

유전자 알고리즘에 의한 Interval Type-2 TSK Fuzzy Logic System의 설계 및 해석

김대복, 오성권
 수원대학교 전기공학과

Design and Analysis of Interval Type-2 Fuzzy Logic System by Means of Genetic Algorithms

Dae-Bok Kim, Sung-Kwon Oh
 Dept. of Electrical Engineering, The University of Suwon

Abstract - 본 논문에서는 Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템을 설계하고 기존의 Type-1 TSK 퍼지 논리 시스템과 비교·분석한다. Type-1 TSK 퍼지 논리 시스템과 Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템을 비교하기 위해 노이즈에 영향을 받은 목적 데이터를 사용한다. 유전자 알고리즘을 사용하여 전반부의 중심값의 학습률과 후반부 계수값의 학습률을 결정한다.

1. 서론

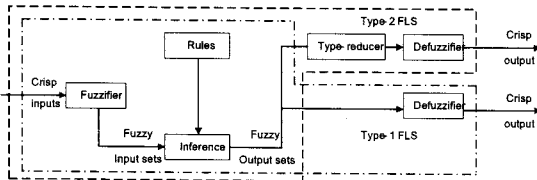
현재 사용하는 시스템은 비선형성, 모델링 오차와 같은 문제점을 포함하고 있기 때문에 수학적 방법으로 해석하는데 상당한 어려움을 갖고 있다. 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템은 불확실성을 표현하는데 한계가 있다. 하지만 Zedah[1]에 의해 소개된 Type-2 퍼지 논리 시스템[2]은 불확실성을 효율적으로 다룰 수 있다. 퍼지 논리 시스템 모델은 Mamdani 모델과 TSK 모델로 나누어지고, Type-2 퍼지 논리 시스템에서 General Type-2 퍼지 논리 시스템[3]과 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템[4]로 나누어진다. 본 논문에서는 Secondary 멤버십 값이 일정하고, 계산량이 적고 후반부가 다항식으로 구성되어 있는 Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템을 설계한다. 규칙 전반부의 멤버십 함수로 가우시안 형태의 Interval Type-2 퍼지 집합을 사용하고 전반부 중심은 오류 역전파 알고리즘을 사용하고, 후반부는 1차식으로 표현한다. 후반부 계수도 오류역전파 알고리즘을 사용하여 학습을 통해 결정된다. 유전자 알고리즘(Genetic Algorithms)[5]을 통해서 오류역전파 알고리즘에 학습에 필요한 전반부 중심의 학습률과 후반부 계수의 학습률 결정한다.

비선형 모델 평가에 대표적으로 사용되는 Box-Jenkins의 가스로 시계열 데이터[6]를 제안된 모델에 적용하고 인위적인 노이즈를 추가한 데이터를 사용하여 Type-1 퍼지 논리 시스템과 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템 결과를 비교 분석한다.

2. Type-2 퍼지 논리 시스템

2.1 Type-2 퍼지 논리 시스템

그림 1은 Type-1 퍼지 논리 시스템과 Type-2 퍼지 논리 시스템을 표현한 그림이다. Type-1 퍼지 논리 시스템과 비교하였을 때 Type reducer 부분이 필요하다.



