

## 파라미터에 종속적인 리아푸노프 함수 기법에 의한 불확실 시간지연 시스템을 위한 강인한 $L_2-L_\infty$ 필터 설계

최현철, 정진우, 심형보, 서진현  
서울대학교 전기·컴퓨터 공학부

### Robust $L_2-L_\infty$ Filter Design for Uncertain Time-Delay Systems via a Parameter-Dependent Lyapunov Function Approach

Hyoun-Chul Choi, Jinwoo Jung, Hyungbo Shim, Jin H. Seo  
ASRI, School of Electrical Engineering and Computer Science, Seoul National University

**Abstract** - An LMI-based method for robust  $L_2-L_\infty$  filter design is proposed for polytopic uncertain time-delay systems. By using the Projection Lemma and a suitable linearizing transformation, a strict LMI condition for  $L_2-L_\infty$  filter design is obtained, which does not involve any iterations for design-parameter search, any couplings between the Lyapunov and system matrices, nor any system-dependent filter parameterization. Therefore, the proposed condition enables one to easily adopt, with help of efficient numerical solvers, a parameter-dependent Lyapunov function approach for reducing conservatism, and to design both robust and parameter-dependent filters for uncertain and parameter-dependent time-delay systems, respectively.

#### 1. 서 론

$L_2-L_\infty$  성능지수는 유한한 에너지를 갖는 입력에 대한 출력 첨두치의 비를 지수화한 것으로 일반화된  $H_2$  (generalized  $H_2$ ) 성능지수라고도 한다.  $L_2-L_\infty$  필터는 칼만필터와는 달리 외관입력(또는 잡음)의 확률적 성질을 몰라도 사용할 수 있기 때문에 그 동안 이에 관련한 여러 연구가 이루어졌으며 최근에는 시간지연을 갖는 시스템을 위한  $L_2-L_\infty$  필터설계에 대한 연구도 활발히 진행되고 있다 [1-3]. 특히, 시스템 모델의 불확실성에 강인한 필터를 설계하는 문제가 많은 관심을 받고 있는데 대부분의 결과들은 선형행렬부등식(linear matrix inequality: LMI)에 기반을 둔, 파라미터에 무관한 이를바 공통의 리아푸노프 함수를 이용한 것으로서 다면체형(polytopic) 불확실성을 다룰 경우 보수성을 내포한다는 단점을 갖는다. 최근, 이러한 단점을 극복하기 위해 Zhang 등[3]은 파라미터에 종속적인 리아푸노프 함수를 이용하여 다면체형 불확실성에 시간지연 시스템의  $L_2-L_\infty$  필터설계 방법을 제안하였다. 그러나 이들의 조건은 완전한 LMI가 아니기 때문에 실제 파라미터 탐색을 수반한다는 단점을 갖고 있다.

이 논문에서는 보수성을 줄이기 위해 시스템 파라미터에 종속적인 리아푸노프 함수를 이용하지만 쉽게 파라미터 탐색이 필요 없는 강인  $L_2-L_\infty$  설계조건을 제안한다. 먼저, 시간지연 시스템에 대한 표준적인  $L_2-L_\infty$  성능 조건을 구하고, 사영정리(Projection Lemma)[5]를 이용하여 이에 등가이면서 파라미터 탐색을 수반하지 않는 확장된  $L_2-L_\infty$  성능 조건을 구한다. 여기에 적절한 선형화 변환을 이용하여 시간지연 시스템의 필터설계 조건을 구한다. 이렇게 하여 구한 필터설계 조건은 다음과 같은 특징이 있다. 1) 리아푸노프 행렬이 시스템 행렬과 분리된 형태로 나타나기 때문에 제안된 조건을 이용하면 파라미터에 종속적인 리아푸노프 함수 기법의 사용이 가능하다. 2) 필터 파라미터 환원식이 시스템 파라미터에 독립적이기 때문에 파라미터에 종속적인 필터뿐만 아니라 강인필터가 설계 가능하다. 3) 제안된 필터설계 조건이 파라미터 탐색이 필요 없는 완전한 LMI로 표현되며 때문에 현존하는 불록 최적화 해법에 의해 그 해를 효과적으로 구할 수 있다.

