

# 응력동결법에 의한 고압기밀용 오링의 주응력 해석

남정환<sup>†</sup> · 황재석<sup>\*</sup> · 김영탁<sup>\*</sup> · 박성한<sup>\*\*\*</sup> · 신동철<sup>\*\*\*\*</sup>

## Analysis of Principal Stresses of O-Ring under Uniform Deformation and Internal Pressure by Stress Freezing Method

Jeonghwan Nam, Jaisug Hawong, Youngtak Kim, Sunghan Park and Dongchul Shin

**Key Words :** Stress Freezing Method(응력동결법), O-Ring(오링), Stress Analysis(응력해석), Three-Dimensional Stress(3 차원응력), Photoelastic Experiment(광탄성실험), Principal Stresses(주응력), Photoelastic Experimental Hybrid Method(광탄성실험하이브리드법)

### Abstract

In this research, stress components and principal stresses of O-ring under internal pressure and under uniform squeeze rate were obtained from the stress freezing method of photoelastic experiment and photoelastic experimental Hybrid method for 3-dimensional problems. The obtaining processes of those were introduced. It was certified that the processes of those are effective for the 3-dimensional stress analysis of structures. Stress freezing method, the obtaining processes of those and photoelastic experimental hybrid method were effectively applied to the stress analysis of O-ring made from rubber that under uniform deformation and internal pressure. Stress components and principal stress of O-ring under uniform squeeze rate and under internal pressure were analyzed.

### 1. 서 론

고무 오링(O-Ring)은 고압이 작용하는 압력용기, 항공기 부품, 유압부품, 원자력 발전, 고체연료 추진 로켓 등의 기밀용으로 사용되고 있다. 금속과 오링(O-Ring)의 조립에 있어서 오링에는 조립에 의한 압축력과 내부의 고압이 작용하고 있다. 이러한 조립조건과 내압조건에 따른 다양한 하중조건에 대하여 오링의 응력장을 확인하여야만 고압에 대한 기밀유지와 그 파괴조건 및 안전하게 사용할 수 있는 설계범위를 정할 수 있다. 오링의 실제 변위를 정하기 위해서는 내압이 작용하고 일정한 압축을 받는 오링의 응력상태를 정확하게 해석할 필요가 있다. 내압이 작용하는 하중조건에서 오링을 광탄성 실험으로나 이론적으로 응력해석할 경우, 응력동결 실험 및 광탄성실험의 난이도가 매우 높아 주로 하중작용 조건을 단순화하거나, 대부분 수치해석을 한다. Antonio Strozzi<sup>(1)</sup>는 내압이 작용하지 않는 조건에서 라운딩된 사각형 폴리우레탄 오링에 대하여 광탄성실험과 수치해석을 이용하여 응력장을 해석하였고, A.F George<sup>(2)</sup> A. Strozzi 등은 오링의 측면을 구속하지 않은 상태에서 실험하였다. 또한 E. Dragoni 등은 내압을 가하

지 않은 오링을 측면을 구속하는 다양한 폭의 오링 홈에 장착하여 선형 탄성학을 기본으로 한 이론적 모델을 개발하여 기계적 거동을 설명하였고<sup>(3)</sup> 오링 단면의 직경과 오링 홈의 폭이 동일한 상태에서 압축율의 변화에 따른 접촉응력과 접촉길이에 대한 것을 실험 및 수치해석으로 연구하여 측면구속 효과에 대한 해석적 모델을 제시하였다<sup>(4)</sup>. 그러나 지금까지는 오링의 내부 응력상태를 해석하는데 있어서 오링의 횡단면의 응력상태만 해석하였고, 오링의 3 차원 응력상태에 대해서는 해석하지 않았다. 또한 오링의 실제 조립상태는 내압이 작용할 때는 측면구속이 되지만 내압이 작용하기 전에는 오링의 측면이 완전히 구속되지 않는다. 본 연구에서는 실제 조립조건에 의한, 즉 압축변형율의 변화에 따른 오링의 응력장을 해석할 수 있는 응력동결용 광탄성 실험장치를 개발하고 응력동결용 광탄성실험 하이브리드법을 개발하였다. 그리고 본 연구에서 개발된 응력동결용 광탄성 실험 하이브리드법을 이용하여 접촉응력, 오링 내부의 응력장과 응력성분, 주응력 등을 구하여 오링의 3 차원 응력상태를 해석하고자 한다. 이렇게 구한 각 평면의 주응력으로 오링의 임의의 지점에 대한 등가 상당응력을 평가하여 최적설계와 파괴기준 등의 기초데이터로 이용될 수 있다.