〈그림 1〉 Type-2 퍼지 논리 시스템

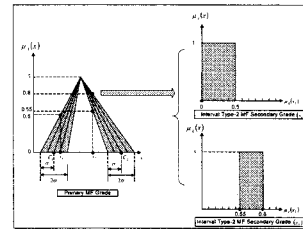
2.1.1 Interval Type-2 퍼지 논리 집합 멤버십 함수

Type-1 퍼지 논리 집합의 멤버십 함수 크기는 crisp 값으로 정의되어 있다. 반면에 Type-2 퍼지 논리 집합은 멤버십 함수 크기가 퍼지 집합으로 정의되어 있다. Type-2 퍼지 논리 집합은 '퍼지 속의 퍼지 집합'이다. Type-2 퍼지 논리 집합은 General Type-2 퍼지 논리 집합과 Interval Type-2 퍼지 논리 집합으로 나누어져 있다. General Type-2 퍼지 논리 집합은 Secondary 멤버십 크기 일정하지 않기 때문에 멤버십 함수 구조를 결정하기 어렵고 계산도 복잡하다. 반면에 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템은 Secondary 멤버십 크기가 '1'로 일정하기 때문에 General Type-2 퍼지 논리 시스템보다 계산이 적고 멤버십 함수 구조를 결정하기도 쉽다. Interval Type-2 퍼지 논리 시스템 멤버십 함수는 그림 2와 같고 음영으로 된 부분은 불확실성을 표현한 부분이다. 식 (1)은 Type-2 퍼지 논리 집합을 표현한 식이다.

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x = \int_{x \in X} \left(\int_{u \in J_x} 1/u \right) / x \quad J_x \subseteq [0,1] \quad (1)$$

여기서, $f_x(u)$ 는 secondary 멤버십 함수

J_x 는 secondary 멤버십 함수영역인 x 의 primary 멤버십



〈그림 2〉 Interval Type-2 멤버십 함수

2.2 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템 설계

2.2.1 규칙

Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템이 p 개의 입력과 출력 Y 를 가지고 있을 때 l 번째 룰은 식 (2)와 같다.

$$R^l: \text{IF } x_1 \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_p \text{ is } \tilde{F}_p^l \\ \text{THEN } Y^l = C_0^l + C_1^l x_1 + C_2^l x_2 + \dots + C_p^l x_p \quad (2)$$

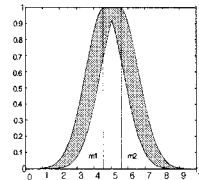
여기서, \tilde{F} 는 전반부 Type-2 퍼지 집합
 Y 는 l 번째 룰의 출력값,
 C 는 후반부 Type-1 Interval set, $l=1, \dots, M$

Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템 중에서 전반부는 Type-2 퍼지 집합, 후반부는 Type-1 Interval set을 갖는다. 본 논문에서는 이 모델을 설계하였다.

2.2.2 전반부 멤버십 함수의 설계

전반부 멤버십 함수는 가우시안 형태를 사용하고 불확실한 중심 값을 갖는 Interval Type-2 퍼지 집합을 설계하였다. 가우시안 멤버십 함수는 식 (2)와 그림 3과 같이 표현된다.

$$\mu_A(x) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-m}{\sigma} \right)^2 \right] \quad m \in [m_1, m_2] \quad (3)$$



〈그림 3〉 uncertain-mean을 갖는 가우시안 Type-2 멤버십 함수

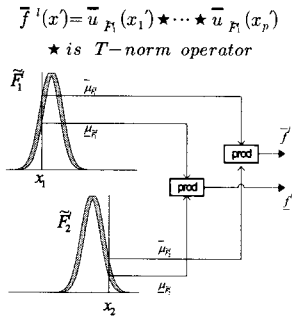
2.2.2 추론부

Type-1 퍼지 집합은 입력 변수 x 에 대하여 crisp한 하나의 멤버십 값만 존재 하지만 Interval Type-2 퍼지 집합은 UMF(Upper Membership Function)과 LMF(Lower Membership Function)으로 구성되어 있다. 멤버십 함수 $\mu_{\tilde{F}_1}(x_k)$ 에서 $\underline{\mu}_{\tilde{F}_1}(x_k)$ 와 $\overline{\mu}_{\tilde{F}_1}(x_k)$ 를 $\mu_{\tilde{F}_1}(x_k)$ 에 대한 Lower와 Upper 멤버십 함수로 표현한다. 입력에 대한 l 번째 규칙의 전반부 연산 결과는 식 (4)과 그림 4와 같다.

