

Pseudospectral를 이용한 케이블 권선형 배전용 변압기 권선의 진동모드 해석

정현구\*, 우성현, 신판석  
 홍익대학교 전기공학과

A vibration Analysis of Cable-type Power Transformer Winding by the Pseudospectral Method

Hyun Koo Chung , Sung-Hyun Wo, Pan Seok Shin  
 Dept. of Electrical Eng., Hongik University

**Abstract** - 본 논문은 변압기의 대부분 고장원인이 되는 권선 간의 단락 시 발생하는 진동을 수치적으로 계산하고 전자기력 계산을 위한 방법으로 Pseudospectral Method를 적용하여 단락권선사이의 강제진동해석을 수행하였다. 나선형 권선의 방정식은 Chebyshev다항식 시리즈의 확장 Gauss-Lobatto collocation 과정을 수행되어진다. 알고리즘 검증을 위하여 22.9kV/220V, 1000kVA 용량의 케이블 타입의 변압기의 FEM 시뮬레이션 결과와 이론적 수치적계산과 함께 비교하였다.

1. 서 론

대전력변압기의 진동 해석은 전력 계통의 진단 뿐 아니라 절연 시스템의 기계적 구조의 설계에 있어서 매우 중요하다. 현재 변압기의 대부분의 고장은 권선사이 단락시 권선에서 발생하는 전자기력으로 인해 권선의 진동이 유발되기 때문이다. 그러한 고장을 막기 위해 전자기력으로 인하여 진동이 발생하는 동안의 고장권선의 내부용력과 진동패턴을 연구하는 것이 절실히 필요하다.

누설자속과 단락회로의 전류의 상호작용에 의한 전자기력 발생은 FEM을 기초로 한 Maxwell stress method을 사용하여 계산할 수 있다. 그때의 권선 간의 진동은 The Pseudospectral method에 의해 계산되어진다.

Pseudospectral method은 나선형 권선으로 된 전력용 변압기의 진동문제에 대하여 적용 할 수 있으며, 기계적 진동시스템의 진동문제를 매우 성공적으로 해결할 수 있다.

2. 본 론

2.1 전자기력 해석

케이블형 권선 변압기의 권선에서 발생하는 전자기력은 Axial 방향과 Radial 방향의 힘으로 계산될 수 있다. 누설자속에 의하여 발생하는 Radial 방향의 전자기력은 <그림1>과 같이 바깥쪽 권선은 바깥쪽으로 안쪽 권선은 안쪽으로 발생되고, 식 (1)으로 계산할 수 있다. Axial 방향 전자기력은 잔여기자력법 (Residual Ampere-turn method)를 이용하여 식 (2)와 (3)을 통하여 계산할 수 있다[3].

$$P_{rw} = \frac{2\pi(nI)^2}{10^{11}} \times \frac{\pi D_w}{h} [tons] \quad (1)$$

$$B_r = \frac{4\pi}{10} \times \frac{a(nI)}{2h_{eff}} [gauss] \quad (2)$$

$$P_A = \frac{2\pi a(nI)^2}{10^{11}} \times \frac{\pi D_m}{h_{eff}} [tons] \quad (3)$$

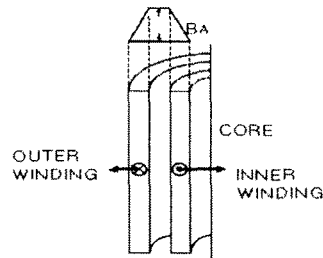


그림 1. 원통형 권선의 Radial 전자기력 방향

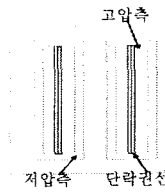


그림 2 변압기 해석 모델

분류	설명
정격 용량	1MVA, 60Hz
코어형태	외철형
정격 전압	22900/220(V)
정격 전류	44/4545(A)
상수	단상
코어제철	B <sub>s</sub> = 1.9T
권선비	104 : 4

표 1. 모델 변압기 사양

<그림 2>와 <표 1>은 해석 모델 변압기의 그림과 사양을 나타낸다.

2.2 Pseudospectral Method

Pseudospectral method 는 미분 방정식  $L(u)=f$ 의 해를  $N+2$  개의 기저함수  $\Phi$ 의 급수로서 나타낼 수 있다는 가정으로부터 시작된다.

$$u(z) \cong u_{N+2}(z) = \sum_{n=0}^{N+1} A_n \Phi_n(z), z \in [-1, 1] \quad (4)$$

기저함수로는 Chebyshev다항식을 사용하는 것이 일반적이며, Chebyshev다항식은

$$\begin{aligned} T_n(x) &= \cos(n \arccos x) \\ U_n(x) &= \frac{\sin[(n+1)\arccos x]}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned} \quad (5)$$

Pseudospectral method 기저함수의 차수를 높여서 정밀도를 높일 수 있다.