## 2. 기초이론

### 2.1 Hertz 탄성접촉이론과 접촉응력 해석용 광탄성실험 Hybrid 법

Muskhelishvili 의 퍼텐셜(potential)  $\phi$  와 응력성분들 관계는 다음 식(1)과 같이 표현된다. <sup>(5)</sup>

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= Re[2\phi'(z) - \bar{z}\phi''(z) - \psi'(z)] \\ \sigma_y &= Re[2\phi'(z) + \bar{z}\phi''(z) + \psi'(z)] \\ \tau_{xy} &= Im[\bar{z}\phi''(z) + \psi'(z)] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

또한 오링과 실린더의 접촉인 경우, 응력성분은 식(2)와 같다.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= Re\left[3\phi(z) + \overline{\phi(\bar{z})} + z\phi'(z) - \bar{z}\phi'(z)\right] \\ \sigma_y &= Re\left[\phi(z) - \overline{\phi(\bar{z})} - z\phi'(z) + \bar{z}\phi'(z)\right] \\ \tau_{xy} &= Im\left[-\phi(z) - \overline{\phi(\bar{z})} - z\phi'(z) + \bar{z}\phi'(z)\right] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} \phi(z) &= -(p_0/2)(i+f)\left[z - \sqrt{z^2 - 1}\right] \\ \overline{\phi(\bar{z})} &= -(p_0/2)(-i+f)\left[z - \sqrt{z^2 - 1}\right] \\ \phi(z) &= -(p_0/2)(i+f)\left[1 - z/\sqrt{z^2 - 1}\right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

실수축의 일부부인 자유-표면력 조건을 이용하여 구한 응력함수  $\phi(\zeta)$  와  $\psi(\zeta)$  의 관계식, 응력함수  $\phi(\zeta)$  와  $\phi(z)$  는 해석적 함수이므로 멱급수로 표현할 수 있다. 그리고 연구하고자 하는 구조물의 자유표면의 기하학적 형상에 따른 사상함수 등을 이용하여 식(1)의 각 응력성분을 나타내면 식(4)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= Re[2\phi'(z) - \bar{z}\phi''(z) - \psi'(z)] \\ &= \sum_{n=1}^N Re\{C_n[2F(n, \zeta) - G(n, \zeta)] + \bar{C}_n F(n, \zeta)\} \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y &= Re[2\phi'(z) + \bar{z}\phi''(z) + \psi'(z)] \\ &= \sum_{n=1}^N Re\{C_n[2F(n, \zeta) + G(n, \zeta)] - \bar{C}_n F(n, \zeta)\} \end{aligned} \quad (4b)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= Im[\bar{z}\phi''(z) + \psi'(z)] \\ &= \sum_{n=1}^N Im\{C_n G(n, \zeta) - \bar{C}_n F(n, \zeta)\} \end{aligned} \quad (4c)$$

$$\text{여기서 } F(n, \zeta) = \frac{n\zeta^{n-1}}{\omega'(\zeta)}$$

$$G(n, \zeta) = \left[ \frac{\overline{\omega(\bar{\zeta})} - \overline{\omega(\zeta)}}{\omega'^2(\zeta)} \right] n(n-1)\zeta^{n-2} - \left[ \frac{\overline{\omega(\bar{\zeta})} - \overline{\omega(\zeta)}}{\omega'^3(\zeta)} \omega''(\zeta) + \frac{\overline{\omega'(\zeta)}}{\omega'^2(\zeta)} \right] n\zeta^{n-1} \Bigg\}$$