#### 2. 문제 설정 및 예비 결과

다음과 같이 불확실성을 갖는 시간지연 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\alpha)x(t) + A_h(\alpha)x(t-h) + B(\alpha)w(t) \\ y(t) &= C(\alpha)x(t) + D(\alpha)w(t) \\ z(t) &= L(\alpha)x(t) \\ x(t) &= \phi(t), t \in [-h, 0] \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x \in R^n$ 은 상태변수,  $y \in R^p$ 은 측정출력변수,  $z \in R^r$ 은 추정할 변수,  $w \in R^m$ 은 외관변수로서 유한한 에너지를 갖는다고 가정한다( $w \in L_2^m$ ).  $h$ 는 양의 상수로서 시간지연을 나타내며,  $\phi(t)$ ( $t \in [-h, 0]$ )는 초기조건을 나타낸다. 시스템 행렬들은 다음 다면체 집합  $\Omega$ 에 속한다고 가정한다.

$$\Omega := \left\{ (A, B, C, D, L)(\alpha) \mid (A, A_h, B, C, D, L)(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i (A_i, A_{hi}, B_i, C_i, D_i, L_i), \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, N \right\} \quad (2)$$

여기서  $\alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_N]^T \in R^N$ 는 시스템 파라미터 변수이며 미지의 상수로 가정한다. 또한, (2)의 조건을 만족하는 모든  $\alpha$ 에 대해  $(A(\alpha), C(\alpha))$ 쌍이 관측가능하다고 가정한다.

이 논문에서는 다음과 같은 필터를 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A_f \hat{x}(t) + B_f y(t) \\ \hat{z}(t) &= L_f \hat{x}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\hat{x} \in R^n$ 은 필터의 상태변수이고  $\hat{z} \in R^r$ 는  $z$ 의 추정치이고,  $A_f, B_f$

및  $L_f$ 는 적절한 차수를 갖는 상수행렬로서 추후에 필터설계를 통해 결정할 필터 파라미터이다. 그러면, 추정오차  $e(t) := z(t) - \hat{z}(t)$ 는 다음과 같은 시스템 방정식에 의해 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A_e(\alpha)e(t) + A_{he}(\alpha)H\xi(t-h) + B_e(\alpha)w(t) \\ e(t) &= C_e(\alpha)\xi(t) \\ \xi(t) &= \psi(t), t \in [-h, 0] \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $\xi(t) = [x(t)^T \ x(t-h)^T]^T$ ,  $\psi(t) = [\phi(t)^T \ 0]^T$  ( $t \in [-h, 0]$ ) 이고

$$\begin{aligned} A_e(\alpha) &= \begin{bmatrix} A(\alpha) & 0 \\ B_f C(\alpha) A_f & 0 \end{bmatrix}, A_{he}(\alpha) = \begin{bmatrix} A_h(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix}, B_e(\alpha) = \begin{bmatrix} B(\alpha) \\ B_f D(\alpha) \end{bmatrix}, \\ C_e(\alpha) &= [L(\alpha) - L_f], H = [I \ 0] \end{aligned}$$

이다.

이 논문에서는 식 (2)로 표현되는 불확실성과 유한한 에너지를 갖는 외관 입력  $w(t)$ 가 시스템 (1)에 존재할 때 출력  $y(t)$ 만을 통해  $L_2-L_\infty$  이득을 최소화하면서  $z(t)$ 를 추정하는 필터 (3)을 설계하는 문제를 고려한다. 즉, 필터 설계를 통해 유한한 에너지를 갖는 모든 외관입력  $w(t) \neq 0$ 에 대해 추정오차  $e(t)$ 의 첨두치를 최소화하는 다음과 같은 문제를 고려한다.

$$\min \sup_{w(t) \in L_2} \frac{\|e(t)\|_\infty}{\|w(t)\|_2}, w(t) \neq 0 \quad (5)$$

다음 보조정리는 사영정리 또는 (변수)소거정리라 하며, 이 논문에서는 주어진 부등식 조건을 더 넓은 공간으로 확장할 때 사용된다.

