



그림 9. 수치해석모델 터널 중심 간격에 따른 총변위 (측압계수 1.0)

그러나 수치해석 모델의 필러 중앙부 변위가 크게 나타난 것은 필라 파괴에 대한 축소모형과 수치해 석 모델 차이에 있는데, 그림 10과 같이 입자 결합의 파괴에 따라 상대적으로 좁은 필러폭으로 인해, 측점이 공동 안으로 밀려 파괴 거동으로 기록되었기 때문이다. 같은 조건의 축소모형실험에서 동일한 균열이 나타나지만, 이와 같은 현상이 발생하지 않는 것은, 수치해석 모델의 입자가 상대적으로 미세하 지 못해 나타난 현상으로 해석할 수 있다. 이는 그림 10의 (a)에서와 같이 좁아진 필러폭이 단지 몇 개 의 입자로 모델링되며, 이 입자들의 결합 파괴가 곧 필러 파괴와 낙반으로 모사되었기 때문이다. 더 정 확한 변위와 파괴형상 모사를 위해서 모델 입자를 미세하게 조정할 수 있지만, 해석 수행 시간이 지나 치게 길어질 수도 있으므로 이를 잘 고려하여 모델 입자 크기를 조정해야 한다. 그림 10에서 입자들을 잇는 선분은 접촉력(contact force)을 나타낸 것이다.



그림 10. Model 1 필라(pillar) 파괴에 따른 터널 주변 측점의 변화

7. 결 론

본 연구는 근접터널에서 터널 중심 간의 이격거리(D)에 따른 굴착 단계별 터널 거동 양상을 파악하기 위하여, 이격거리와 측압계수를 달리하여 개별요소법인 입자유동해석 (Particle Flow Code)를 이용하여 모델링하고 분석하였다. 또한 수치해석 모델의 검증을 위해 그 결과를 동일 조건의 축소모형 실험과 비 교하였다. 본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 근접 터널 주변부의 터널 중심 간의 이격거리(D)에 따른 변위량은, 이격거리가 좁아질수록 터널 간 의 간섭으로 인하여 모든 측점에서 변위가 더 크게 나타나는 양상을 보인다. 두 터널 사이의 필라 (pillar)부는 하중 중첩의 영향으로 파괴시점 전까지는 이격거리에 따라 정확히 비례하여 변위량이 커진다. 이격거리가 2.0D 이상에서는 기존의 다른 연구 결과와 같이 간섭효과가 상당히 줄어듦을 알 수 있다.
- (2) 측압계수의 변화에 따른 근접 터널의 주변부 변위량은, 측압계수가 커질수록 동일한 이격거리 조건 에서는 변위량이 줄어든다. 측압계수가 2.0 이상으로 큰 경우, 해석모델의 조건상 파괴 경향이 크게 나타나 정확한 분석은 불가능하였다.
- (3) 축소모형실험을 통한 수치해석 모델의 검증 결과, 변위 양상과 변위량은 거의 동일하게 나타났다. 균열양상은 모형실험과 수치해석 모델의 물리적인 실험조건 차이로 경우에 따라 균열은 가장자리에 서 다소 차이가 나타났지만, 터널 주변부에서는 유사하게 나타났다. 이 결과로 입자유동해석(PFC) 이 근접터널 거동 모사에 적절한 수치해석 방법임을 확인하였다.

감사의 글

본 논문은 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁 시행한 2004년도 건설핵심기술연 구개발사업(04핵심기술C01)의 지원으로 이루어졌습니다.

참고문헌

- 1. 구자갑, 전제성 (2007), "지반공학적 특성파악을 위한 개별요소법의 적용성", **대한토목학회 논문집**, 제 27권, 제 1C호, pp. 61-68.
- 2. 신중호, 박찬, 신희순, 정용복, 이희근 (2000), "Brazilian 시럼의 수치해석 시뮬레이션을 통한 파괴인성

산정 및 영향변수 분석", 터널과 지하공간, 제 10권, pp. 320-328.

- 3. 심현진, 이승훈, 이승복, 전석원, 최용근 (2007), "근접병설터널 설계를 위한 모형시험 및 시험발과", 2007 한국터널공학회 정기학술발표회 논문집, pp. 267-278.
- 4. Kawamoto, H. (2004), "Introduction of Research and Development on Electromechanics of Electromagnetic Particles for Imaging Technology", *Numerical Modeling in micromechanics via Particle Methods*, pp. 95-101.
- 5. Park, Y., and Lee, C. (2004), "Modeling Magmatic Fabricsusing PFC", *Numerical Modeling in micromechanics via Particle Methods*, pp. 175-179.
- Tannant, D. D., and Wang, C. (2003), "Thin tunnel liners modelled with particle flow code", Engineering Computations, Vol. 21, No. 2/3/4, pp. 318-342.
- Yang, B., Jiao, Y., and Lei, S. (2006), "A study on the effects of microparameters on macroproperties for specimens created by bonded particles", Engineering Computations: International Journal for Computer-Aided Engineering and Software, Vol. 23, No. 6, pp. 607-631.