$F(n, \zeta)$  와  $G(n, \zeta)$  은 실좌표  $z = x + iy$  가 역 사상 (Inverse Mapping) 함수  $\zeta = \omega^{-1}(z)$  을 사용하여 결정되는 위치좌표 함수이다. 그러므로, 식(4)는  $a_n$  과  $b_n$  만의 함수이다. 이러한 Hybrid 법을 O-Ring 과 실린더 접촉의 경우에 적용하면, Fig. 1 과 같은 영역 R 에 있어서 등각 사상함수는 식 (5)와 같다.

$$\omega(\zeta) = i \frac{1 - \zeta}{1 + \zeta} = z \quad (5)$$

식 (5)를 이용하여  $F(n, z)$  와  $G(n, z)$  는 식(6) 과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F(n, z) &= -2ni \frac{(i-z)^{n-1}}{(i+z)^{n+1}} \\ G(n, z) &= -4n(n-1)(z + \bar{z}) \frac{(i-z)^{n-2}}{(i+z)^{n+2}} \\ &+ [4i(z + \bar{z}) + 2(i+z)] n \frac{(i-z)^{n-1}}{(i+z)^{n+2}} \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)의  $F(n, z)$  와  $G(n, z)$  를 식 (4)에 각각 대입하여 응력성분들을 식 (7)과 같이 얻을 수 있다.

$$\sigma_x(z) = \sum_{n=1}^N Re\{C_n[2F(n, z) - G(n, z)] + \bar{C}_n F(n, z)\} \quad (7.a)$$

$$\sigma_y(z) = \sum_{n=1}^N Re\{C_n[2F(n, z) + G(n, z)] - \bar{C}_n F(n, z)\} \quad (7.b)$$

$$\tau_{xy}(z) = \sum_{n=1}^N Im\{C_n G(n, z) - \bar{C}_n F(n, z)\} \quad (7.c)$$

식 (7)의 응력성분들을 광응력 법칙에 대입하면 식 (8)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 D(\varepsilon) &= \left( \frac{f_\sigma \cdot N_f}{t} \right)^2 - (\sigma_x - \sigma_y)^2 - (2\tau_{xy})^2 \\
 &= \left( \frac{f_\sigma \cdot N_f}{t} \right)^2 - \left\{ \sum_{n=1}^N a_n \operatorname{Re}[2F(n, z) - 2G(n, z)] \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{n=1}^N b_n \operatorname{Im}[2F(n, z) + 2G(n, z)] \right\}^2 - \\
 &\quad \left\{ \sum_{n=1}^N a_n \operatorname{Im}[2G(n, z) - 2F(n, z)] \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{n=1}^N b_n \operatorname{Re}[2F(n, z) + 2G(n, z)] \right\}^2 \quad (8)
 \end{aligned}$$

식(8)은 두 개의 응력함수 관계식을 이용하여 접촉응력을 해석할 수 있는 광탄성실험 하이브리트법의 기본식이다. 오링의 접촉문제에서 내압이 작용하면 오링의 단면에 자유표면이 거의 없으므로 두 개의 응력함수 관계식을 이용한 광탄성실험 하이브리트법이 내압이 작용하는 오링의 응력해석에 유효하게 사용될 수 있다.

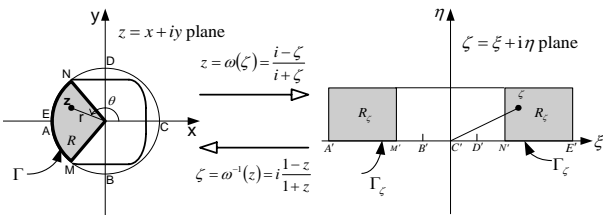


Fig. 1 Conformal mapping for O-Ring under Compressed

### 3. 실험방법 및 실험

#### 3.1 Epoxy로 된 오링과 응력동결

본 연구에서는 오링을 Epoxy 수지로 제작하여 모델로 사용하고, 응력동결법과 광탄성 실험법으로 오링의 응력상태와 변형조건을 연구하였다. 에폭시 수지 시편은 glass 전이역에서 하중조건에 의한 변형과 응력을 동결시킬 수 있으므로 하중 조건에 따른 고무 오링의 변형을 정지할 수 있다.

