

샘플치 퍼지 제어기 설계를 이용한 비선형 뉴트럴 시스템 제어기 설계

송민국*, 주영훈**, 박진배*,
*연세대학교 전기전자공학과, **군산대학교 전자정보공학부

Sampled-data Fuzzy Control for Nonlinear Neutral Systems

Song Min Kook*, Joo Young Hoon**, Park Jin Bae*

*Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University

**School of Electronic and Information Engineering, Kunsan National University

Abstract - This paper presents the stability analysis and design for a sampled-data fuzzy control system with neutral type of time delay. The sampling activity and neutral type of time delay will complicate the nonlinear system dynamics. And it make the stability analysis much more difficult than that for a continuous-time fuzzy control system. Based on the fuzzy control approach, linear matrix inequality (LMI)-based stability conditions are derived to guarantee the neutral T-S fuzzy system stability. Finally, an example is provided to illustrate the effectiveness of the proposed approach.

1. 서 론

다양한 비선형 시스템에서 시간 지연 현상이 발견된다. 이러한 시간 지연을 포함한 비선형 시스템은 시스템의 안정도가 떨어지고, 동시에 시스템의 기대했던 성능이 떨어진다. 따라서 이러한 시간 지연 현상이 나타나는 비선형 시스템의 안정도 해석 및 성능평가에 관한 연구가 활발히 진행되어 왔다 [1-5].

시간 지연이 나타나는 실제 산업 시스템이나 공정은 연속적인 시간상에서 운용되므로 연속 시간상으로 표현되는 제어기를 설계하는 것은 매우 자연스럽다. 그러나 연속 시간상에서 설계되는 제어기를 실제의 산업현장에서 사용하기에는 어려움이 존재한다. 현대의 컴퓨터 산업분야가 급속히 발전하고 있으므로 이를 이용한 샘플치 제어기를 구현 및 활용한다면 연속 시간상의 제어기를 보상할 수 있다.

지금까지의 시간지연 현상을 포함한 선형 뉴트럴 시스템에 대한 연구는 다음과 같이 진행되었다. 뉴트럴 시스템이란 상태 변수 뿐만 아니라 상태 변수의 일차 미분항에도 시간지연이 포함되는 시스템을 의미한다. Fridman[3] 에 의해서 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 선형 시스템의 안정도 분석 및 제어기 설계에 관한 이론이 제안되었고, 이를 토대로 Utkin [4]은 불확실성을 포함하는 선형 뉴트럴 시스템에 관한 연구를 수행하였다. 우리는 T-S 퍼지 제어 이론과 Lyapunov-Krasovskii의 이론을 도입하여, 뉴트럴 비선형 시스템의 샘플치 제어기 설계에 관하여 논의한다.

본 논문에서는 지금까지 고려된 설계 기법을 이용하여 뉴트럴 시스템 시스템의 샘플치 퍼지 제어기를 설계하고자 한다. 먼저 비선형 뉴트럴 시스템을 T-S 퍼지 모델로 모델링한다. 제안된 샘플치 퍼지 제어기와 비선형 시스템을 합친 상태 방정식을 안정화 시키는 제어기 이득값을 설계한다. 선형 행렬 부등식을 이용하여 제어기 이득값을 설계한다. 지금까지 연구되어온 비선형 시스템에 대하여 본 논문이 제안한 이론이 타당한지를 확인한다.

2. 문제 설정

본 논문에서는 다음의 비선형 뉴트럴 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) - f_1(\dot{x}(t-g(t))) &= f_2(x(t), x(t-\tau(t)), u(t)) \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in [-h, 0] \\ y(t) &= g(x(t)). \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 는 상태변수, $u(t) \in R^m$ 는 제어 입력이며, $\phi(t)$ 는 연속적인 벡터 초기 함수이다. h 는 시간 변동 시간 지연 $\tau(t)$ 와 $g(t)$ 의 상위 경계이며, f_1, f_2, g 는 비선형 함수이다.