**보조정리 1** [5]: 대칭행렬  $\Psi \in R^{m \times m}$ 과  $m$ -열을 갖는 두 행렬  $\Xi, \Theta$ 가 주어졌을 때, 행렬변수  $\Lambda$ 에 대해 부등식

$$\Psi^T \Xi \Lambda^T \Theta + \Theta^T \Lambda \Xi < 0$$

의 해가 존재할 필요충분조건은 다음 두 부등식이 만족하는 것이다.

$$\Pi_\Xi^T \Psi \Pi_\Xi < 0, \Pi_\Theta^T \Psi \Pi_\Theta < 0$$

여기서  $\Pi_\Xi, \Pi_\Theta$ 는 각각  $\Xi, \Theta$ 의 널공간(nullspace)의 기저(basis)이다.

#### 3. 확장된 $L_2-L_\infty$ 성능 조건

이 절에서는 시간지연에 독립적인  $L_2-L_\infty$  성능 조건을 확장된 LMI 형태로 제안한다. 시간지연 시스템에 대한 표준적인  $L_2-L_\infty$  성능에 대한 LMI 조건은 문헌 [1]과 [3]을 통해 유추할 수 있으므로 표준 조건(보조정리 2)에 대한 증명은 생략한다.

**보조정리 2:** 시스템 (4)와 양의 스칼라  $\gamma$ 를 고려하자. 만약 다음과 같은 부등식

$$\begin{bmatrix} A_d(\alpha)^T P(\alpha) + P(\alpha)^T A_d(\alpha) + H^T Q(\alpha) H & * & * \\ A_{hd}(\alpha)^T P(\alpha) & -Q(\alpha) & * \\ B(\alpha)^T P(\alpha) & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} P(\alpha) & * \\ C_e(\alpha) & \gamma^2 I \end{bmatrix} > 0 \quad (7)$$

을 만족하는 행렬  $P(\alpha) > 0, Q(\alpha) > 0$ 가 존재하면 시스템 (4)의  $L_2-L_\infty$  이득은  $\gamma$  이하가 된다. 즉,

$$\sup_{w(t) \in L_2} \frac{\|e(t)\|_\infty}{\|w(t)\|_2} < \gamma, w(t) \neq 0$$

이 만족한다. 여기서 \*는 대칭행렬의 대칭요소를 나타낸다.

**보조정리 3:** 식 (6)을 만족하는  $P(\alpha) > 0, Q(\alpha) > 0$ 가 존재할 필요충분 조건은 다음 조건 (8)을 만족하는  $P(\alpha) > 0, Q(\alpha) > 0$  및  $S$ 가 존재하는 것이다.

$$\begin{bmatrix} -S - S^T & * & * & * \\ A_d(\alpha)^T S + P(\alpha) & -P(\alpha) + H^T Q(\alpha) H & * & * \\ A_{hd}(\alpha)^T S & 0 & -Q(\alpha) & * \\ B(\alpha)^T S & 0 & 0 & -I \\ S & 0 & 0 & 0 - P(\alpha) \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

**증명:** 식 (8)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} P(\alpha) & 0 & 0 & 0 \\ P(\alpha) + H^T Q(\alpha) H & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Q(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I \\ 0 & 0 & 0 & 0 - P(\alpha) \end{bmatrix} + \Xi^T S \Theta + \Theta^T S^T \Xi < 0$$

여기서  $\Xi = [-I \ A_d(\alpha) \ A_{hd}(\alpha) \ B(\alpha)]$ ,  $\Theta = [I \ 0 \ 0 \ 0]$ 이다. 그러면,  $\Xi, \Theta$ 의 널공간의 기저를 중 각각 하나씩을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Pi_{\Xi} = \begin{bmatrix} A_a(\alpha) A_{ba}(\alpha) & B_a(\alpha) I \\ I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \quad \Pi_{\Theta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$S$ 에 대해 보조정리 1을 적용하면

$$\begin{bmatrix} A_a(\alpha)^T P(\alpha) + P(\alpha) A_a(\alpha) + H^T Q(\alpha) H - P(\alpha) & * & * & * \\ A_{ba}(\alpha)^T P(\alpha) & -Q(\alpha) & * & * \\ B_a(\alpha)^T P(\alpha) & 0 & -I & * \\ P(\alpha) & 0 & 0 & -P(\alpha) \end{bmatrix} < 0$$

을 얻을 수 있는데, 슈어(Schur) 보수[4]에 의해 이 부등식이 식 (6)과 동치임을 알 수 있다. ■

#### 4. 강인 $L_2-L_\infty$ 필터 설계

이 절에서는 주어진 시스템에 대한 강인한  $L_2-L_\infty$  필터가 존재할 충분조건을 제안하고, 그에 따른 필터 설계 값을 제시한다.