따라서 실제 오링의 치수와 동일한 환형 오링 금형을 제작하였고, 이를 이용하여 오링의 실리콘 주형을 제작한 후, 이 주형에 에폭시 수지를 주입하여 성형하여 에폭시로 된 오링을 주형하였다.

또한 본 연구에 사용되는 광탄성실험 재료, 즉 시바사(CIBA-GEIGY Co.)의 Araldite와 경화제인 HT-903을 중량비 10 : 3으로 혼합하여 성형한 에폭시(Epoxy)수지이다. 오링 단면의 직경은  $6.98 \pm 0.15$  이고, 내경은  $121.5 \pm 0.94$  이다. 제작된

Epoxy 시편은 하중장치에 장착되어 Fig. 2와 같은 응력동결 사이클에 의하여 동결된다. 응력 동결된 시편, 즉 오링을 45° 방향을 기준으로 두께가 약 1mm 정도 되도록 8개의 시편을 절취한다. 이렇게 절취된 시편을 투과형 광탄성 실험장치를 사용하여 등색선 무늬를 촬영하였다. 본 연구에 사용된 광탄성 실험장치는 투과형 광탄성 실험장치이다.

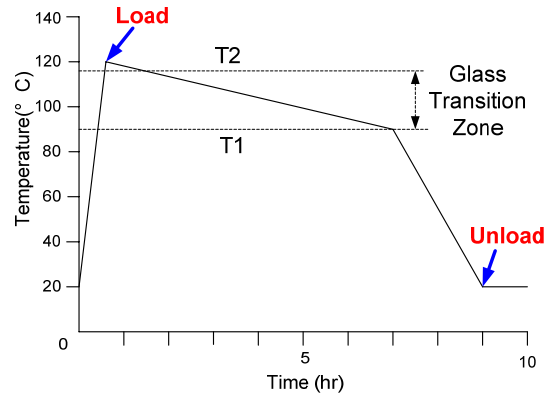


Fig. 2 Stress Freezing Cycle

#### 3.2 하중장치

에폭시 수지로 된 오링에 일정한 압축율과 내압을 가하면서 응력동결할 수 있는 하중장치는 Fig. 3과 같다.