$$F^l(x) = [f^l(x), \tilde{f}^l(x)] = [f^l, \tilde{f}^l] \quad (4)$$

여기에서,

$$f^l(x) = \mu_{\tilde{F}_1}(x_1) \star \dots \star \mu_{\tilde{F}_p}(x_p)$$



<그림 4> Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템 전반부 연산

$C_k^i = [c_k^i - s_k^i, c_k^i + s_k^i]$, c 는 C 의 중심을 나타내고 s 는 C 의 폭을 나타낸다. 후반부 연산은 식 (5), 식 (6)로 정의한다.

$$y_r^i = \sum_{k=1}^p c_k^i x_k + c_0^i - \sum_{k=1}^p |x_k| s_k^i + s_0^i \quad (5)$$

$$y_l^i = \sum_{k=1}^p c_k^i x_k + c_0^i - \sum_{k=1}^p |x_k| s_k^i - s_0^i \quad (6)$$

$Y^i = [y_l^i, y_r^i]$ 역시 Interval set이다. 위 식들로부터 구해진 값들을 통해 최종출력은 다음 식 (7)로 정리된다.

$$Y_{TSK,2}(x) = [y_l, y_r] = \int_{y \in [y_l^i, y_r^i]} \dots \int_{y^M \in [y_l^M, y_r^M]} \int_{f^i \in [f_l^i, f_r^i]} \dots \int_{f^M \in [f_l^M, f_r^M]} 1 \left| \frac{\sum_{i=1}^M f^i y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \right| \quad (7)$$

최종출력 Y 는 Interval Type-1 퍼지 집합이고, y_l 과 y_r 의 평균을 이용하여 비퍼지화 시킨다.

$$Y_{TSK,2}(x) = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (8)$$

3. 오류역전파 알고리즘을 사용한 파라미터 학습

3.1 전반부 멤버십 함수의 중심값 학습

학습 되어야 할 파라미터는 전반부 멤버십 함수의 중심값인 m_1, m_2 와 후반부 1차식의 c, s 이다. 학습은 모든 입력 벡터 x 에 대하여 식(10)의 오차를 최소화 하도록 진행된다.

$$e^{(t)} = \frac{1}{2} [D^{(t)} - Y_{TSK,2}^{(t)}(x)]^2 \quad (9)$$

$D^{(t)}$ 는 t 번째 입력의 목적값(Desired value)이고 $Y_{TSK,2}^{(t)}(x)$ 는 t 번째 입력의 Type-2 TSK FLS의 출력이다. 학습은 $Y_{TSK,2}^{(t)}$ 이 $[y_l, y_r]$ 의 값을 갖는 interval set이기 때문에 y_l 과 y_r 에 대하여 각각 학습이 이루어진다. 오차에 따른 m_{j1}^i 의 변화분(delta)은 식(10)으로 정의된다

$$\Delta m_{j1}^i = -\alpha \frac{\partial e}{\partial m_{j1}^i} = \frac{1}{2} \alpha (D - Y_{TSK,2})(y_l - y_r) \cdot \frac{(x_j - m_{j1}^i)}{(\sigma_j^i)^2} \cdot \frac{\bar{f}^j y^j}{\sum_{l=1}^M \bar{f}^l} \quad (10)$$

여기서 α : 학습률, $l(1, \dots, M)$: l 번째 규칙, $j(1, \dots, p)$: x 의 j 번째 원소 \bar{f}^j : KM알고리즘[7]에서 y_r 계산에 영향을 준 \bar{f}^j 또는 \bar{f}^l

3.2 후반부 계수 학습

후반부 구조는 1차식이며 후반부 계수들 역시 오류역전파 알고리즘을 사용하여 오차식을 최소화 하도록 학습된다. 다항식의 각 계수의 변화분은 밑의 식(11)로 표현되며 1차식인 경우 상수항에 대하여도 학습을 진행한다

$$\Delta c_j^i = -\alpha \frac{\partial e}{\partial c_j^i} = \alpha (D - Y_{TSK,2})(y_l + y_r) x_j / 2 \quad (11)$$

4. 유전자 알고리즘(Genetic Algorithms)