**정리 1:** 오차 방정식 (4)를 고려하자. 주어진  $\gamma > 0$ 에 대해, 만약 다음 부등식 (9), (10)을 만족하는 행렬들  $Z > 0, Y > 0, F, G, K, P_1(\alpha) > 0, P_2(\alpha), P_3(\alpha) > 0, Q(\alpha) > 0$  가 존재하면 유한한 에너지를 갖는, 0이 아닌 외란입력( $0 \neq w(t) \in L_2[0, \infty)$ )에 대해 시스템 (4)의  $L_2-L_\infty$  이득을  $\gamma$  이하로 만드는 필터 (3)이 존재한다.

$$\begin{bmatrix} -2Z & * & * & * \\ -2Z & -2Y & * & * \\ A(\alpha)^T Z & A(\alpha)^T Y + C(\alpha)^T F^T + G^T & -P_1(\alpha) + Q(\alpha) & * \\ A(\alpha)^T Z & A(\alpha)^T Y + C(\alpha)^T F^T & -P_2(\alpha)^T + Q(\alpha) & -P_3(\alpha)^T + Q(\alpha) \\ A_h(\alpha)^T Z & A_h(\alpha)^T Y & 0 & 0 \\ B(\alpha)^T Z & B(\alpha)^T Y + D(\alpha)^T F^T & 0 & 0 \\ Z & Z & 0 & 0 \\ Z & Y & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} P_1(\alpha) & * & * & * \\ P_2(\alpha)^T & P_3(\alpha) & * & * \\ L(\alpha) - K & L(\alpha) & \gamma^2 I & \end{bmatrix} > 0 \quad (10)$$

이 경우, 필터 파라미터는 다음과 같이 주어진다.

$$A_f = V^{-1}G(U^T Z)^{-1}, \quad B_f = V^{-1}F, \quad L_f = K(U^T Z)^{-1} \quad (11)$$

여기서  $U$ 와  $V$ 는  $UV^T = I - Z^{-1}Y$ 를 만족하는 임의의 비특이행렬이다.

**증명:** 식 (9), (10)을 만족하는  $Z, Y, F, G, K, P_1(\alpha), P_2(\alpha), P_3(\alpha), Q(\alpha)$ 가 존재한다고 하자. 그러면 식 (9)에서  $\begin{bmatrix} Z & Z \\ Z & Y \end{bmatrix} > 0$ 임을 알 수 있다. 이는 슈어보수에 의해  $I - Z^{-1}Y < 0$ 을 의미하므로  $UV^T = I - Z^{-1}Y$ 를 만족하는 비특이행렬  $U$ 와  $V$ 를 항상 찾을 수 있음을 의미한다.

다음과 같은 행렬들을 정의하자.

$$\begin{aligned} \Psi := \begin{bmatrix} Z^{-1} & U \\ U^T & \hat{X} \end{bmatrix}, \quad \Psi^{-1} := \begin{bmatrix} Y & V \\ V^T & \hat{Y} \end{bmatrix}, \quad \Gamma := \begin{bmatrix} 0 & (U^T Z)^{-1} \\ I & -(U^T Z)^{-1} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} P_1(\alpha) & P_2(\alpha) \\ P_2(\alpha)^T & P_3(\alpha) \end{bmatrix} := \Gamma^{-T} P(\alpha) \Gamma^{-1} \end{aligned}$$

이 때,  $\Psi\Psi^{-1} = I$ 로부터  $UV^T + Z^{-1}Y = I, U^T V + \hat{X}\hat{Y} = I, Z^{-1}V + U\hat{Y} = 0, U^T Y + \hat{X}V^T = 0$ 의 관계를 얻을 수 있음에 유의한다. 부등식 (9)의 좌, 우에 각각  $diag(\Gamma^T, \Gamma^T, I, I, I^T)$ 과  $diag(\Gamma, \Gamma, I, I, I)$ 를 곱하고 부등식 (10)의 좌, 우에 각각  $diag(\Gamma^T, I)$ 과  $diag(\Gamma, I)$ 를 곱한 후  $G = VA_f U^T Z, F = VB_f, K = L_f U^T Z$ 로 치환하여 정리하면 식 (8)과 (7)을 각각 얻을 수 있다. 한편, 식 (10)이 만족하면 위 정의로부터  $P(\alpha) > 0$ 이 만족함을 알 수 있다. 따라서 보조정리 2, 3에 의해 이 정리의 명제가 참임을 알 수 있다. ■