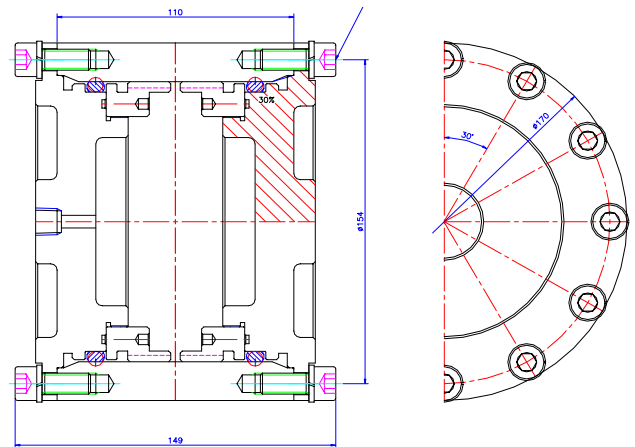


Fig. 3 Experimental loading device for stress freezing

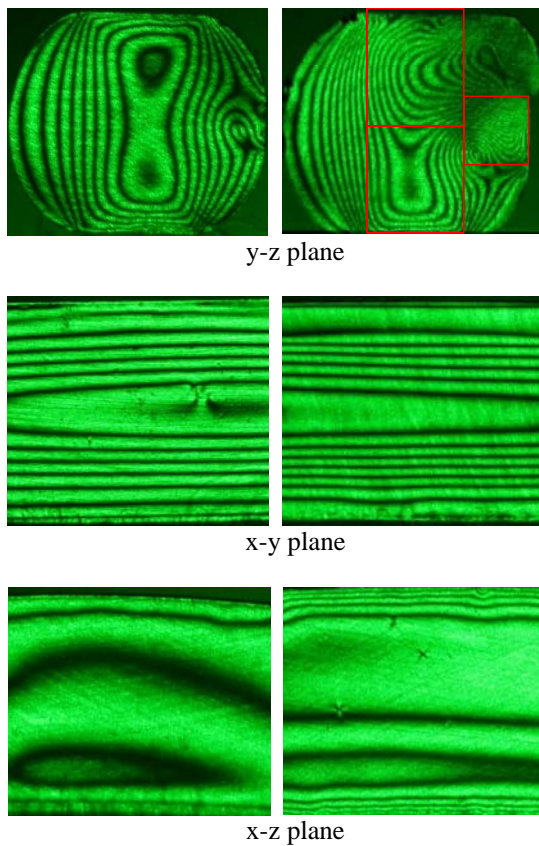
Table 1 Mechanical Properties of Epoxy resin

$\alpha$ (mm / kg)	E (kg / mm <sup>2</sup> )	$\nu$	Optimum Temperature
40.5	1.56	0.5	120°C

#### 4. 실험결과 및 고찰

응력동결된 오링 시험편을 각각 45° 방향을 기준으로 8 군데에서 두께 1mm 로 Slice 를 취하였다. 광탄성 실험용 박편 시험편을 제작하여 그 시험편을 사용한 광탄성 실험결과는 8 군데 모두 거의 동일한 등색선 무늬를 나타내었다. 또한 Video Microscope 이용하여 40 배 확대한 후 각각의 압축율에 대한 접촉 길이를 측정하였다. 각 접촉부의 접촉길이는 8 군데 모두 거의 동일한 접촉길이를 나타내고 있으며, 그러므로 응력동결용 하중장치가 원주방향으로 동일한 압축율을 가하였고 정확하게 조립되었으며 유효한 장치임을 알 수 있다.

Fig. 4 의 (a)와 (b)는 O-ring, 압축률이 20%이고 내압이 각각 0MPa 와 7.84MPa 인 경우에 응력 동결시킨 O-ring 의 임의 지점에서의 각 평면의 등색선 무늬를 나타낸다.



(a) Uniform Squeeze (b) Under internal Pressure

Fig. 4 Stress Freezing of O-Ring under uniform deformation and internal pressure

Fig. 5 의 (a), (b) 그리고 (c)는 Fig.4 의 y-z plane 의 사각형으로 표시한 각각의 실제 등색선 무늬 (좌측)와 광탄성실험 하이브리드법으로 구한 응력성분을 이용한 그래픽 등색선무늬 (우측) 등을 나타

낸다. Fig. 5 에서 보듯이 실제 실험에서 얻은 등색선무늬와 광탄성실험 하이브리드법으로 구한 응력성분을 이용한 그래픽등색선무늬와 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 등색선 무늬 내부의 “+”표시는 데이터 측정 위치를 나타낸다. 데이터는 흰 무늬 차수의 중심선상에서 측정되었다. 우측의 그래픽상에서도 거의 중심선 상에 존재한다. 즉, 상부 접촉부와 하부 접촉부 모두 실제의 광탄성 등색선 무늬와 광탄성실험 Hybrid 법을 이용하여 얻은 그래픽과 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 모든 경우에서 “+”는 흰 무늬의 중심선 상에 존재하므로 오링에 대한 3 차원 응력동결용 광탄성 실험 Hybrid 법이 유효하다는 것이 증명되었다.