다음과 같은 퍼지 규칙을 사용하여 (1)의 시스템을 T-S 퍼지 모델 나타낸다.

$$\begin{aligned} \text{Rule } i : & \text{ IF } z_1 \text{ is } \Gamma_1^i, \dots, \text{ and } z_n \text{ is } \Gamma_n^i, \\ \text{THEN } & \dot{x}(t) - D\dot{x}(t-g(t)) = Ax(t) + A_d x(t-\tau(t)) \\ & + Bu(t), \quad (1 \leq i \leq c) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\Gamma_h^i (h=1,2,\dots,c)$ 는 i 번째 규칙에서 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, c 는 퍼지 규칙의 개수를 표시한다. A, A_d, B, C 와 그리고 D 는 알려진 차원의 행렬이며, $z_h(t)$ 는 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, c 는 퍼지 규칙수를 나타낸다.

퍼지 추론 규칙 (2)의 전역 동특성은 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) - \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) D_i \dot{x}(t-g(t)) \\ = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) [A_i x(t) + A_{d_i} x(t-\tau(t)) + Bu(t)], \\ y(t) = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) C_i x(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, $w_i(x(t)) = \prod_{h=1}^n \Gamma_h^i(z_h(t))$, $\mu_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^c w_i(x(t))}$, 그리고

$\Gamma_h^i(x_h(t))$ 는 h 번째 전건부 변수 $z_h(t)$ 의 퍼지 집합 Γ_j^i 에 대한 소속도이다.

(3)의 T-S 뉴트럴 퍼지 시스템을 위하여 다음과 같은 샘플치 퍼지 제어기를 설계한다. c^2 개의 퍼지 규칙과 함께 (2)에서 사용된 퍼지 모델을 바탕으로 샘플치 퍼지 제어기의 퍼지 규칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Rule } j : & \text{ IF } \bar{z}_1 \text{ is } \bar{\Gamma}_1^j, \dots, \text{ and } \bar{z}_n \text{ is } \bar{\Gamma}_n^j, \\ \text{THEN } & u_j(t) K_j x(t_k), \quad (t_k < t \leq t_{k+1}) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\bar{\Gamma}_h^j (h=1,2,\dots,c^2)$ 는 j 번째 규칙에서 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, K_j 는 j 번째 규칙의 샘플치 퍼지 제어기 이득값이며, 본 논문에서 설계하고자 하는 값이다. 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하여 샘플치 퍼지 규칙 (3)의 전역 동특성은 다음과 같다.

$$u(t) = \sum_{i=1}^{c^2} \bar{\mu}_i(x(t_k)) K_i x(t_k), \quad t_k < t \leq t_{k+1} \quad (4)$$

여기서 $\bar{w}_i(x(t_k)) = \prod_{h=1}^{c^2} \bar{\Gamma}_h^i(\bar{z}_h(t_k))$, $\bar{\mu}_i(x(t_k)) = \frac{w_i(x(t_k))}{\sum_{i=1}^{c^2} w_i(x(t_k))}$, 그리고

$\bar{\Gamma}_h^i(x_h(t_k))$ 는 h 번째 전건부 변수 $\bar{z}_h(t)$ 의 퍼지 집합 $\bar{\Gamma}_j^i$ 에 대한 소속도이다.

일반적으로 샘플치 제어기를 고려한 시스템에서, 샘플러와 ZOH는 이상적이라고 가정하므로, 다음의 식이 만족한다.

$$u(t) = u(t_k) \quad t_k < t \leq t_{k+1}. \quad (5)$$

식 (5)를 이용하여 전역 퍼지 샘플치 제어기 (4)를 다시 살펴보면

다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^c \bar{\mu}_k(x(t_k)) \bar{\mu}_k(x(t_k)) K_{jk} x(t_k) \\ &= \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^c \bar{\mu}_k(x(t_k)) \bar{\mu}_k(x(t_k)) K_{jk} x(t-t_s(t)) \\ &= \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^c \bar{\mu}_k(x(t_k)) \bar{\mu}_k(x(t_k)) G_j K_k x(t-t_s(t)) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $t_s(t) = t - t_k \leq t_s$ 이다.