식 (9), (10)은 파라미터  $\alpha$ 에 대해 무한개의 조건을 포함하고 있다. 이렇게 무한한 조건식은 대부분이 어려우므로 유한한 조건식으로 변환할 필요가 있다. 이를 위해 우선  $P_1(\alpha), P_2(\alpha), P_3(\alpha)$ 와  $Q(\alpha)$ 가 (2)로 표현되는 집합  $\Omega$ 에 포함된다고 가정한다. 그러면, 식 (9), (10)을 유한한 조건식으로 변환한, 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

**파를정리 1:** 오차 방정식 (4)를 고려하자. 주어진  $\gamma > 0$ 에 대해, 만약 부등식 (12), (13)을 만족하는 행렬들  $Z > 0, Y > 0, F, G, K, P_{1i} > 0, P_{2i}, P_{3i} > 0, Q_i > 0 (i=1, \dots, N)$ 가 존재하면 유한한 에너지를 갖는, 0이 아닌 외란입력( $0 \neq w(t) \in L_2[0, \infty)$ )에 대해 시스템 (4)의  $L_2-L_\infty$  이득을  $\gamma$  이하로 만드는 필터 (3)이 존재한다. 또한 이 경우, 필터 파라미터는 식 (11)과 같이 주어진다.

**증명:** 대칭행렬들  $X_i (i=1, \dots, N)$ 에 대해  $X_i < 0$ 이 만족하면  $\sum_{i=1}^N \alpha_i X_i < 0$  ( $\alpha_i \geq 0$ )이 만족하므로 식 (12)와 (13)이 만족하면 식 (9)와 (10)이 각각 만족한다. 나머지 증명은 정리 1의 증명을 따른다. ■

**주 1:** 설계 조건 (9)와 (12)에는 리아푸노프 행렬과 시스템 행렬이 분리된 형태로 나타나있다. 이렇게 분리함으로써 파라미터에 종속적인 리아푸노프 행렬 기법을 이용할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -2Z & * & * & * & * & * & * & * \\ -2Z & -2Y & * & * & * & * & * & * \\ A_i^T Z & A_i^T Y + C_i^T F^T + G^T & -P_{1i} + Q_i & * & * & * & * & * \\ A_i^T Z & A_i^T Y + C^T F^T & -P_{2i} + Q_i & -P_{3i} + Q_i & * & * & * & * \\ A_h^T Z & A_h^T Y & 0 & 0 & -Q_i & * & * & * \\ B_i^T Z & B_i^T Y + D_i^T F^T & 0 & 0 & 0 & -I & * & * \\ Z & Z & 0 & 0 & 0 & 0 & -P_{1i} & * \\ Z & Y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -P_{2i}^T - P_{3i} \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} P_{1i} & * & * \\ P_{2i}^T & P_{3i} & * \\ L_i - K & L_i & \gamma^2 I \end{bmatrix} > 0, \quad i=1, \dots, N \quad (13)$$

**주 2:** 설계 조건 (12), (13)은 완전한 LMI 식이다. 따라서 현존하는 수치기법에 의해 효과적으로 그 해를 구할 수 있다.

**주 3:** 필터 환원식 (11)은 시스템 행렬에 독립적이다. 따라서 미지의 시스템 파라미터에 대해서도 필터를 설계할 수 있다.

**주 4:** 만약 시스템의 파라미터  $\alpha$ 를 실시간으로 측정 또는 추정할 수 있으면 파라미터에 종속적인 필터를 설계할 수 있다. 즉, 식 (9), (10)의 행렬 중  $F, G, K$ 를 각각  $F(\alpha), G(\alpha), K(\alpha)$ 로 대체한 후 이에 대응되게 식 (12), (13)를 수정하여 따름정리 1을 적용하면

$$A_f(\alpha) = V^{-1}C(\alpha)(U^T Z)^{-1}, \quad B_f(\alpha) = V^{-1}F(\alpha), \quad L_f(\alpha) = K(\alpha)(U^T Z)^{-1}$$