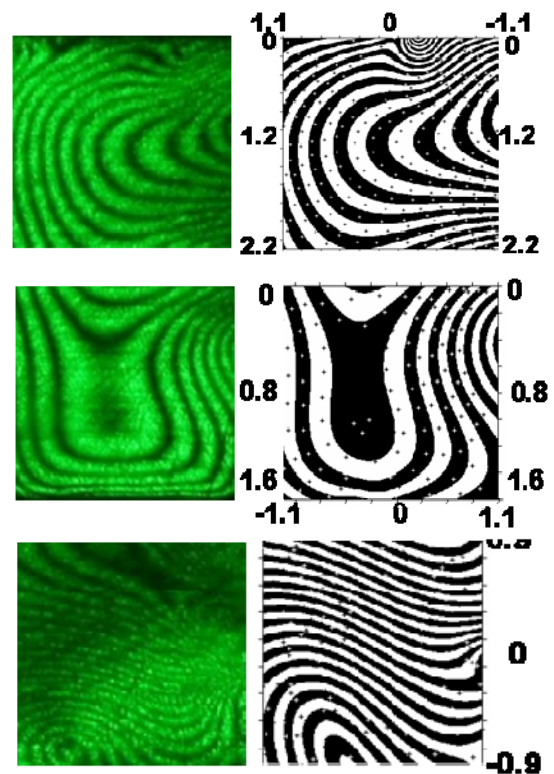


Fig. 5 Actual isochromatic fringe patterns and graphic isochromatic fringe patterns from the photoelastic experimental hybrid method at y-z plane

Fig. 6 은 Fig.4 에서의 x-y plane 의 내압이 7.84MPa 인 경우에 대한 실제 등색선 무늬(좌측)와 광탄성실험 하이브리드법으로 구한 응력성분을 이용한 그래픽 등색선 무늬 (우측) 를 나타낸다.

임의의 지점에서의 응력성분과 주응력을 구하기 위하여 그 점들을 중심으로 서로 수직인 3 개 면에서의 응력들을 구해야 하므로 본 연구에서는 Fig. 7 에 나타낸 것과 같이 이런 점들을 중심으로 한 서로 수직인 면의 주응력값, 즉 중심점의 주응력값을 오링 해석용 광탄성 실험 하이브리드법을 통하여 Fig. 8 에 각각의 응력성분의 일례를 나타내었고 각 점들의 주응력을 구하였다.

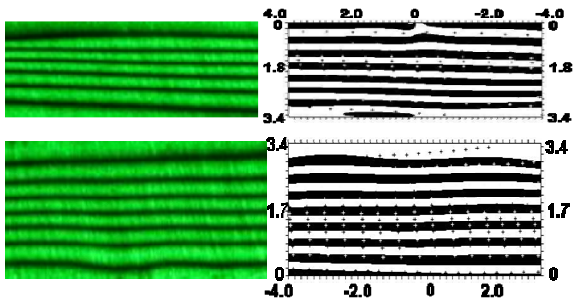


Fig. 6 Actual isochromatic fringe patterns and graphic isochromatic fringe patterns from the photoelastic experimental hybrid method at x-y plane