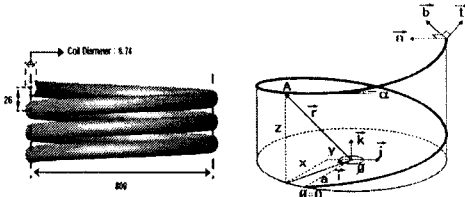


그림 3. 나선형 권선의 모델

나선형 지배 방정식은 다음 식(6)으로부터 유도 할 수 있다.

$$\frac{dT_t}{ds} - \chi T_n = \rho A \frac{\partial^2 U_t}{\partial t^2} \quad (6a)$$

$$\frac{dT_n}{ds} + \chi T_t - \tau T_b = \rho A \frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} \quad (6b)$$

$$\frac{dT_b}{ds} + \tau T_n = \rho A \frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2} \quad (6c)$$

$$\frac{dM_t}{ds} - \chi M_n = \rho J \frac{\partial^2 \Omega_t}{\partial t^2} \quad (6d)$$

$$\frac{dM_n}{ds} - T_b + \chi M_t - \tau M_b = \rho I_n \frac{\partial^2 \Omega_n}{\partial t^2} \quad (6e)$$

$$\frac{dM_b}{ds} + T_n + \tau M_n = \rho I_b \frac{\partial^2 \Omega_b}{\partial t^2} \quad (6f)$$

위의 식에서  $U_t, U_n, U_b, \Omega_t, \Omega_n, \Omega_b$  는 접선 벡터(t), 법선 벡터(n)와 종법선 벡터(b)를 나타내고  $R$ : 나선형 권선의 중심부 반지름,  $A$ : 권선단면적,  $I_b, I_n$ : 법선과 종법선방향에 대한 관성모멘트,  $T$ : 내부 힘,  $J$ : 비틀림 관성 모멘트  $M$ : 내부 모멘트를 나타낸다.  $\chi = \cos^2 \alpha / R$ ,  $\tau = \cos \alpha \cdot \sin \alpha / R$  축의 curvature 과 torsion 를  $\alpha$ : 나선형의 피치 각,  $\rho$ : 밀도를 나타낸다.

식(6)의 방정식은 Timoshenko beam 이론에 기초하고 있고 내부 힘(T)과 모멘트(m)는 그림에서 처럼 접선 벡터(t), 법선 벡터(n)와 종법선 벡터(b)에 의하여 정의 할 수 있다.

나선형 권선 운동의 지배 방정식은 식(6) 과 T, M 의 정의에 의해 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$EA \frac{d^2 U_t}{ds^2} - \chi^2 \frac{GA}{\alpha_n} U_t - \chi \left( EA + \frac{GA}{\alpha_n} \right) \frac{dU_n}{ds} + \chi \tau \frac{GA}{\alpha_n} U_b + \chi \frac{GA}{\alpha_n} \Omega_b + \rho A F_t \cdot \sin \alpha = \rho A \frac{\partial^2 U_t}{\partial t^2} \quad (7a)$$

$$\chi \left( EA + \frac{GA}{\alpha_n} \right) \frac{dU_t}{ds} + \frac{GA d^2 U_n}{\alpha_n ds^2} - (\chi^2 ER + \tau^2 \frac{GA}{\alpha_n}) U_n - \tau \left( \frac{GA}{\alpha_n} + \frac{GA}{\alpha_b} \right) \frac{dU_b}{ds} - \tau \frac{GA}{\alpha_b} \Omega_n - \frac{GA d \Omega_b}{\alpha_n ds} = \rho A \frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} \quad (7b)$$

$$\chi \tau \frac{GA}{\alpha_n} U_t + \tau \left( \frac{GA}{\alpha_n} + \frac{GA}{\alpha_b} \right) \frac{dU_n}{ds} + \frac{GA d^2 U_b}{\alpha_b ds^2} - \tau^2 \frac{GA}{\alpha_n} U_b + \frac{GA d \Omega_b}{\alpha_b ds} - \tau \frac{GA}{\alpha_n} \Omega_b + \rho A F_b \cos \alpha = \rho A \frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2} \quad (7c)$$

$$G J \frac{d^2 \Omega_t}{ds^2} - \chi^2 E I_n \Omega_t - \chi (E I_n + G J) \frac{d \Omega_n}{ds} + \chi E I_n \Omega_b = \rho I_n \frac{\partial^2 \Omega_t}{\partial t^2} \quad (7d)$$

$$-\tau \frac{GA}{\alpha_b} U_n - \frac{GA d U_b}{\alpha_b ds} + \chi (E I_n + G J) \frac{d \Omega_t}{ds} + E I_n \frac{d^2 \Omega_n}{ds^2} - \left( \frac{GA}{\alpha_b} + \chi^2 G J + \tau^2 E I_n \right) \Omega_n - \tau (E I_n + E I_b) \frac{d \Omega_b}{ds} = \rho I_n \frac{\partial^2 \Omega_n}{\partial t^2} \quad (7e)$$