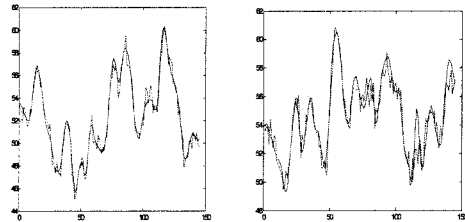
유전자 알고리즘은 자연 선택과 유전학에 기반으로 하는 확률적인 탐색 방법으로 생산, 교배, 돌연변이의 과정을 수행하는 일반성 있는 탐색법으로 비선형 최적화 이론에 탁월한 성능을 발휘하고 있다. 해가 될 가능성이 있는 개체집단을 유지하면서 그들 모두가 동시에 최적값을 찾아나 가기 때문에 지역 극소에 빠질 위험을 어느 정도 해결할 수 있다는 점과 더불어 모델의 성능지수가 최소가 되는 전역 극소 영역을 찾는 능력을 갖고 있다.

5. 시뮬레이션 및 결과 고찰

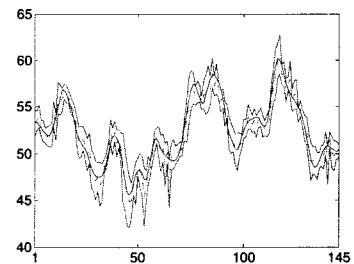
가스로 시계열 데이터는 입출력 데이터인 가스 흐름을 $u(t)$ 와 연소된 이산화탄소 농도 $y(t)$ 의 가스로 공정으로부터 $u(t-3), u(t-3), u(t-3), y(t-3), y(t-2), y(t-1)$ 의 6개 입력을 적용한 입출력 데이터 중에서 모델링에 가장 적합한 $u(t-3), y(t-1)$ 입력력 구조를 이용한다. $u(t-3)$ 의 2개의 입력변수와 $y(t-1)$ 의 한 개의 출력 변수를 설정한다.

파라미터	값
세대수	50
집단 크기	30
교배율	0.65
돌연변이율	0.05

<표 1> 시스템 설계를 위한 파라미터 설정



<그림 5> 노이즈를 포함하는 트레이닝 데이터와 테스트 데이터



<그림 6> 노이즈를 포함하는 트레이닝 데이터와 테스트 데이터를 포함 시켰을 때 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템의 출력

	불확실성	PI	e_PI
Type-1	0	0.129	0.751
Type-2	0.1	0.103	0.701

<표 2> Type-1과 Type-2 성능 비교

표2는 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템과 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템의 가스로 공정 데이터에 대한 성능 비교를 나타낸다.

6. 결론 및 향후과제

본 논문에서는 불확실성을 표현할 수 있는 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템을 설계하였다. 파라미터 동정 방법으로 오류역전파 알고리즘과 유전자 알고리즘을 사용하였으나 앞으로 연구에서 보다 효율적인 파라미터 동정방법과 불확실성의 범위를 찾는 것이 남은 과제라 할 수 있겠다.

감사의 글

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2008-314-D00376).

[참고 문헌]

- [1] L.A Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-1," Information Sciences, vol. 8, pp. 199-249, 1975.
- [2] J.M. Mendel, "Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic System: Introduction and New Directions," Prentice-Hall, Upper-Saddle River, Nj, 2001.
- [3] J.M. Mendel, "Advances in type-2 fuzzy sets and systems," Information Sciences, vol. 177, pp.84-110, 2007.
- [4] Q. Liang and J. Mendel, "Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems Theory and Design," IEEE Trans.On Fuzzy Systems, Vol. 8, No.5, pp.535-550, 2000.
- [5] D. E. Goldberg, "Genetic Algorithm in search, Optimization & Machine Learning," Addison wesley, 1989.
- [6] G.E. P Box and F.M. Jenkins, "Time Series Analysis : Forecasting and Control 2nd ed.," Holden-day, 1976.
- [7] N.N, Karnik and J.M. Mendel, "Centroid of a type-2 fuzzy set," Information Sciences, vol. 132, pp. 195-200, 2001.