로 주어지는, 파라미터에 종속적인  $L_2-L_\infty$  필터를 얻을 수 있다. ■

위의 조건식 (12), (13)이 모두 유한한 LMI 식으로 표현되므로 다음과 같은 볼록 최적화문제를 통해 이 논문에 주어진 문제인  $L_2-L_\infty$  이득을 최소화하는 문제를 풀 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize} & \quad \gamma^2 \\ \text{subject to} & \quad (12), (13) \end{aligned}$$

#### 5. 수치 예제

제안된 방법의 유용성을 보이기 위해 문헌 [1]에서 다룬 수치 예제를 고려한다. LMI 식의 해를 위해 MATLAB의 LMI Control Toolbox [6]를 이용하였으며  $L_2-L_\infty$  이득을 최소화하는 문제를 풀면 `'mincx'` 함수를 사용하였다.

다음과 같은 행렬로 표현되는 시스템 (1)을 고려하자.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 + 0.5\rho \\ -4 & -5 \end{bmatrix}, \quad A_h = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 0.2 & -0.2 + 0.3\sigma \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -0.4545 \\ 0.9090 \end{bmatrix}, \\ C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad D = 1, \quad L = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$$

여기서  $\rho$ 와  $\sigma$ 는 불확실성을 나타내는 파라미터로  $|\rho| \leq 1, |\sigma| \leq 1$ 을 만족한다. 따름정리 1을 이용하여  $L_2-L_\infty$  이득을 최소화하는 문제를 풀면  $\gamma^* = 8.7665 \times 10^{-4}$ 의 최소화된  $L_2-L_\infty$  이득을 얻을 수 있으며 다음과 같은 필터 행렬들을 얻을 수 있다. 이 때,  $U = Z^{-1}, V = Z - Y$ 로 선택했다.

$$A_f = \begin{bmatrix} 0.5538 & 5.0612 \\ -6.4758 & -8.8082 \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} -0.4545 \\ 0.9090 \end{bmatrix}, \quad L_f = [1.1400 \ 3.5014]$$

이 행렬들을 이용하여 필터 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$T_f(s) = \frac{2.6647s + 9.2239}{s^2 + 8.2544s + 27.8975}$$

공통의 리아푸노프 행렬 기법인 문헌 [1]의 기법을 위와 동일한 시스템에 적용하여  $L_2-L_\infty$  이득을 최소화한 결과,  $\gamma^* = 0.2597$  을 얻었다. 이는 이 논문에서 제안된 파라미터에 종속적인 리아푸노프 행렬 기법이 기존에 발표된 공통의 리아푸노프 행렬 기법보다 덜 보수적인 결과를 낼 수 있음을 의미한다.

#### 6. 결 론

이 논문에서는 다면체형 불확실성을 갖는 시간지연 시스템을 위한 강인한  $L_2-L_\infty$  필터설계 문제를 고려하였다. 기존 결과보다 덜 보수적인 결과를 얻기 위해, 파라미터에 종속적인 리아푸노프 함수를 이용한 필터설계 조건을 제안하였다. 제안된 조건은 기존에 제안된 조건의 단점인 설계 파라미터 탐색을 필요로 하지 않는 완전한 LMI 식으로 표현된다. 수치예제를 통해 제안된 방법의 유용성을 보였다.

#### 감사의 글

이 논문의 연구는 BK21 연구지원으로 수행되었습니다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] H. Gao, J. Lam, and C. Wang, "Robust energy-to-peak filter design for stochastic time-delay systems," *Systems Control Lett.*, vol. 55, pp. 101–111, 2006.
- [2] J. Xia, S. Xu, and B. Song, "Delay-dependent  $L_2-L_\infty$  filter design for stochastic time-delay systems," *Systems Control Lett.*, vol. 56, pp. 579–587, 2007.
- [3] W. Zhang, L. Yu, and X. Jiang, "Delay-dependent generalized  $H_2$  filtering for uncertain systems with multiple time-varying state delays," *Signal Processing*, vol. 87, pp. 709–724, 2007.
- [4] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*. SIAM, 1994.
- [5] H.D. Tuan, P. Apkarian, and T.Q. Nguyen, "Robust and reduced-order filtering: new LMI-based characterizations and methods," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 49, no. 12, pp. 2975–2984, 2001.
- [6] P. Gahinet, A. Nemirovskii, A.J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox User's Guide*, The MathWorks, Inc., 1995.