본 논문에서는 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)의 안정도를 분석하고, 샘플치 퍼지 제어기 (6)을 이용하여 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)을 안정화 시키는 제어기 이득값을 설계하는 것을 목적으로 한다.

3. 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템의 안정도 해석 및 제어기 설계

샘플치 퍼지 제어기 (6)을 이용하여 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)을 안정화 시키는 제어기 이득값을 설계한다. 다음의 정리 1은 본 논문의 핵심이다.

정리 1. 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)을 안정화 시키는 제어기 이득값은 $K_{jk} = G_j K_k$, $G_j = W X_1^{-1}$, $K_k = N X_1^{-1}$ 이며, 이때의 제어기 이득값이 존재하기 위해서는 다음의 선형 행렬 부등식을 만족시키는 양한정 대칭 행렬 $R, Q, S, Y_1, Y_2, Y_3, X_1, X_2, X_3, P_1$ 과 임의의 적합한 차원 을 가진 행렬 P_2, P_3 이 존재하여야 한다.

$$\begin{bmatrix} X_2 + X_2^T & * & * & * & * & * \\ \Psi_1 & -X_3 - X_3^T & * & * & * & * \\ C^T N^T P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_d \end{bmatrix} - Y^T - (1-\tau(t))S^{-1} & * & * & * & * & * \\ * & P^T \begin{bmatrix} 0 \\ D \end{bmatrix} & 0 & -(1-\hat{g}(t))Q^{-1} & * & * \\ X_1 & X_3 & 0 & 0 & -(1-\hat{g}(t))Q^{-1} & * \\ \tau(t)X_2 & \tau(t)X_3 & 0 & 0 & 0 & -(1-\tau(t))S^{-1} \\ \begin{bmatrix} R & Y \\ * & Z \end{bmatrix} & & & & & \end{bmatrix} < 0. \quad (7)$$

여기서 $\Psi_1 = X_3 - X_2^T + X_1(A_o + A_D) + C^T W^T$ 이다.

증명 공간의 제약상 생략한다.

4. 모의실험

제안된 샘플치 퍼지 제어기의 성능 평가를 위하여 [7]에서 사용한 T-S 퍼지 모델을 이용한다.

Rule 1 :

IF $x(t)$ is about I_1^2 ,

THEN $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + A_{d1} x(t - \tau(t)) + B_1 u(t) + D_1 \dot{x}(t - g(t))$

Rule 2 :

IF $x(t)$ is about I_2^2 ,

THEN $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + A_{d2} x(t - \tau(t)) + B_2 u(t) + D_2 \dot{x}(t - g(t))$ (8)

여기서 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 2.3734 & 1.2855 & -0.9864 \\ 1.2837 & 2.3126 & 0.8519 \\ -0.7837 & 1.4216 & 2.1370 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 2.4191 & 1.3098 & -0.9172 \\ 1.3534 & 2.4052 & 0.8984 \\ -0.7133 & 1.5739 & 2.2412 \end{bmatrix} \\ A_{d1} &= \begin{bmatrix} -0.0734 & 0.0462 & -0.0536 \\ 0.0964 & -0.0702 & 0.0721 \\ 0.0439 & 0.0741 & -0.0862 \end{bmatrix}, A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.0690 & 0.0552 & -0.0469 \\ 0.1006 & -0.0602 & 0.0857 \\ 0.0581 & 0.0886 & -0.0716 \end{bmatrix} \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 1.4331 & -0.6635 & 0.8695 \\ 1.0587 & -0.7687 & 1.3319 \\ 0.7563 & -0.9921 & 0.8915 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.1709 & 0.3378 & 0.6778 \\ -0.0203 & 0.1644 & 0.9247 \\ -0.2557 & -0.1695 & 0.6376 \end{bmatrix} \\ D_1 &= \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.10 \\ 0.01 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.10 \\ 0.01 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