$$\chi \frac{GA}{\alpha_n} U_t + \frac{GA d U_n}{\alpha_n ds} - \tau \frac{GA}{\alpha_n} U_b + \chi E I_n \Omega_t + \tau (E I_n + E I_b) \frac{d \Omega_n}{ds} + E I_b \frac{d^2 \Omega_b}{ds^2} - \left( \frac{GA}{\alpha_n} + \tau^2 E I_n \right) \Omega_b = \rho I_b \frac{\partial^2 \Omega_n}{\partial t^2} \quad (7f)$$

위 식에서의  $U_t, U_n, U_b, \Omega_t, \Omega_n, \Omega_b$  는 무수히 많은 확장 식을 가지고 있으나 식(8)과 같이 부분 합에 의한 종속변위를 이용 할 수 있다.

$$U_t(\xi) = \sum_{k=1}^{K+2} a_k T_{k-1}(\xi), U_n(\xi) = \sum_{k=1}^{K+2} b_k T_{k-1}(\xi) \\ U_b(\xi) = \sum_{k=1}^{K+2} c_k T_{k-1}(\xi), \Omega_t(\xi) = \sum_{k=1}^{K+2} d_k T_{k-1}(\xi) \\ \Omega_n(\xi) = \sum_{k=1}^{K+2} e_k T_{k-1}(\xi), \Omega_b(\xi) = \sum_{k=1}^{K+2} f_k T_{k-1}(\xi) \quad (8)$$

### 2.3 나선형 권선 진동 모드 계산

변압기 권선단락 시 권선에서 발생하는 전자력으로 인해 권선의 진동은 더욱 커지게 된다. shell 타입의 시뮬레이션 모델에 1차 축 단락전류 26.2kVA 를 투입 후 단락전류로 인한 전류 파형 결과는 <그림 4>과 같으며 단락권선의 radial방향의 전자력은 <그림 5>와 같이 나타난다.

<표 2>에서는 free-fixed 경계조건에서의 20turn 권선의 강제진동 주파수를 ANSYS 프로그램 결과와 비교하여 나타내었다. 그 결과 두 데이터가 아주 유사함을 알 수 있다.

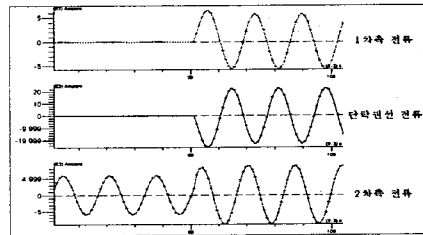


그림 4. 정상시와 단락시 권선의 전류

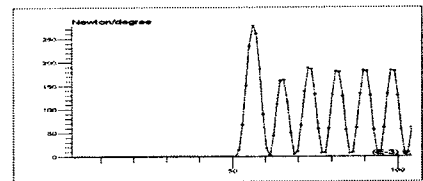


그림 5. 단락시 Radial 전자기력

선정한 나선형 권선의 고유 진동주파수를 구하고, 다양한 조건 하에서의 고유 진동주파수를 ANSYS 프로그램의 계산결과와 비교하였다. <표 2>는 Single-turn인 경우의 고유 진동주파수로서 초기 10개의 고유 진동주파수를 비교한 결과 두 가지 방법에 의한 계산결과가 아주 잘 일치함을 알 수 있다.

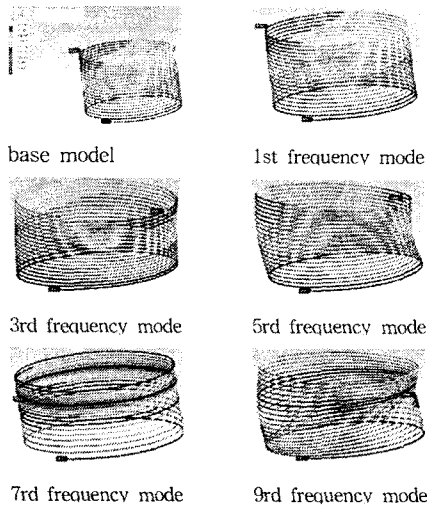


그림 6. 20 Turn의 권선의 진동 modes

표 2. free-fixed 경계조건에서 강제진동모드 주파수

Frequency Modes	Pseudospectral Method	ANSYS
1	3.21	3.19
2	4.50	4.48
3	7.34	7.36
4	12.65	12.62
5	16.47	16.56
6	26.80	26.78
7	30.67	30.83
8	45.49	45.53
9	49.41	49.64
10	68.64	68.75