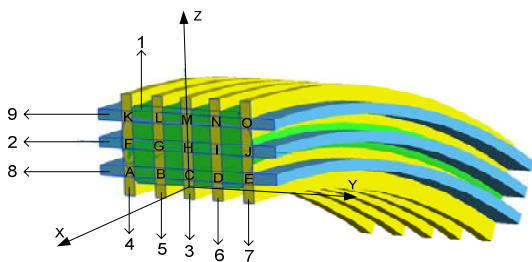


Fig. 7 Measuring point of O-Ring for determine of the principal stresses

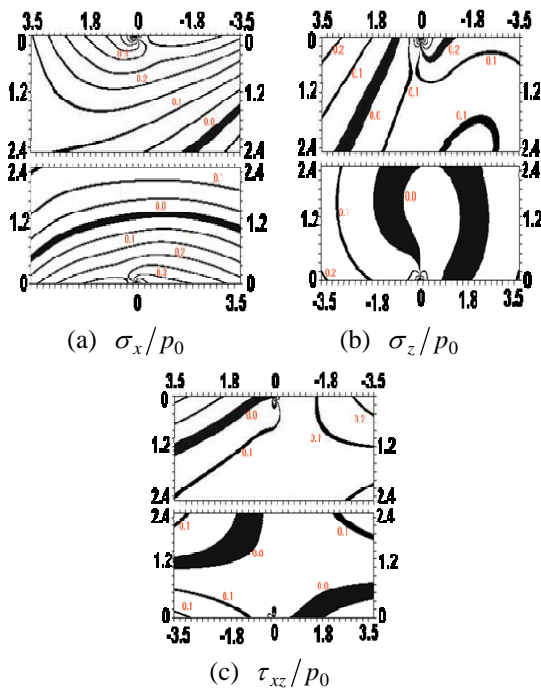


Fig. 8 Stress distributions of the No.3 slice of O-ring under 20% squeeze rate and 7.84MPa pressure

Fig. 8 은 3 번 시편의 응력성분  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$  을 최대 접촉력  $p_0$  로 무차원화하여 0.1 단위로 나타낸 것이다.

에서 알 수 있듯이 Hertz 접촉이론에 의한 응력성분과 응력동결 광탄성실험 Hybrid 법에 의하여 구하여진 응력성분들이 거의 일치하고 있다. 이는 오링의 응력분포와 응력성분을 해석하는데 있어서 본 연구에서 개발한 외부 자유경계를 가진 경우의 광탄성실험 Hybrid 법이 매우 유효하다는 것이 확인되었다.

### 5. 결론

본 연구를 통하여 일정한 압축률과 내압을 동시에 받는 고압 기밀용 오링의 응력동결법에 의한 3 차원 응력상태에 대하여 연구되었으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 개발된 오링의 응력 동결용 광탄성 실험장치가 유효하다는 것을 확인하였다.
- (2) 오링에 일정한 압축률이 작용하는 경우와 일정한 압축률과 내압을 동시에 받는 오링의 y-z 평면 외의 다른 두 개의 평면, 즉 x-y 평면과 x-z 평면에도 응력이 존재한다는 것을 광탄성실험으로 증명하였다.
- (3) 압축률만 작용할 때와 압축과 내압이 동시에 작용할 때 오링 내부 임의의 지점의 응력 상태를 해석할 수 있는 오링의 3 차원 응력 해석용 광탄성실험 하이브리드법이 개발되었고 그 유효성도 확인되었다.
- (4) 본 연구에서 개발된 오링의 3 차원 응력해석용 광탄성실험 하이브리드법으로 압축률만 작용할 때와 압축과 내압이 동시에 작용할 때 오링 내부 임의의 지점의 주응력, 최대전단응력과 상당응력 그리고 응력분포도, 그래픽등색선무늬 등을 구할 수 있는 방법이 제시되었다.

### 참고문헌

- (1) Antonio Strozzi, 1986, "Static Stresses in an Unpressurized, Rounded, Rectangular, Elastomeric Seal," *Asle Transactions*, Vol.29, No. 4, pp. 558-564
- (2) A. F George, A. Strozzi, and J. I. Rich, 1987, "Stress Fields in a compressed unconstrained elastomeric O-ring seal and a comparison of computer predictions with experimental results." *Tribol. Int.*, 20, pp237-247
- (3) E. DRAGONI and A. STROZZI, 1989, "Theoretical Analysis of an Unpressurized Elastomeric O-Ring Seal into a rectangular Groove," *Elsevier Sequoia, Wear*, 130, pp. 41-51
- (4) E. DRAGONI and A. STROZZI, 1988, "Analysis of an Unpressurized, Laterally Restrained, Elastomeric O-Ring Seal," *Journal of Tribology*, Vol. 110, pp. 193-200
- (5) D. A. Hills, D. Nowell and A. Sackfield, "Mechanics of Elastic Contacts", 1993.