정리1의 선형행렬 부등식 조건을 바탕으로 샘플치 퍼지 제어기 이득값 K_{jk} 를 구해 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_{11} &= [2.2203 \ 2.5453 \ -0.2578], K_{12} = [-0.5423 \ -0.5098 \ 0.6132] \\ K_{21} &= [2.1578 \ 2.4571 \ -0.2434], K_{22} = [-0.5321 \ -0.4897 \ 0.5977] \end{aligned}$$

이제 설계된 샘플치 퍼지 제어기를 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (8)에 적용한 결과는 다음의 그림과 같다. 그림에서 보여지듯이 시스템 변수 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ 의 시스템 응답은 다음의 그림 1과 같다. 그림 1에서 나타나듯이 상태변수는 시간이 지날수록 0에 수렴함을 확인할 수 있다.

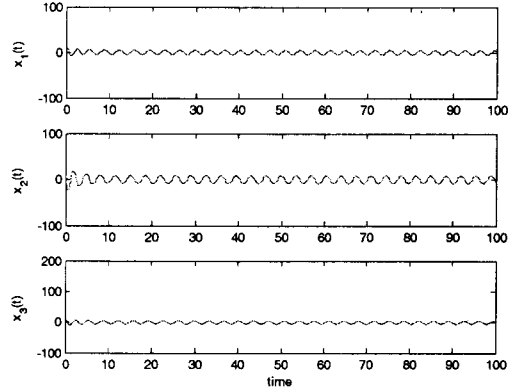


그림 1 상태변수의 시스템 응답

5. 결론

본 논문은 비선형 뉴트럴 시스템을 위한 샘플치 퍼지 제어기 설계에 대해서 논의하였다. 비선형 뉴트럴 시스템을 해석하기 쉬운 T-S 퍼지 모델로 모델링하고 샘플치 퍼지 제어기를 설계하였다. 선형 행렬 부등식을 이용하여 T-S 퍼지 뉴트럴 시스템의 샘플치 퍼지 제어기 이득값을 설계하였다. 선형 행렬 부등식의 해를 통하여 퍼지 샘플치 제어기의 이득값을 설계하여, 설계된 제어기 이득값을 이용하여, T-S 뉴트럴 퍼지 시스템을 안정화 시킬 수 있었다. 제안된 이론의 타당성을 확인하기 위하여 임의의 비선형 시스템에 대하여 모의실험을 실행하였다.

[참고 문헌]

- [1] Fridman E., "New Lyapunov-Krasovskii functionals for stability of linear retarded and neutral type systems," Systems and Control letters, vol. 43, pp. 309-319, 2001.
- [2] Lee H. J., Park J. B., and Joo Y. H., "Robust control for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy systems with time-varying input delay," ASME J Dyn Syst Meas Control, vol. 127, pp. 302-306, 2005.
- [3] Fridman E., and Shaked U., "A descriptor system approach to H_∞ control of linear time-delay systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 47, pp. 253-270, 2002.
- [4] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding mode," IEEE Trans. Automat. Control, Vol 22, pp.212-222, 1997
- [5] Moon, Y. S., Park, P. G., Kwon, W. H., and Lee, Y. S., "Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems," Int. J. Control, vol. 74, pp. 1447-1455, 2001.
- [6] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs," IEEE Trans. Fuzzy Syst, Vol 6, pp.250-265, 1998
- [7] Chen S.S, and Su. S. F., "Robust static output feedback stabilization for nonlinear discrete time systems with time delay via fuzzy control approach," IEEE Tran. Fuzzy Syst., Vol 13 No. 2, pp. 263-272, 2005

감사의 글

본 논문은 학술진흥재단 (과제번호: KRF-2007-521-D00159) 프로젝트에서 지원하여 연구하였음.