표 3. 고유진동주파수 계산결과와 비교(20 Turn, Hz)

Mode	Fixed-Fixed		Fixed-Hinged	
	PM	ANSYS	PM	ANSYS
1st	0.1716	0.1714	0.0969	0.0949
2nd	0.1973	0.1977	0.1161	0.1162
5th	0.3431	0.3424	0.3045	0.3160
7th	0.5071	0.5088	0.4398	0.4109

그림 (6)은 ANSYS 프로그램을 이용하여 권선이 20 턴(turn) 일 때의 고유진동모드를 분석한 결과를 보여주고 있으며, 이때 8000개의 요소로 분할하여 계산한 것이다. 반면에 동일한 권선을 Pseudospectral Method 로는 120개의 요소로 계산이 가능하였다. <표 3>는 20턴일 경우의 두 가지 방법에 의한 계산 결과를 표시한 것으로 거의 일치함을 알 수 있으며, Pseudospectral Method를 이용하였을 경우 적은 요소로 훨씬 빠른 시간에 계산할 수 있음을 확인하였다.

### 3. 결 론

변압기의 권선단락에 의한 전자력의 크기와 방향을 계산하고 분석하기 위하여 유한요소 프로그램을 이용하였으며, 변압기 권선의 진동mode 계산은 기계적인 운동방정식을 이용하여 분석하였다.

해석모델은 22.9kV 1MVA 케이불권선형 변압기를 선정하였으며, 단락시 전자력의 계산은 이론치와 수치해석에 의한 방법을 비교하였다. 전자력 계산결과와 검증용 위하여 회로기법과 FEM기법을 이용하였으며 아주 근접한 계산결과를 득하였다. 권선의 진동mode 해석은 기계적인 운동방정식을 근사화한 Pseudospectral Method를 이용하여 계산하였다. 권선의 진동mode 해석결과 검증용 위하여 1 턴과 20 턴의 권선에 대한 진동모드를 본 알고리즘에 의하여 계산하고, 상용프로그램인 ANSYS 프로그램으로 시뮬레이션하여 그 결과를 비교하였다. 그 결과 아주 근소한 오차범위 내에서 두 가지의 계산결과가 일치하였으며, 계산시간은 본 논문에서 제안한 방법이 훨씬 짧아서 유용한 계산방법임을 알 수 있었다. 향후 이 알고리즘을 이용하면 전자력에 의한 권선의 강제 진동모드 해석도 가능하게 되며, 진동에 의한 가진력의 크기도 계산이 가능해질 것이다.

본 논문은 지식경제부의 한국에너지자원 기술기획평가원(KETEP)에서 지원한 전력변환시스템신기술 연구센터(과제번호 2007-0192)의 사업으로 수행되었습니다.

### [참 고 문 헌]

- [1]. B. Madin and J. D. Whitaker, "The dynamic behavior of a transformer winding under axial short-circuit forces," *Proceedings IEEE*, vol. 110, no.3, pp. 535-550, March 1963.
- [2]M. Waters, *The Short-Circuit Strength of Power Transformers*, Macdonald, London, 1966, pp. 94-109.
- [3]J. Lee, "Application of the Chebyshev-Fourier pseudospectral method to the eigenvalue analysis of circular Mindlin plates with free boundary conditions," *KSMIE Int. J.*, vol. 17, no. 10, pp. 1458-1465, 2003
- [4]G. Eason, B. Noble, and I. N. Sneddon, "On certain integrals of Lipschitz-Hankel type involving products of Bessel functions," *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, vol. A247, pp. 529-551, Apr. 1955.
- [5]J. Clerk Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 3rd ed., vol. 2. Oxford: Clarendon, 1892, pp. 68-73.
- [6] I. S. Jacobs and C. P. Bean, "Fine particles, thin films and exchange anisotropy," in *Magnetism*, vol. III, G. T. Rado and H. Suhl, Eds. New York: Academic, 1963, pp. 271-350.
- [7]B. Smith, "An approach to graphs of linear forms," unpublished.
- [8]E. H. Miller, "A note on reflector arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, to be published.
- [9]J. Wang, "Fundamentals of erbium-doped fiber amplifiers arrays," *IEEE J. Quantum Electron.*, submitted for publication.
- [10]C. J. Kaufman, Rocky Mountain Research Laboratories, Boulder, CO, private communication, 2004.
- [11]Y. Yorozu, M. Hirano, K. Oka, and Y. Tagawa, "Electron spectroscopy studies on magneto-optical media and plastic substrate interface," *IEEE Transl. J. Magn. Jpn.*, vol. 2, pp. 740-741, August 1987 [*Dig. 9th Annual Conf. Magn. Jpn.*, p. 301, 1982].
- [12]M. Young, *The Technical Writer's Handbook*. Mil Valley, CA: University Science, 1989.